

Abschlussbericht:

# Zerstörungsfreie Bestimmung der Steifigkeit und Analyse des dynamischen Verhaltens von Massivholzplatten aus Schweizer Nadelholz

Arne GÜLZOW, Daniel GSELL , René STEIGER

EMPA Dübendorf, Juni 2007

<b>1. ZUSAMMENFASSUNG</b>	<b>1</b>
<b>2. EINLEITUNG</b>	<b>2</b>
<b>2.1 MASSIVHOLZPLATTEN</b>	<b>2</b>
<b>2.2 AUFGABENSTELLUNG UND ZIELSETZUNG DES PROJEKTES</b>	<b>2</b>
<b>2.3 STAND DES WISSENS</b>	<b>3</b>
<b>2.4 PROJEKTORGANISATION UND -ABLAUF</b>	<b>3</b>
<b>2.4.1 BETEILIGTE</b>	<b>3</b>
<b>2.4.2 ABLAUF</b>	<b>4</b>
<b>2.5 LITERATUR ZU KAPITEL 2</b>	<b>5</b>
<b>3 GRUNDLAGEN</b>	<b>7</b>
<b>3.1 ANISOTROPIE DES HOLZES [1]</b>	<b>7</b>
<b>3.1.1 BEGRIFFSBESTIMMUNG</b>	<b>7</b>
<b>3.1.2 HAUPTRICHTUNGEN IM HOLZ</b>	<b>7</b>
<b>3.1.3 VEREINFACHUNG BEI MASSIVHOLZPLATTEN</b>	<b>8</b>
<b>3.2 MATERIALEIGENSCHAFTEN DES HOLZES [2]</b>	<b>9</b>
<b>3.2.1 SPANNUNGS-DEHNUNGSVERHALTEN</b>	<b>9</b>
<b>3.2.2 ELASTIZITÄTSGESETZE (ISOTROP, ANISOTROP, RHOMBISCH ANISOTROP)</b>	<b>10</b>
<b>3.3 ELASTIZITÄTSMODULN, SCHUBMODULN UND QUERDEHNUNGSZAHLEN VON HOLZ</b>	<b>12</b>
<b>3.3.1 ELASTIZITÄTSMODUL E UND SCHUBMODUL G [2]</b>	<b>12</b>
<b>3.3.2 QUERDEHNUNGSZAHLEN <math>\nu</math></b>	<b>13</b>
<b>3.3.3 ROLLSCHUBMODULN VON MASSIVHOLZPLATTEN</b>	<b>14</b>
<b>3.3.4 ABHÄNGIGKEIT DER STEIFIGKEITEN UNTEREINANDER</b>	<b>14</b>
<b>3.4 ABLEITUNG DER PLATTENEIGENSCHAFTEN AUS DEN EIGENSCHAFTEN DER SCHICHTEN</b>	<b>15</b>
<b>3.4.1 ANNAHME „NORMALES BAUHOLZ DER FESTIGKEITSKLASSE C24 BZW. FK II“</b>	<b>16</b>
<b>3.4.2 BESTIMMUNG DER STEIFIGKEIT MITTELS EINER ZERSTÖRUNGSFREIEN PRÜFMETHODE</b>	<b>17</b>
<b>3.5 BERECHNUNG VERSCHMIETER ELASTIZITÄTS- UND SCHUBMODULN UND QUERDEHNUNGSZAHLEN VON MEHRSCHEIDIGEN MASSIVHOLZPLATTEN</b>	<b>17</b>
<b>3.5.1 BERECHNUNG DER QUERDEHNUNGSZAHLEN <math>\nu</math></b>	<b>17</b>
<b>3.5.2 BERECHNUNG DER SCHUBMODULN G</b>	<b>19</b>
<b>3.5.3 BERECHNUNG DER BIEGE-ELASTIZITÄTSMODULN E</b>	<b>19</b>
<b>3.6 HERSTELLUNG DER PLATTEN</b>	<b>19</b>
<b>3.6.1 PRODUKTBEZEICHNUNG / MAXIMALE ABMESSUNGEN</b>	<b>19</b>
<b>3.6.2 ROHMATERIAL</b>	<b>19</b>
<b>3.6.3 HERSTELLUNGSPROZESS</b>	<b>20</b>
<b>3.6.4 KLEBSTOFF UND PRESSDRUCK</b>	<b>21</b>
<b>3.7 LITERATUR ZU KAPITEL 3</b>	<b>22</b>
<b>4 METHODE</b>	<b>23</b>
<b>4.1 EXPERIMENTELLE MODALANALYSE</b>	<b>24</b>
<b>4.2 THEORETISCHE MODALANALYSE</b>	<b>25</b>
<b>4.3 OPTIMIERUNGSPROZESS</b>	<b>25</b>
<b>4.3.1 SENSITIVITÄTSANALYSE</b>	<b>25</b>
<b>4.4 VERIFIZIERUNG DER STEIFIGKEITEN</b>	<b>26</b>

<b>4.5 LITERATUR ZU KAPITEL 4</b>	<b>26</b>
<b>5 PHASE 1: EXPERIMENTE AN QUADRATISCHEN PLATTEN</b>	<b>27</b>
<b>5.1 ABMESSUNGEN</b>	<b>27</b>
<b>5.2 METHODE</b>	<b>28</b>
5.2.1 BERECHNUNG DER ELASTISCHEN EIGENSCHAFTEN DER QUADRATISCHEN PLATTE	28
5.2.2 DYNAMISCHE VERSUCHE	28
5.2.3 BERECHNUNG DER DURCHBIEGUNG	28
<b>5.3 STATISCHE VERSUCHE</b>	<b>29</b>
<b>5.4 RESULTATE UND DISKUSSION</b>	<b>34</b>
5.4.1 ANWENDBARKEIT DER METHODE	34
Steifigkeiten	34
Optimierungsprozess	34
5.4.2 DYNAMISCH BESTIMMTE STEIFIGKEITEN	35
5.4.3 VERIFIZIERUNG MIT BIEGEVERSUCHEN	42
5.4.4 DER STEIFIGKEITSPARAMETER $C_{44}$ (SCHUBMODUL $G_{23}$ )	43
<b>6 PHASE 2: EXPERIMENTE AN HANDELSÜBLICHEN PLATTEN</b>	<b>44</b>
<b>6.1 ABMESSUNGEN</b>	<b>44</b>
<b>6.2 BERECHNUNG DER ELASTISCHEN EIGENSCHAFTEN DER PLATTEN</b>	<b>46</b>
<b>6.3 DYNAMISCHE VERSUCHE</b>	<b>47</b>
6.3.1 EXPERIMENTELLE MODALANALYSE	47
6.3.2 THEORETISCHE MODALANALYSE	49
<b>6.4 STATISCHE VERSUCHE</b>	<b>50</b>
<b>6.5 RESULTATE UND DISKUSSION</b>	<b>51</b>
6.5.1 ANWENDBARKEIT DER METHODE	51
Optimierungsprozess	51
Luftlagerung	51
6.5.2 DYNAMISCH BESTIMMTE STEIFIGKEITEN	55
6.5.3 DÄMPFUNGEN	58
6.5.4 STATISCHE VERSUCHE	60
<b>7 PHASE 3: VERSUCHE AN PLATTEN FÜR KONKRETE BAUPROJEKTE</b>	<b>62</b>
<b>7.1 GALERIEPLATTEN FÜR MEHRFAMILIENHÄUSER IN KOLBRUNN</b>	<b>62</b>
7.1.1 BERECHNUNG DER STEIFIGKEITEN DER BLOCKHOLZPLATTEN	62
7.1.2 STEIFIGKEITSMESSUNG IM WERK	63
7.1.3 RESULTATE UND DISKUSSION	63
7.1.4 SCHWINGUNGSMESSUNG IM EINGEBAUTEN ZUSTAND	66
<b>7.2 TRACHTBACHBRÜCKE BRIENZ</b>	<b>70</b>
7.2.1 BERECHNUNG DER ELASTISCHEN EIGENSCHAFTEN DER BRÜCKENPLATTEN	71
7.2.2 STEIFIGKEITSMESSUNG IM WERK	72
7.2.3 STEIFIGKEITSMESSUNG AUF DER BAUSTELLE	75
7.2.4 SCHWINGUNGSMESSUNG IM EINGEBAUTEN ZUSTAND	76
<b>7.3 WIGGERBRÜCKE EGOLZWIL</b>	<b>79</b>
7.3.1 BERECHNUNG DER ELASTISCHEN EIGENSCHAFTEN DER BRÜCKENPLATTEN	80
7.3.2 STEIFIGKEITSMESSUNG IM WERK	81
7.3.3 SCHWINGUNGSMESSUNG IM EINGEBAUTEN ZUSTAND OHNE ASPHALT	85
Auswertung der Messdaten	86

<b>7.4</b>	<b>LITERATUR ZU KAPITEL 5-7</b>	<b>90</b>
<b>8</b>	<b><u>SCHLUSSFOLGERUNGEN</u></b>	<b>91</b>
<b>8.1</b>	<b>ANWENDBARKEIT DER METHODE</b>	<b>91</b>
<b>8.2</b>	<b>DYNAMISCH BESTIMMTE STEIFIGKEITEN</b>	<b>92</b>
<b>8.3</b>	<b>VERIFIKATION DER DYNAMISCH BESTIMMTEN STEIFIGKEITEN MITTELS STATISCHEN VERSUCHEN</b>	<b>93</b>
<b>9</b>	<b><u>AUSBLICK</u></b>	<b>94</b>
<b>10</b>	<b><u>VERDANKUNG</u></b>	<b>95</b>
 <b>ANHANG</b>		
<b>A.</b>	<b><u>METHODIK</u></b>	<b>I</b>
<b>A.1</b>	<b><u>LÖSUNGSANSATZ</u></b>	<b>I</b>
<b>A.2</b>	<b><u>ANALYTISCHES MODELL</u></b>	<b>II</b>
<b>A.2.1</b>	<b><u>THEORETISCHE MODALANALYSE</u></b>	<b>II</b>
<b>A.2.2</b>	<b><u>STATISCHES MODELL</u></b>	<b>V</b>
<b>A.3</b>	<b><u>EXPERIMENTELLE MODALANALYSE</u></b>	<b>VI</b>
<b>A.3.1</b>	<b><u>MESSUNG</u></b>	<b>VI</b>
<b>A.3.2</b>	<b><u>AUSWERTUNG</u></b>	<b>VII</b>
<b>A.4</b>	<b><u>INVERSES PROBLEM</u></b>	<b>VIII</b>
<b>A.4.1</b>	<b><u>EINFLUSS DER ELASTISCHEN EIGENSCHAFTEN (SENSITIVITÄT)</u></b>	<b>VIII</b>
<b>A.4.2</b>	<b><u>NICHTLINEARES OPTIMIERUNGSPROBLEM</u></b>	<b>IX</b>
<b>A.4.3</b>	<b><u>ZUORDNUNG DER SCHWINGUNGSFORMEN</u></b>	<b>X</b>
<b>A.5</b>	<b><u>LITERATUR ZUM ANHANG</u></b>	<b>X</b>
<b>B.</b>	<b><u>BIEGELINIEN VON MASSIVHOLZPLATTEN, GEPRÜFT IN PHASE 2</u></b>	<b>XII</b>

## 1. Zusammenfassung

Die Steifigkeiten von Holzwerkstoffen, wie z.B. von Brettsperrholzplatten, zählen bei statischen Berechnungen (Durchbiegungskontrollen, Schwingungsberechnungen) zu den wichtigsten Materialeigenschaften. Bei Platten sind es insbesondere die zwei Elastizitätsmoduln ( $E_{ij}$ ) in Plattenebene und die 3 Schubmoduln ( $G_{ij}$ ). Um diese Parameter zerstörungsfrei und mit wenig Arbeitsaufwand bestimmen zu können, wurde ein Verfahren entwickelt, mit dem auf Grundlage von Schwingungsanalysen alle 5 Steifigkeiten in nur einem Versuch bestimmt werden können. Die Methode wurde in 3 Schritten verifiziert und optimiert:

In einer ersten Phase wurde das Verfahren auf 24 quadratischen Brettsperrholzplatten mit Seitenlänge 2,5 m und einer Dicke von 70 mm mit verschiedenen, bezüglich der Mittellage symmetrischen Aufbauten angewandt. In einer zweiten Phase wurden Platten untersucht, wie sie im Hochbau als reale Bauteile verwendet werden. Hierbei wurden auch Massivholzplatten mit grösseren Abmessungen (2.50 x 4.00 m) und Dicken (9 Platten der Dicke 80 mm und 9 Platten der Dicke 110 mm) in die Untersuchung einbezogen. Die so experimentell ermittelten Steifigkeiten beider Phasen wurden mit auf Grundlage der Verbund-Theorie berechneten Steifigkeiten verglichen. Des Weiteren wurden unter Einsetzen dieser experimentell bestimmten Steifigkeiten in ein theoretisches Modell Durchbiegungen berechnet und diese mit gemessenen Durchbiegungen aus statischen Biegeversuchen verglichen. Dadurch konnten die dynamisch bestimmten Steifigkeiten verifiziert werden.

In einem letzten Schritt (Phase 3) wurde die Methode auf Platten aus der realen Produktion mit verschiedenen Abmessungen angewandt. Die Ermittlung der Steifigkeiten mit der dynamischen Methode erfolgte beim Plattenhersteller direkt nach der Produktion der Platten mit Abmessungen bis zu 0.48 m Dicke und 8 m Länge.

Für alle Platten konnten 4 Steifigkeiten sicher bestimmt und deren Richtigkeit verifiziert werden. Der Schubmodul  $C_{44}$  ( $G_{23}$ ) ist schwer zu ermitteln, da die Bestimmbarkeit stark von den hochfrequenten Schwingungsformen abhängt, die schwer anzuregen sind. Je grösser die Plattendicke und je dünner die Decklage ist, desto besser kann der Steifigkeitsparameter  $C_{44}$  bestimmt werden. Die Steifigkeiten der Platten hängen stark von der Produktionsmethode, dem eingesetzten Rohmaterial und dem seitlichen Verkleben der Lamellen in der Mittellage ab. Für alle Platten wurden ausserdem die Dämpfungseigenschaften bestimmt. Das Verfahren erwies sich als robust genug, um auch im Rahmen der laufenden Produktion und unter Auflegen der Platten auf Luftpolster gute Resultate zu liefern.

Die bestimmten Steifigkeiten können direkt für Plattenberechnungen mit z.B. Finite-Element Programmen, aber auch für Berechnungen einfacher Stabwerke eingesetzt werden.

## 2. Einleitung

### 2.1 Massivholzplatten

Massivholzplatten, auch als Brettsperrholz oder Mehrschichtplatten bekannt, bestehen aus mehreren kreuzweise miteinander verklebten Lagen von Nadelholz (Bild 2.1) und haben in der Schweiz und international in der letzten Zeit stark an Bedeutung gewonnen [1]. Massivholzplatten können als tragende Bauteile (Platten und Scheiben) oder als aussteifende Beplankung im Holzbau eingesetzt werden. Durch die kreuzweise Verklebung der Lagen entsteht ein plattenförmiger, die Last in zwei orthogonale Richtungen abtragender Holzwerkstoff mit gegenüber dem Rohmaterial homogenisierten mechanischen Eigenschaften. Aus Schnittholz normaler Güte lässt sich bei adäquaten Massnahmen der Qualitätssicherung ein plattenförmiges Holzbauteil herstellen, das wegen der geringeren Streuung verbesserte Eigenschaften aufweist [2].

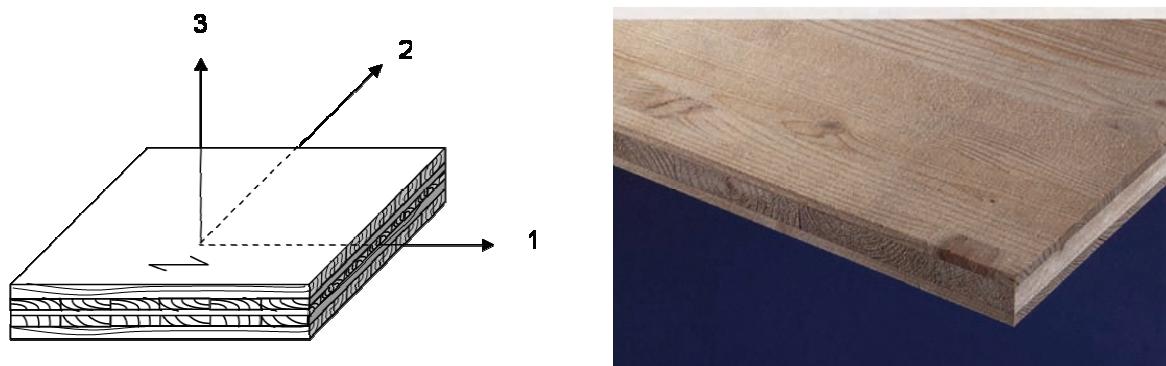


Bild 2.1: 5-schichtige (links) und 3-schichtige Massivholzplatte (rechts)

Als Ausgangsmaterial werden für Brettsperrholz Bretter verwendet, die vorwiegend aus den Stammrandzonen eingeschnitten werden. Diese Bretter, wegen der geringen Ausbeute als „minderwertiges Schnittholz“ angesehen, besitzen die besten Eigenschaften hinsichtlich Festigkeit und Steifigkeit. Die Abmessungen der Einzelbretter und die Plattenaufbauten (Stärken und Anzahl der Lagen) sind Herstellerspezifisch. Verwendet werden gegenwärtig Nadelhölzer wie Fichte, Kiefer, Lärche und Tanne. Die Grösse der gesamten Elemente ist nur von der Produktion, Montage und dem Transport abhängig. Unterschiedliche Kombinationen von Längs- und Querlagen des Brettsperrholzelementes ermöglichen eine Vielzahl verschiedener Plattenaufbauten, die je nach Anforderungen statisch-konstruktiv oder brandschutztechnisch optimiert werden können.

### 2.2 Aufgabenstellung und Zielsetzung des Projektes

Im Rahmen des tragenden Einsatzes von plattenförmigem Brettsperrholz stehen die Aspekte Tragsicherheit und Gebrauchstauglichkeit im Vordergrund. Die für die entsprechenden Nachweise notwendigen Bemessungsgrössen der Festigkeit (Biegung und Schub) und der Steifigkeit (Elastizitäts- und Schubmodul) werden üblicherweise entweder aufgrund von Versuchen an Platten oder (häufiger) Plattenstreifen empirisch bestimmt oder mittels mehr oder

minder komplexen Rechnungsmodellen aus den Materialkennwerten der einzelnen Schichten errechnet. Da man häufig die mechanischen Eigenschaften der Einzelschichten nicht genau kennt, bzw. diese mit grösseren Streuungen behaftet sind, haben die mit der Laminattheorie ermittelten mechanischen Kennwerte für die Platten eine beschränkte Aussagekraft.

Ein zentrales Problem beim Einsatz der Massivholzplatten in der Praxis ist deren Verhalten bezüglich Schwingungsanregung [3, 4] und Durchbiegung [5]. Da in der Bemessung die Durchbiegung und der Schwingungswiderstand letztlich meist massgebend werden, kommt der Kenntnis der Plattensteifigkeit und der Dämpfung eine zentrale Bedeutung zu. Wenn man diese bemessungsmassgebenden Eigenschaften anhand von einfachen Modellen und (dynamischen, zerstörungsfreien) Messungen bestimmen kann, so ist dies ein grosser Vorteil gegenüber den kostenintensiven statischen Grossversuchen an Platten in praxisüblichen Abmessungen. Die Bestimmung der Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften der Platten im Werk kann auch der Qualitätskontrolle und verbesserten Wertschöpfung dienen.

Ziel der Untersuchungen ist die Entwicklung eines praxisnahen Verfahrens zur zerstörungsfreien (auf dynamischen Methoden basierenden) Bestimmung der Steifigkeit von Massivholzplatten in den orthogonalen Hauptrichtungen und die Ermittlung der Dämpfung als Massenzahl bei der Beurteilung der Schwingungsanfälligkeit.

## 2.3 Stand des Wissens

Die Entwicklung der Massivholzplatten wurde vorwiegend in den zentraleuropäischen Ländern des Alpenraumes initiiert und vorangetrieben. Anfangs wurden die Platten bemessen wie Sperrhölzer [6], d. h. ohne die Tragwirkung der quer zur Haupttragrichtung verlaufenden Schichten sowie die Schubverformung und das Schubversagen (insb. Rollschub [7]) zu berücksichtigen. Durch die zunehmende Bedeutung des Werkstoffes auf dem Markt wurde eine rege Forschungstätigkeit in der Schweiz, aber auch in Deutschland und Österreich, ausgelöst. Die jüngsten Forschungsanstrengungen konzentrierten sich prioritär auf die Untersuchung der Materialeigenschaften industriell hergestellter Platten [8-13] und auf die Verbesserung der Rechenmodelle, bzw. auf das Aufzeigen von deren Grenzen der Anwendbarkeit [14-22].

Dynamische Untersuchungen von Massivholzplatten sind in der Literatur spärlich zu finden und beschränken sich meist auf kleinformatige Platten oder auf Plattenstreifen [11], [23], [24]. Görlacher zeigt in [25] eine dynamische Methode zur Bestimmung des Rollschubmoduls.

## 2.4 Projektorganisation und -ablauf

### 2.4.1 Beteiligte

Die Versuche werden an der EMPA durch die Abteilungen Holz und Ingenieur-Strukturen durchgeführt. Die Projektleitung lag bei der Abteilung Holz. Das Versuchsmaterial wurde von den Industriepartnern, bei welchen zusätzlich auch logistische Leistungen (Transport des Materials an die EMPA und Hilfestellung bei Messungen in den Betrieben) anfielen, zur Ver-

fügung gestellt. Industriepartner waren die Firmen P. Schuler AG in Rothenturm SZ und Schilliger Holz AG in Küssnacht SZ.

## 2.4.2 Ablauf

In einem ersten, explorativen Schritt wurden 24 Massivholzplatten mit den Abmessungen 2.50 x 2.50 x 0.07 m (Aufbauten 10/50/10 mm und 25/20/25 mm) untersucht mit dem Ziel, die zerstörungsfreie, dynamische Methode anhand von Verformungsmessungen unter statischer Last zu validieren und anschliessend die Methode, falls nötig, zu optimieren.

In einer zweiten Phase wurden Platten, wie sie im Hochbau auch als reale Bauteile verwendet werden, im Labor untersucht. Hierbei wurden auch MHP mit grösseren Abmessungen (2.50 x 4.00 m) und Dicken (9 Platten der Dicke 80 mm mit Aufbauten 15/50/15, 25/30/25, 15/15/20/15/15 mm und 9 Platten der Dicke 110 mm mit Aufbauten 20/70/20, 35/40/35 mm) in die Untersuchung einbezogen.

In einem letzten Schritt wurde die Methode auf Platten aus der realen Produktion mit verschiedenen Abmessungen angewandt. Die Ermittlung der Steifigkeiten mit der dynamischen Methode erfolgte beim Plattenhersteller direkt nach der Produktion der Platten. Später folgende in situ-Messungen sollten ausserdem das Potential der Methode zur Abschätzung der realen Schwingungsempfindlichkeit zeigen. Die geprüften Objekte umfassten Hochbauten (1) und Brückenbauten (2).

Tabelle 2.1 gibt einen Überblick über die durchgeföhrten Experimente. Diese sind detaillierter im Kapitel 5 bis 7 beschrieben, die verwendete dynamische Methode im Kapitel 4 und im Anhang A.

Phase	Länge x Breite [m]	Dicke [mm]	Aufbau [mm]	Anzahl Platten bzw. Objekt	Hersteller
1	2.50 x 2.50	70	10/50/10	9	Schilliger Holz AG
				9	Pius Schuler AG
		80	25/20/25	3	Schilliger Holz AG
				3	Pius Schuler AG
2	2.50 x 2.50	110	20/70/20	3	Pius Schuler AG
			35/40/35	3	Schilliger Holz AG
	4.00 x 2.50	110	35/40/35	3	Schilliger Holz AG
			15/50/15	3	Pius Schuler AG
			25/30/25	3	Schilliger Holz AG
		80	15/15/20/15/15	3	Schilliger Holz AG
3	4.85 x 3.00	320	40/40/40/80/40/40/40	Wiggerbrücke Egolzwil	Schilliger Holz AG
	8.10 x 3.40	480	80/60/70/60/70/80/60	Tratbachbrücke Brienz	Schilliger Holz AG
	5.775 x 2.249	60	11/38/11	Galerieplatten MFH Kollbrunn	Pius Schuler AG

Tabelle 2.1: Übersicht über die geprüften Platten

## 2.5 Literatur zu Kapitel 2

- [1] Schickhofer, G. 'Brettsperrholz: Anwendungen und Konstruktionsdetails im mehrgeschossigen Wohn- und Kommunalbau'. Ingenieurholzbau - Karlsruher Tage, Karlsruhe, 2002, 284-305
- [2] Blass, H.J. and Fellmoser, P. 'Design of solid wood panels with cross layers'. 8th World Conference on Timber Engineering, Lahti, 2004, 555-560
- [3] Kreuzinger, H. and Mohr, B. 'Schwingungsprobleme nach Eurocode 5 bei Wohnungsdecken Forschungsbericht' (Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart, 1994)
- [4] Mohr, B. 'CIB-W18/32-20-1: Floor vibrations'. Meeting Thirty-Two, Graz, Austria, 1999, 11
- [5] Kreuzinger, H. and Mohr, B. 'Gebrauchstauglichkeit von Wohnungsdecken aus Holz' (Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart, 1999)
- [6] Steck, G. 'Bau-Furnier-Sperrholz aus Buche', Entwicklungsgemeinschaft Holzbau (EGH) in der DGfH.(1988)
- [7] Fellmoser, P. and Blass, H.J. 'Influence of rolling shear modulus on strength and stiffness of structural bonded timber elements'. CIB-W18 Meeting 37, Edinburgh, United Kingdom, 2004,
- [8] Donzé, M. 'Modélisation des propriétés mécaniques d'un panneau en bois massif trois couches sollicité en flexion', F / 4 / D / 305 / 02 / 0, Ecole suisse d'ingénieurs du bois, Ei-bois.(2002)
- [9] Krug, D., Tobisch, S. and Faust, E. 'Massivholzplatten für konstruktive Anwendungen: Physikalisch-mechanische Eigenschaften dreilagiger Massivholzplatten aus Nadelholz (Teil 1.1)', *Holz-Zentralblatt* **125** (94) (1999) 1282-1283
- [10] Krug, D., Tobisch, S. and Faust, E. 'Massivholzplatten für konstruktive Anwendungen: Physikalisch-mechanische Eigenschaften dreilagiger Massivholzplatten aus Nadelholz (Teil 1.2)', *Holz-Zentralblatt* **125** (100) (1999) 1335-1336
- [11] Niemz, P. and Bencat, J. 'Tests zu mechanischen Eigenschaften mehrschichtiger Massivholzplatten', *Holzforschung und Holzverwertung* **53** (1) (2001) 58-60
- [12] Tobisch, S. and Krug, D. 'Massivholzplatten für konstruktive Anwendungen: Einfluss des Plattenaufbaus und anderer Parameter auf die Festigkeitseigenschaften dreilagiger Massivholzplatten', *Holz-Zentralblatt* **127** (108) (2001) 1328-1329
- [13] Tobisch, S. and Platten, D. 'Eigenschaften dreischichtiger Massivholzplatten: Erste orientierende Untersuchungen zur Beeinflussung der elastomechanischen Eigenschaften in Plattenebene', *Holz-Zentralblatt* **126** (85/86) (2000) 1148-1150
- [14] Blass, H.J. and Fellmoser, P. 'Erstellung eines Rechenverfahrens zur Ermittlung von Festigkeitskennwerten von Mehrschichtplatten', Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Universität Fridericiana Karlsruhe.(2002)
- [15] Blass, H.J. and Fellmoser, P. 'Bemessung von Mehrschichtplatten, Teil 1', *bauen mit holz* **105** (8) (2003) 36-39
- [16] Blass, H.J. and Fellmoser, P. 'Bemessung von Mehrschichtplatten, Teil 2', *bauen mit holz* **105** (9) (2003) 37-39
- [17] Blass, H.J. and Görlacher, R. 'Zum Trag- und Verformungsverhalten von Brettsperrholz-Elementen bei Beanspruchung in Plattenebene, Teil 1', *bauen mit holz* **104** (11) (2002) 34-41
- [18] Blass, H.J. and Görlacher, R. 'Zum Trag- und Verformungsverhalten von Brettsperrholz-Elementen bei Beanspruchung in Plattenebene, Teil 2', *bauen mit holz* **104** (12) (2002) 30-34
- [19] Görlacher, R. 'Brettsperrholz: Berechnung von Elementen mit kreuzweise verklebten Brettern bei Beanspruchung in Plattenebene'. Ingenieurholzbau - Karlsruher Tage, Karlsruhe, 2002, 254-269
- [20] Kreuzinger, H. 'Platten, Scheiben und Schalen: Ein Berechnungsmodell für gängige Statikprogramme', *bauen mit holz* **101** (1) (1999) 34-39
- [21] Kreuzinger, H. 'Schubtragverhalten von Brettsperrholz', Technische Universität München, Institut für Baustoffe und Konstruktion.(2001)
- [22] Czaderski, C., Steiger, R., Howald, M., Olia, S., Gültzow, A. and Niemz, P. 'Versuche und Berechnungen an allseitig gelagerten 3-schichtigen Brettsperrholzplatten', *Holz- als Roh- und Werkstoff* (submitted October 2006)
- [23] Blumer, S., Howald, M. and Niemz, P. 'Ermittlung ausgewählter mechanischer Eigenschaften von Massivholzplatten mittels Eigenfrequenz - Teil 1: Material und Methodik', *Holztechnologie* **48** (2) (2007) 19-22
- [24] Blumer, S., Howald, M. and Niemz, P. 'Ermittlung ausgewählter mechanischer Eigenschaften von Massivholzplatten mittels Eigenfrequenz - Teil 2: Versuchsergebnisse und Interpretation', *Holztechnologie* **48** (3) (2007) 27-32

- [25] Görlacher, R. 'Ein Verfahren zur Ermittlung des Rollschubmoduls von Holz', *Holz als Roh- und Werkstoff* **60** (5) (2002) 317-322

## 3 Grundlagen

### 3.1 Anisotropie des Holzes [1]

#### 3.1.1 Begriffsbestimmung

Holz ist ein anisotroper (orthotroper) und inhomogener Baustoff. Zum besseren Verständnis werden diese Begriffe nachfolgend kurz erklärt:

- **isotrop**: Ein Baustoff ist isotrop, wenn seine Eigenschaften nicht richtungsabhängig sind.
- **anisotrop**: Hat ein Baustoff in verschiedene Richtungen verschiedene Eigenschaften, so bezeichnet man ihn als anisotrop.
- **orthotrop**: Wenn ein Baustoff in 2 oder 3 zueinander senkrechten Richtungen anisotrop ist, so nennt man ihn orthogonal anisotrop oder auch orthotrop.
- **inhomogen**: Als inhomogen wird ein Baustoff bezeichnet, dessen Struktur und Textur unregelmässig ist, was sich in ungleichmässiger Masse- und/oder Eigenschaftsverteilung äussern kann.

Die Anisotropie des Holzes wird „rhombische Anisotropie“ genannt. Da die Früh- und Spätholzschichten innerhalb eines Jahrringes unterschiedliche Strukturen aufweisen, kann Holz erst dann als homogen angesehen werden, wenn eine genügend grosse Anzahl von Jahrringen im betrachteten Körper vorhanden ist. In der Dynamik kann der Werkstoff Holz dann als homogen betrachtet werden, wenn die Wellenlänge viel grösser ist als die Jahrringbreite.

Von Bedeutung für das Projekt wird die Anisotropie des Holzes durch die senkrechte Verklebung einzelner Bretter zu Brettsperrholz. Hier sind einerseits die Faserrichtungen der einzelnen Lagen entscheidend, andererseits müssen vereinfachte Annahmen getroffen werden, um der Anisotropie gerecht zu werden und den Rechenaufwand bei der Plattenbemessung trotzdem nicht zu gross werden zu lassen.

#### 3.1.2 Hauprichtungen im Holz

Die Holzeigenschaften sind stark von den anatomischen Richtungen im Baumstamm abhängig. Es werden drei verschiedene Richtungen im Baumstamm unterschieden. Diesen drei Hauprichtungen lassen sich in guter Näherung drei Hauptachsen zuordnen, die rechtwinklig aufeinander stehen (Bild 3.1):

- die x-Achse in Faserrichtung des Holzes (langs bzw. parallel bzw.  $\parallel$  zur Faser, auch Longitudinalrichtung L genannt)

- die y-Achse in Tangentialrichtung des Holzes (quer bzw. senkrecht bzw.  $\perp$  zur Faser und parallel zu den Jahrringen, auch Tangentialrichtung T genannt)
- die z-Achse in Radialrichtung des Holzes (quer bzw. senkrecht bzw.  $\perp$  zur Faser und senkrecht zu den Jahrringen, auch Radialrichtung R genannt)

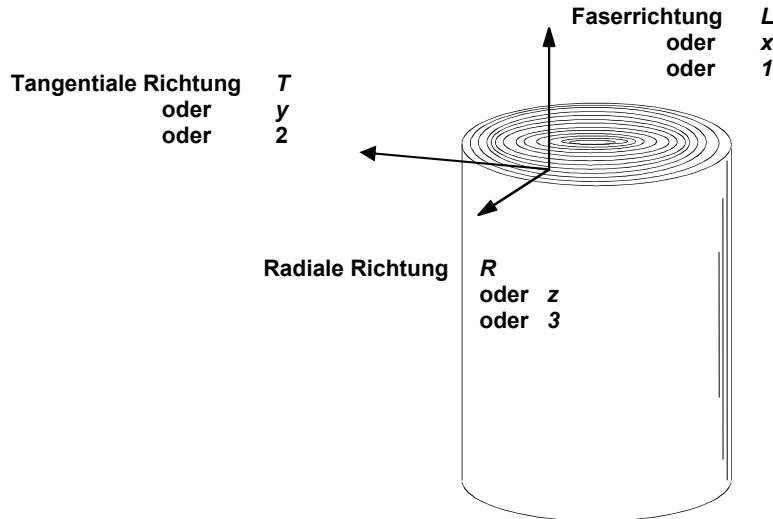


Bild 3.1: Orthogonale (anatomische) Hauptrichtungen des Holzes

### 3.1.3 Vereinfachung bei Massivholzplatten

Im Falle der Massivholzplatten, wo Bretter verschiedener Einschnittarten verwendet werden, ist eine gesonderte Betrachtung der Richtungen T und R nicht sinnvoll (Bild 3.2). Diese beiden Richtungen werden unter dem Begriff quer oder senkrecht zur Faser zusammengefasst. Man reduziert also die drei anatomischen Richtungen auf zwei und redet von längs bzw. parallel zur Faser ( $\parallel$ ) und von quer bzw. senkrecht zur Faser ( $\perp$ ).

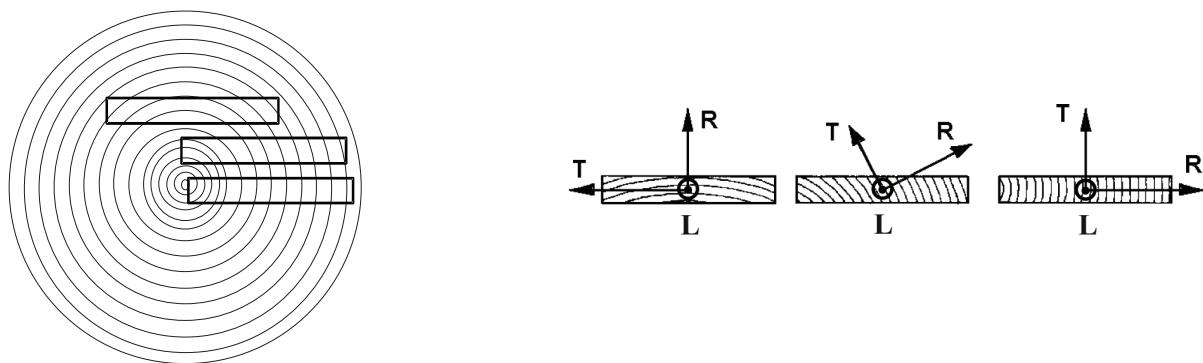


Bild 3.2: Zur Herstellung von Massivholzplatten werden Bretter unterschiedlicher Schnittart verwendet. Es ist daher nicht sinnvoll, zwischen radialem und tangentialem Richtung zu unterscheiden.

## 3.2 Materialeigenschaften des Holzes [2]

### 3.2.1 Spannungs-Dehnungsverhalten

Holz verhält sich im Kurzzeitversuch bis zu einer bestimmten Beanspruchungshöhe fast vollkommen linear-elastisch. Ein Körper wird als elastisch bezeichnet, wenn seine Verformungen reversibel sind, d. h. unter Belastung verliert er seine Ursprungsform, bei Entlastung geht er vollständig in seine Ursprungsform zurück.

Für Bauholz ergeben sich die in Bild 3.3 dargestellten Spannungs-Dehnungsverläufe bei Zug- und bei Druckbeanspruchung parallel zur Faser. Im Gegensatz zu Kleinproben ist die Zugfestigkeit von Bauholz bedingt durch die vorhandenen Äste und Strukturstörungen nicht höher als die Druckfestigkeit. Während die Spannungsdehnungslinie für Zug bis zur Zugfestigkeit  $f_t$  nahezu linear verläuft, liegt die Proportionalitätsgrenze  $f_{c,p}$  für Druck bei etwa 65 bis 85 % der Druckfestigkeit  $f_c$ . Oberhalb der Proportionalitätsgrenzen nehmen die Dehnungen stärker zu als die Spannungen, es treten zusätzlich zu den elastischen auch plastische Verformungen auf.

In der Bemessungspraxis wird für das Bauholz sowohl im Zug- als auch im Druckbereich bei Belastung parallel zur Faser ein linear-elastisches Verhalten bis zum Bruch angenommen. Dieses linear-elastische Verhalten (geradliniger Teil der Spannungsdehnungslinie) wird durch Elastizitätsgesetze beschrieben, welche den linearen, eindeutig umkehrbaren Zusammenhang zwischen auftretenden Spannungen und Verzerrungen wiedergeben.

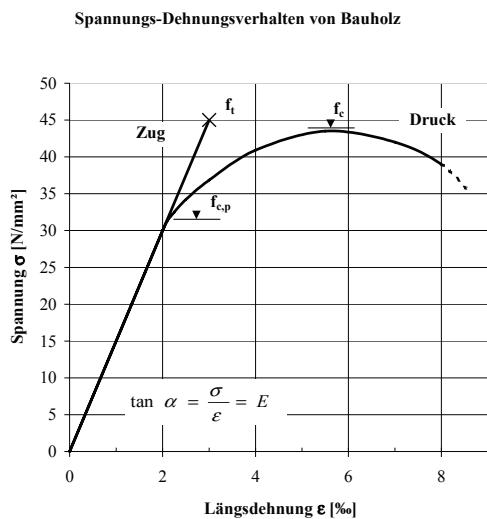


Bild 3.3: Spannungs-Dehnungsverhalten von Bauholz bei Druck- und bei Zugbeanspruchung parallel zur Faser

### 3.2.2 Elastizitätsgesetze (isotrop, anisotrop, rhombisch anisotrop)

Elastizitätsgesetz eines isotropen Körpers

Ein isotroper Körper besitzt in allen Richtungen gleiche elastische Eigenschaften. Für einen linear-elastischen, isotropen Körper gibt das Hooke'sche Gesetz (3.1) den eindeutig umkehrbaren Zusammenhang zwischen Spannungen  $\sigma$  und Dehnungen  $\varepsilon$  wieder. Im Falle von einachsiger Längsbeanspruchung gilt:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (3.1)$$

$E$  = Elastizitätsmodul

Analog gilt für die Schubbeanspruchung aus Querkräften die Beziehung:

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (3.2)$$

$G$  = Schubmodul

mit welcher der Zusammenhang zwischen Schubspannungen  $\tau$  und Winkelverformungen  $\gamma$  (Gleitwinkel) dargestellt wird.

Ein isotroper Körper wird durch drei Materialkennwerte beschrieben:

- Elastizitätsmodul  $E$
- Schubmodul  $G$
- Querdehnungszahl  $\nu$  (bzw. Querkontraktionszahl oder Poisson-Konstante)

Zwei der Größen sind voneinander unabhängig, die Dritte ist stets abhängig:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (3.3)$$

Der Querkontraktionszahl ist das Verhältnis von Querstauchung  $\varepsilon_{\perp}$  zu Längsdehnung  $\varepsilon_{\parallel}$ :

$$\nu = -\varepsilon_{\perp} / \varepsilon_{\parallel} \quad (3.4)$$

Elastizitätsmodul  $E$  und Schubmodul  $G$  sind Proportionalitätskonstanten. Sie sind gleich dem Tangens der zugehörigen Spannungs-Dehnungslinien.

Elastizitätsgesetz eines anisotropen Körpers

Das elastische Verhalten eines anisotropen Körpers ohne Symmetrieeigenschaften kann durch das verallgemeinerte Hooke'sche Gesetz (3.5) beschrieben werden.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Bei homogenem Material existieren für diesen allgemeinen Fall der räumlichen dreiachsigigen Betrachtung 81 Parameter  $C_{ij}$  der Elastizitätsmatrix. Durch die Bedingungen in Gleichung (3.6) können diese 81 Parameter auf 36 Parameter reduziert werden.

$$\sigma_{ik} = \sigma_{ki}; \quad \varepsilon_{ik} = \varepsilon_{ki} \quad (3.6)$$

In Bild 3.4 sind die positiven Richtungen der Spannungen und der Verzerrungen für einen differentiellen Würfel eingezeichnet, dessen Kanten parallel zu den Achsen des Bezugskoordinatensystems liegen. Die positiven Richtungen gelten für die angegebenen positiven Schnittflächen des Würfels. Am jeweils gegenüber liegenden Schnittufer verlaufen die Pfeile in entgegengesetzter Richtung.

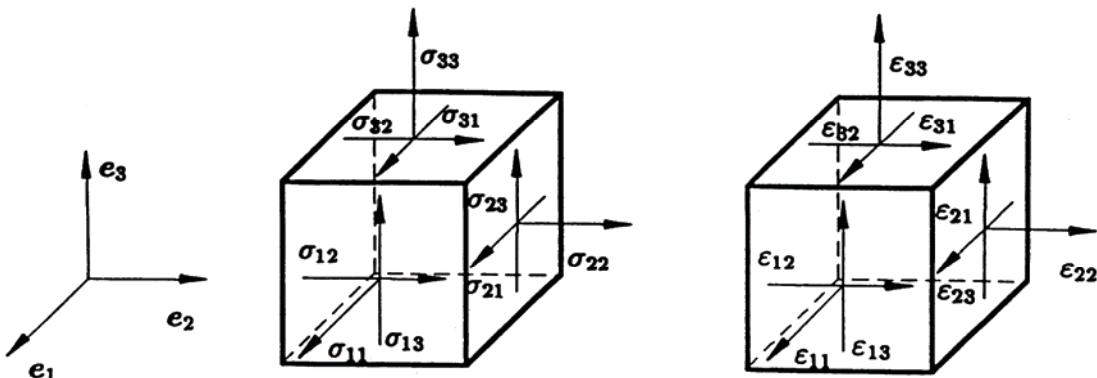


Bild 3.4: Definitionen der Spannungen und der Verzerrungen in einem Würfel, dessen Kanten parallel zu den Achsen des Bezugskoordinatensystems liegen.

Unter der Voraussetzung eines elastischen Materialverhaltens reduziert sich die Anzahl der Elastizitätszahlen, die von Null verschieden sind, auf 21. Es gilt die Symmetriebedingung:

$$C_{ik} = C_{ki} \quad (3.7)$$

Elastizitätsgesetz eines rhombisch-anisotropen (orthotropen) Körpers

Existieren drei aufeinander senkrecht stehende Symmetrieebenen, so liegt rhombische Anisotropie im Sinne der Voigt'schen Kristallphysik vor. Die Anzahl der Elastizitätszahlen beträgt dann neun. Das Elastizitätsgesetz für rhombische Anisotropie lautet (räumliche, dreiachsigige Betrachtung):

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2\epsilon_{23} \\ 2\epsilon_{31} \\ 2\epsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Die Zahlen 1,2,3 sind den Richtungen der Koordinaten  $x$ ,  $y$ ,  $z$  zugeordnet und entsprechen den Hauptachsen der Anisotropie. Das elastische Verhalten von Holz lässt sich in guter Näherung mit dem rhombisch-anisotropen Elastizitätsgesetz beschreiben. Es ist von verschiedenen Einflussgrößen abhängig, zum Beispiel von Holzart, Rohdichte, Holzfeuchtigkeit und Holztemperatur. Die Elastizitätszahlen  $C_{ik}$  finden im allgemeinen Anwendung bei theoretischen Untersuchungen wie ebenen und räumlichen Problemen (zum Beispiel Scheiben, Platten, etc.), bei denen die rhombische Anisotropie des Holzes berücksichtigt wird.

### 3.3 Elastizitätsmoduln, Schubmoduln und Querdehnungszahlen von Holz

#### 3.3.1 Elastizitätsmodul E und Schubmodul G [2]

In der Ingenieurspraxis werden nicht die Elastizitätszahlen  $C_{ik}$ , sondern die Ingenieurkonstanten, also die Elastizitäts- und Schubmoduln, verwendet. Es bestehen folgende Beziehungen:

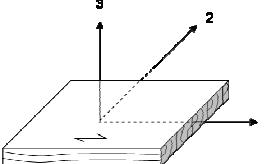
		
$C_{11} = \frac{(1 - \nu_{23} \cdot \nu_{32}) \cdot E_{11}}{\Delta}$	$C_{12} = \frac{(\nu_{12} + \nu_{13} \cdot \nu_{32}) \cdot E_{22}}{\Delta}$	$C_{44} = G_{23}$
$C_{22} = \frac{(1 - \nu_{31} \cdot \nu_{13}) \cdot E_{22}}{\Delta}$	$C_{13} = \frac{(\nu_{13} + \nu_{12} \cdot \nu_{23}) \cdot E_{33}}{\Delta}$	$C_{55} = G_{13}$
$C_{33} = \frac{(1 - \nu_{21} \cdot \nu_{12}) \cdot E_{33}}{\Delta}$	$C_{23} = \frac{(\nu_{23} + \nu_{21} \cdot \nu_{13}) \cdot E_{33}}{\Delta}$	$C_{66} = G_{12}$
$\Delta = 1 - \nu_{21} \cdot \nu_{12} - \nu_{32} \cdot \nu_{23} - \nu_{13} \cdot \nu_{31} - 2 \cdot \nu_{21} \cdot \nu_{13} \cdot \nu_{32}$		

Tabelle 3.1: Beziehungen zwischen Ingenieurkonstanten (Elastizitätsmodul  $E$ , Schubmodul  $G$ ) und Elastizitätszahlen  $C_{ik}$

Setzt man die Moduln ins Verhältnis, so zeigt sich der anisotrope Charakter der Hölzer. Für Fichte ergeben sich die folgenden Verhältnisse:

$$E_L / E_R / E_T \approx 10000 / 800 / 450 = 22 / 1.8 / 1 \quad (3.9)$$

$$E_L / G_{LT} \approx 10000 / 650 = 15 / 1 \quad (3.10)$$

Stahl, ein typisch isotroper Werkstoff, weist im Vergleich ein Verhältnis von  $E_L / G_{LT} = 3 / 1$  auf. Das lässt darauf schliessen, dass Schubverformungen bei Holz nicht vernachlässigt werden dürfen.

Für die Ingenieurpraxis ist das Arbeiten mit sechs verschiedenen Moduln unhandlich. Eine gesonderte Betrachtung der beiden Richtungen  $y$  und  $z$  (Bild 3.1) ist darüber hinaus technisch nicht sinnvoll, da in Bauhölzern die Jahrringe in den seltensten Fällen kantenparallel verlaufen und deshalb eine Orientierung dieser beiden Hauptachsen in Bauhölzern fast immer ausgeschlossen werden kann (siehe Abschnitt 3.1.3). Aus diesen Gründen kann die Anzahl der Moduln von Vollholz für die Ingenieurpraxis auf vier verringert werden:

$$\begin{aligned} E_{II} &= E_L &= E_{11} \\ E_{\perp} &\approx \frac{1}{2}(E_T + E_R) &= \frac{1}{2}(E_{22} + E_{33}) \\ G &\approx G_{LT} &= G_{12} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Durch die Reduzierung der Anzahl der Moduln wird der anisotrope Baustoff Holz für praktische Belange hinreichend genau und vereinfachend auf einen orthotropen Baustoff zurückgeführt, mit den orthogonalen Hauptrichtungen  $\parallel$  und  $\perp$  zur Faser. Die Berechnungen können demnach auf der Grundlage orthotroper Körper durchgeführt werden. Jedoch besteht bei Holz kein Zusammenhang zwischen  $E$ ,  $G$  und  $\nu$  nach Gleichung (3.3), wie er bei isotropen Baustoffen vorliegt.

Mit  $E_{\perp} \approx \frac{1}{2}(E_T + E_R)$  aus Gleichung (3.11) ergibt sich unter Verwendung der Beziehung (3.9) folgendes Verhältnis zwischen den Elastizitätsmoduln parallel und senkrecht zur Faser:

$$E_{II} / E_{\perp} \approx 10000 / 625 = 16 / 1 \quad (3.12)$$

### 3.3.2 Querdehnungszahlen $\nu$

Tabelle 3.2 gibt einen Überblick über die in ausgewählten Literaturstellen vorhandenen Angaben zu Querdehnungszahlen  $\nu$ . Weitere Zahlenwerte können einer Zusammenstellung von Donzé [3] entnommen werden.

Quelle	$v_{LR}$	$v_{RL}$	$v_{LT}$	$v_{TL}$	$v_{RT}$	$v_{TR}$
DIN 68364 [4]	-	0.33	-	-	0.27	-
Neuhaus 1994, [2]	0.06	0.41	0.04	0.55	0.31	0.60
Hearmon 1948, [5]	0.03	-	-	0.54	-	0.60
Bodig, Jayne 1993, [6] <sup>1)</sup>	0.04	0.37	0.03	0.42	0.35	0.47
Bodig, Jayne 1993, [6] <sup>2)</sup>	0.03	0.40	0.02	0.52	0.30	0.51
Albers 1970, [7] <sup>2)</sup>	0.02	0.37	0.02	0.57	0.33	0.43
Albers 1970, [7] <sup>3)</sup>	0.01	0.43	0.02	0.53	0.24	0.42

<sup>1)</sup> Softwoods <sup>2)</sup> Spruce <sup>3)</sup> Fichte

Tabelle 3.2: Querdehnungszahlen für Holz

### 3.3.3 Rollschubmoduln von Massivholzplatten

Da Massivholzplatten aus kreuzweise verklebten Brettern bestehen, ist hier die Beanspruchung des Holzes nicht die gleiche wie die eines Vollholz-Balkens. Die Lagen, deren Fasern rechtwinklig zur Hauptrichtung verlaufen, werden auf Rollschub (Bild 3.5) beansprucht. Es entstehen also Schubspannungen, die in Ebenen rechtwinklig zur Faserrichtung des Holzes zu Verzerrungen führen.

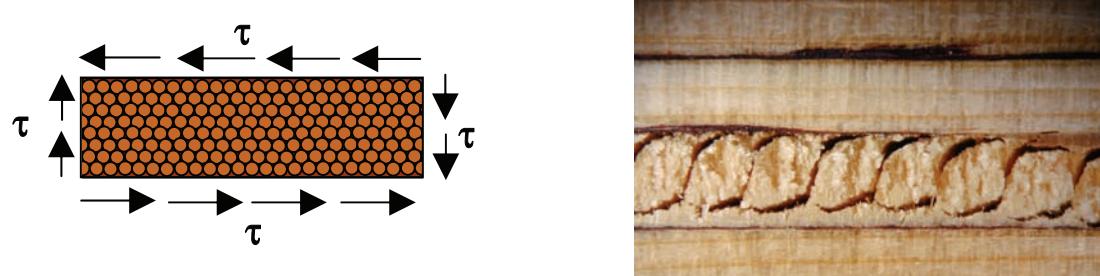


Bild 3.5: Rollschubbeanspruchung (links) und Rollschubversagen eines Plattenstreifens (rechts) [3])

Zusätzlich zu den 3 Moduln muss somit der Schubmodul senkrecht zur Faser  $G_{\perp}$  beachtet werden:

$$G_{\perp} = G_{RT} = G_{32} \quad (3.13)$$

### 3.3.4 Abhängigkeit der Steifigkeiten untereinander

In einer ausführlichen Literaturrecherche wurden die Beziehungen verschiedener Steifigkeiten in Bauholz untereinander überprüft.

Neuhaus gibt in [2] die Beziehungen (3.9) und (3.10) an. Bodig / Jayne postulieren in [6] basierend auf der Auswertung von Versuchen an kleinen, strukturstörungsfreien Prüfkörpern folgende Abhängigkeiten der Steifigkeiten untereinander:

$$\begin{aligned}
 E_L : E_R : E_T &= 20 : 1.6 : 1 \rightarrow E_{\perp} = 1/15 \cdot E_H \\
 G_{LR} : G_{LT} : G_{RT} &= 10 : 9.4 : 1 \rightarrow G_{\perp} = 1/10 \cdot G_H \\
 E_L : G_{LR} &= 14 : 1 \rightarrow G_H = 1/14 \cdot E_H
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Nach Tabellenwerten von Hearmon [5] ergeben sich bei einer Rohdichte von  $\rho = 500 \text{ kg/m}^3$  und einer Holzfeuchte von 12% für Fichtenholz folgende Verhältnisse:

$$E_{\perp} = E_H / 20 \tag{3.15}$$

$$G_H = E_H / 20 \tag{3.16}$$

Die EN 338 (2003) [8] gibt für Nadelhölzer folgende Steifigkeitsbeziehungen an:

$$E_{\perp} = E_H / 30 \tag{3.17}$$

$$G_H = E_H / 16 \tag{3.18}$$

In der DIN 1052:1988 [9] und in der Norm SIA 164:1981/92 [10] findet man für konifere Bauhölzer:

$$E_{\perp} = E_H / 33 \tag{3.19}$$

$$G_H = E_H / 20 \tag{3.20}$$

Gemäss DIN 1052:2004 [11] beträgt der Rollschubmodul von Nadelhölzern 10% des Schubmoduls:

$$G_{\perp} = G_H / 10 \tag{3.21}$$

Nach Blass und Fellmoser [12] liegen realistische Werte für den Rollschubmodul  $G_{\perp}$  zwischen 40 und  $80 \text{ N/mm}^2$ . Rollschubmoduln über  $100 \text{ N/mm}^2$  seien bei Brettquerschnitten wenig realistisch, da bedingt durch die Schnittart von Brettern die dafür notwendigen Jahrtringlagen in der Praxis nicht vorkommen. Im Rahmen eines Forschungsprojektes an der TU Graz [13] wurden Schubversuche an 8 KLH-Massivholzplatten in Form eines 3-Punkt Biegeversuchs durchgeführt. Für den Schubmodul  $G_{\perp}$  ergab sich ein mittlerer Wert von  $55 \text{ N/mm}^2$ .

### 3.4 Ableitung der Platteneigenschaften aus den Eigenschaften der Schichten

Die mechanischen Eigenschaften von Massivholzplatten können in Abhängigkeit des Schichtaufbaus mittels der in Kapitel 3.5 beschriebenen Verfahren aus den Eigenschaften der einzelnen Schichten errechnet werden. Die solchermassen ermittelten Platteneigenschaften sind allerdings nur aussagekräftig, wenn sie auf genau bekannten Eigenschaften der einzelnen Schichten basieren. Es gibt zwei Möglichkeiten, diese Schichteigenschaften festzulegen. Zum einen können diese Eigenschaften angenommen werden, was meistens

zur Folge hat, dass die Werte auf der sicheren und unwirtschaftlichen Seite liegen. Andererseits können sie mittels einer zerstörungsfreien Prüfmethode bestimmt werden.

### 3.4.1 Annahme „Normales Bauholz der Festigkeitsklasse C24 bzw. FK II“

Eine erste Möglichkeit zur Festlegung der Schichtsteifigkeiten liegt in der Annahme, es handle sich beim verwendeten Holz um so genanntes „Normales Bauholz“ der Festigkeitsklasse FK II gemäss Norm SIA 164 [10] bzw. um die Klasse C24 gemäss neuer Terminologie (Normen SIA 265:2003 [14] und SIA 265/1:2003 [15]). Die mechanischen Eigenschaften für die Festigkeitsklassen C20, C24, C27, C35, C40 und C45 (Auswahl aus EN 338:2003 [8]) sind in der nachfolgenden Tabelle 3.3 zusammengestellt. Bei den mit Index k bezeichneten Eigenschaften handelt es sich um so genannte charakteristische Werte bei einer Holzfeuchte von 12%. Diese charakteristischen Werte sind die unteren 5%-Fraktilen der Festigkeitsverteilung. Sie sind die Basis zur Ableitung der in den Tragsicherheitsnachweisen verwendeten Bemessungswerte des Tragwiderstands. Für Berechnungen von Gebrauchstauglichkeiten (Schwingungsanfälligkeit, maximale Durchbiegungen) werden die mittleren E-Moduln ( $E_{mean}$ ) verwendet.

Eigenschaften		Klasse					
		C20	C24	C27	C35	C40	C45
Biegefestigkeit		20	24	27	35	40	45
Zugfestigkeit $\parallel$ zur Faser		12	14	16	21	24	27
Zugfestigkeit $\perp$ zur Faser		0.5	0.5	0.6	0.6	0.6	0.6
Druckfestigkeit $\parallel$ zur Faser		19	21	22	25	26	27
Druckfestigkeit $\perp$ zur Faser		2.3	2.5	2.6	2.8	2.9	3.1
Schubfestigkeit		2.2	2.5	2.8	3.4	3.8	3.8
E-Modul $\parallel$ zur Faser	$E_{0,mean}$ <sup>1)</sup>	9'500	11'000	11'500	13'000	14'000	15'000
	$E_{0,05}$ <sup>2)</sup>	6'400	7'400	8'000	8'700	9'400	10'000
E-Modul $\perp$ zur Faser		320	370	380	430	470	500
Schubmodul		590	690	720	810	880	940

<sup>1)</sup> Mittelwerte <sup>2)</sup> 5%-Fraktilwerte

Tabelle 3.3: Festigkeits- und Steifigkeitseigenschaften von Nadelholz der Festigkeitsklassen C20, C24, C27, C35, C40 und C45 gemäss EN 338:2003 [8]

### 3.4.2 Bestimmung der Steifigkeit mittels einer zerstörungsfreien Prüfmethode

Die Erfahrung zeigt, dass die Annahme einer mittleren Festigkeitsklasse FK II für die einzelnen Schichten zwar auf der sicheren Seite liegt, die tatsächlichen Platteneigenschaften jedoch nicht zutreffend beschreibt. Dies würde zu einem Widerspruch zwischen Versuchsergebnissen und Berechnung führen. Man könnte die Elastizitätsmoduln parallel zur Faser der einzelnen Schichten auch mittels einer zerstörungsfreien Methode ermitteln, wie z.B. der in [16] beschriebenen Ultraschall-Methode, bei welcher die Brettsteifigkeit (Elastizitätsmodul parallel zur Faser  $E_{\parallel}$ ) auf Grund der Geschwindigkeit  $v$  einer durchlaufenden Ultraschallwelle bestimmt wird. Die Schallgeschwindigkeit  $v$  wird durch Division der Länge der Messstrecke durch die Schalllaufzeit  $t$  errechnet.

Die Ultraschallmethode führt zwar zu aussagekräftigeren Masszahlen für die Schichteigenschaften [17], das Prozedere ist jedoch auf Grund der Vielzahl der durchzuführenden Messungen und der anfallenden Datenflut sehr aufwändig. Besser wäre es, nicht die Eigenschaften der einzelnen Schichten zu bestimmen, sondern direkt diejenigen der fertigen Platten. Dies ist Thema des vorliegenden Forschungsprojekts.

## 3.5 Berechnung verschmierter Elastizitäts- und Schubmoduln und Querdehnungszahlen von mehrschichtigen Massivholzplatten

### 3.5.1 Berechnung der Querdehnungszahlen $\nu$

Um über die Plattendicke verschmierte Querdehnungszahlen von Brettsperrholzplatten zu berechnen, müssen vorerst die Querdehnungszahlen von Vollholz bekannt sein. Tabelle 3.2 gibt einen Überblick über die in ausgewählten Literaturstellen vorhandenen Angaben zu Querdehnungszahlen in Bezug auf radiale, tangentiale und longitudinale Richtungen des Holzes. Im Falle der Brettsperrholzplatten, bei welchen Bretter verschiedener Einschnittarten verwendet werden, ist eine gesonderte Betrachtung der Richtungen „Tangential“ und „Radial“ nicht sinnvoll (siehe 3.1.3). Daher wurden die Querdehnungszahlen auf zwei unterschiedliche reduziert und der dritte Wert nach folgender Gleichung berechnet:

$$\nu_{21} = \nu_{31} = \nu_{12} \cdot E_{22} / E_{11} = \nu_{12} \cdot E_{33} / E_{11} \quad (3.22)$$

Alle angenommenen Werte der Querdehnungszahlen sind in der linken Spalte der Tabelle 3.4 aufgeführt. Des Weiteren sind in Tabelle 3.4 die Formeln zur Berechnung verschmierter Querdehnungszahlen von Sandwich-Elementen in Anlehnung an (Bodig and Jayne 1993) angegeben. In diesen Formeln werden die Querdehnungszahlen einzelner Schichten durch eine flächenanteilmässige Mittelung über den Querschnitt berechnet.

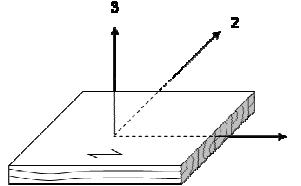
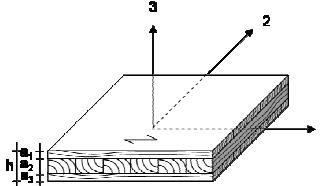
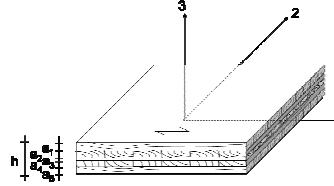
		
Vollholzplatte	3-schichtige Massivholzplatte	5-schichtige Massivholzplatte
$\nu_{12} = 0.02$	$\nu_{12}^* = \frac{2 \cdot a_1 \cdot \nu_{12} + a_2 \cdot \nu_{21}}{h}$	$\nu_{12}^* = \frac{(a_1 + a_3 + a_5) \cdot \nu_{12} + (a_2 + a_4) \cdot \nu_{21}}{h}$
$\nu_{21} = 0.001$	$\nu_{21}^* = \frac{2 \cdot a_1 \cdot \nu_{21} + a_2 \cdot \nu_{12}}{h}$	$\nu_{21}^* = \frac{(a_1 + a_3 + a_5) \cdot \nu_{21} + (a_2 + a_4) \cdot \nu_{12}}{h}$
$\nu_{13} = 0.02$	$\nu_{13}^* = \frac{2 \cdot a_1 \cdot \nu_{13} + a_2 \cdot \nu_{23}}{h}$	$\nu_{13}^* = \frac{(a_1 + a_3 + a_5) \cdot \nu_{13} + (a_2 + a_4) \cdot \nu_{23}}{h}$
$\nu_{31} = 0.001$	$\nu_{31}^* = \frac{2 \cdot a_1 \cdot \nu_{31} + a_2 \cdot \nu_{32}}{h}$	$\nu_{31}^* = \frac{(a_1 + a_3 + a_5) \cdot \nu_{31} + (a_2 + a_4) \cdot \nu_{32}}{h}$
$\nu_{23} = 0.3$	$\nu_{23}^* = \frac{2 \cdot a_1 \cdot \nu_{23} + a_2 \cdot \nu_{13}}{h}$	$\nu_{23}^* = \frac{(a_1 + a_3 + a_5) \cdot \nu_{23} + (a_2 + a_4) \cdot \nu_{13}}{h}$
$\nu_{32} = 0.3$	$\nu_{32}^* = \frac{2 \cdot a_1 \cdot \nu_{32} + a_2 \cdot \nu_{31}}{h}$	$\nu_{32}^* = \frac{(a_1 + a_3 + a_5) \cdot \nu_{32} + (a_2 + a_4) \cdot \nu_{31}}{h}$
$G_{12} = G_{21} = 688$	$G_{12}^* = \frac{2 \cdot G_{12} \cdot a_1 + G_{21} \cdot a_2}{h}$	$G_{12}^* = \frac{G_{12} \cdot (a_1 + a_3 + a_5) + G_{21} \cdot (a_2 + a_4)}{h}$
$G_{13} = G_{31} = 688$	$G_{13}^* = \frac{G_{13} \cdot G_{23} \cdot h}{2 \cdot G_{23} \cdot a_1 + G_{13} \cdot a_2}$	$G_{13}^* = \frac{G_{13} \cdot G_{23} \cdot h}{G_{23} \cdot (a_1 + a_3 + a_5) + G_{13} \cdot (a_2 + a_4)}$
$G_{23} = G_{32} = 68.8$	$G_{23}^* = \frac{G_{23} \cdot G_{13} \cdot h}{2 \cdot G_{13} \cdot a_1 + G_{23} \cdot a_2}$	$G_{23}^* = \frac{G_{23} \cdot G_{13} \cdot h}{G_{13} \cdot (a_1 + a_3 + a_5) + G_{23} \cdot (a_2 + a_4)}$
$E_{11} = 11\,000$	$E_{11}^* = E_{11} \cdot \frac{h^3 - \left(1 - \frac{E_{22}}{E_{11}}\right) \cdot a_2^3}{h^3}$	$E_{11}^* = E_{11} \cdot \frac{h^3 - \left(1 - \frac{E_{22}}{E_{11}}\right) \cdot (a_2 + a_3 + a_4)^3 + \left(1 - \frac{E_{22}}{E_{11}}\right) \cdot a_3^3}{h^3}$
$E_{22} = E_{33} = 550$	$E_{22}^* = E_{11} \cdot \frac{E_{22} \cdot h^3 + \left(1 - \frac{E_{22}}{E_{11}}\right) \cdot a_2^3}{h^3}$	$E_{22}^* = E_{11} \cdot \frac{\frac{E_{22}}{E_{11}} \cdot h^3 + \left(1 - \frac{E_{22}}{E_{11}}\right) \cdot (a_2 + a_3 + a_4)^3 - \left(1 - \frac{E_{22}}{E_{11}}\right) \cdot a_3^3}{h^3}$
	$E_{33}^* = E_{22}$	$E_{33}^* = E_{22}$

Tabelle 3.4: Berechnung über die Plattendicke verschmierter Querdehnungszahlen, Schubmoduln und Elastizitätsmoduln von symmetrischen 3-schichtigen und 5-schichtigen Massivholzplatten

### 3.5.2 Berechnung der Schubmoduln G

Die Schubmoduln von Vollholz können mit Gleichung (3.18) und Gleichung (3.21) näherungsweise berechnet werden. Aufgrund der Annahme der Homogenität des Materials über die Plattendicke müssen auch hier verschmierte Schubmoduln berechnet werden. Das geschieht über eine flächenanteilmäßige Mittelung der Schubmoduln der einzelnen Schichten. In Tabelle 3.4 sind die angenommenen Ausgangswerte der Schubmoduln von Vollholz und die Formeln für die Berechnung verschmierter Schubmoduln für Sandwich-Elemente angegeben.

### 3.5.3 Berechnung der Biege-Elastizitätsmoduln E

Berechnet wurden die E-Moduln unter Berücksichtigung der Querlagen und der Annahme, dass sich die Biegesteifigkeit der Platte aus der Summe der Biegesteifigkeiten der einzelnen Lagen und deren Steineranteil zusammensetzt und dass alle Schichten vollflächig miteinander verklebt sind. Allgemein ist diese Berechnungsmethode verschmierter Steifigkeiten als Verbundtheorie bekannt. Vereinfachend kann hierbei auf die so genannte „modifizierte Sperrholzanalologie“ nach Blass and Görlacher [18] zurückgegriffen werden. Wird der Aufbaufaktor mit dem E-Modul in Faserrichtung ( $E_{11}$ ) multipliziert, erhält man die über die Plattendicke verschmierten E-Moduln parallel zur Faserrichtung der Decklagen ( $E_{11}$ ) oder senkrecht dazu ( $E_{22}$ ). Die Berechnung der Elastizitätsmoduln für dreischichtige und fünfschichtige Platten ist in Tabelle 3.4 angegeben.

## 3.6 Herstellung der Platten

Die Herstellverfahren beider im Projekt untersuchter Plattenprodukte unterscheiden sich wesentlich. Da diese unterschiedlichen Verfahren auch einen grossen Einfluss auf die Steifigkeiten ausüben könnten, werden die Herstellverfahren und Produkte im Folgenden detailliert beschrieben:

### 3.6.1 Produktbezeichnung / Maximale Abmessungen

Die Schilliger Holz AG bezeichnet die produzierten Massivholzplatten als Grossformatplatten GFP. Abmessungen bis zu 3.4 m x 13.7 m und Dicken bis 50 cm werden produziert.

Die Pius Schuler AG verkauft ihre Massivholzplatten unter der Bezeichnung Blockholz. Die maximalen Plattenabmessungen betragen 3 m x 9 m bei einer maximalen Dicke von 50 cm.

### 3.6.2 Rohmaterial

Die Schilliger Holz AG verwendet zur Herstellung der Grossformatplatten Schweizer Fichtenholz (*picea abies*). Für die Decklagen muss das Holz mindestens der Festigkeitsklasse FK II (bzw. C24) entsprechen. In den Innenlagen wird auch Holz der Klasse FK III (bzw. C20) eingebaut. Bei den untersuchten Platten betrugen die Lamellenbreiten der Deckschichten 70 mm, die der Mittelschichten 150 mm.

Das Blockholz der Pius Schuler AG wird aus mindestens der Festigkeitsklasse FK II (bzw. C24) genügender Schweizer Fichte, Tanne oder Kiefer hergestellt. Grobästiges, nicht nagelfestes und drehwüchsiges Holz wird aussortiert. Für die untersuchten Platten wurde Schweizer Fichte (*picea abies*) eingesetzt. Die Lamellenbreiten betrugen bei Deck- und Mittelschichten 25 mm.

### 3.6.3 Herstellungsprozess

Der Prozess zur Herstellung von Schilliger Grossformatplatten ist im Bild 3.8 dargestellt. In einem ersten Schritt werden Lamellen zu Brettschichtholz (BSH) verklebt. Das BSH wird anschliessend mit einer liegenden Bandsäge in Schichten aufgetrennt. Diese Einzelschichten werden ohne seitliche Verklebung als Decklagen der Massivholzplatten verwendet und mit der Innenschicht verklebt. Die Innenschicht besteht aus einzelnen Brettern, die von Hand auf den Decklamellen verlegt werden und auch keine seitliche Verklebung aufweisen (Bild 3.7). Ab einer Schichtdicke von 30 mm werden in den Mittellagen Entlastungsnuten angeordnet (Bild 3.6).



Bild 3.6: Mittelschicht mit Entlastungsnuten

Bild 3.7: Massivholzplatte mit seitlich nicht verklebten Brettern in der Mittellage

Das Blockholz der Pius Schuler AG wird gemäss dem im Bild 3.9 dargestellten Ablauf hergestellt. Seitenbretter werden seitlich zu breiten Lamellen verklebt. Diese werden dann unter Beachtung eines Längsversatzes der Stösse zu einem Blockholz verklebt. Anschliessend werden vertikal einzelne, beliebig breite Lamellen abgesägt, geschliffen und kreuzweise verklebt. Die einzelnen Bretter sind stets seitlich verklebt und die gesamte Platte weist eine sehr hohe Homogenität auf (Bild 3.10).

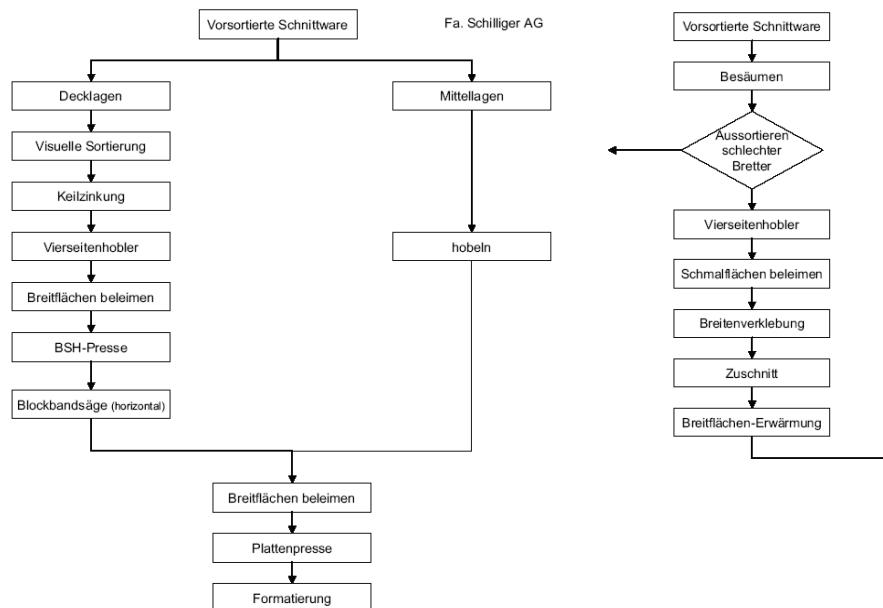


Bild 3.8: Prozess zur Herstellung von Schilliger Grossformatplatten

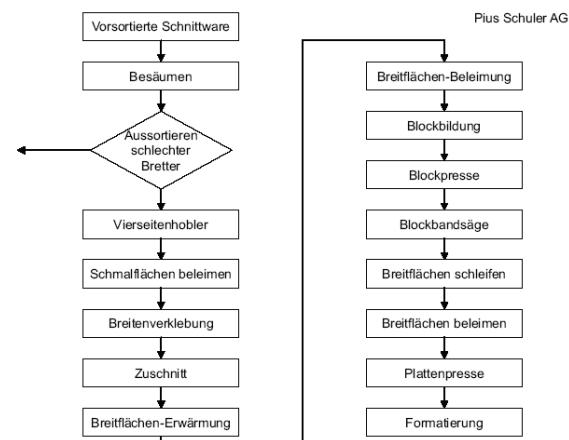


Bild 3.9: Prozess zur Herstellung von Schuler Blockholz

### 3.6.4 Klebstoff und Pressdruck

Das Holz der Schilliger Holz AG weist bei der Verklebung eine Holzfeuchte von 12 bis 14% auf. Zur Keilzinkung und zur Verklebung der Schichten der BSH-Träger und der Massivholzplatten wird ein lösungsmittelfreier 1-K PUR-Kleber verwendet, welcher farblose Leimfugen bildet. Die Flächenverklebung des BSH erfolgt bei Raumtemperatur und bei einem Pressdruck von 2 bar. Die Grossformatplatte wird ebenfalls bei Raumtemperatur geklebt, allerdings auf einer Vakuumpresse bei einem Pressdruck von 1 bar.



Bild 3.10: homogene Verklebung

Das Schuler Blockholz wird entweder mit einem UF-Klebstoff (Harnstoff-Formaldehyd, Verwendungszweck: nur Innenbereich!) oder mit einem Melaminharz (Verwendungszweck: Außenbereich) verklebt. Die seitliche Verklebung der Einzelbretter zu breiteren Lamellen erfolgt unter Hochfrequenzerhitzung mit einem Pressdruck von ca. 6 bar und einer Presszeit von 50-60 sec. Die Verklebung dieser Lamellen zum Blockholz wird daraufhin unter

Erhitzung mit einem Pressdruck von 8 bis 9 bar durchgeführt. Die Presszeit beträgt hierbei 100 sec pro Lamelle. Die vertikal gesägten Lamellen werden anschliessend bei 130°C und einem Pressdruck von 7 bis 8 bar zur Massivholzplatte verklebt. Die Presszeit entspricht ca. 1 min/mm Plattendicke. Bei allen Produktionsschritten beträgt die Holzfeuchte 8%.

### 3.7 Literatur zu Kapitel 3

- [1] Niemz, P. 'Physik des Holzes und der Holzwerkstoffe' (DRW-Verlag Weinbrenner GmbH & Co., Leinfelden-Echterdingen, 1993)
- [2] Neuhaus, H. 'Lehrbuch des Ingenieurholzbau' (Verlag B. G. Teubner, Stuttgart, 1994)
- [3] Donzé, M. 'Modélisation des propriétés mécaniques d'un panneau en bois massif trois couches sollicité en flexion', F / 4 / D / 305 / 02 / 0, Ecole suisse d'ingénieurs du bois, Ei-bois.(2002)
- [4] DIN Deutsches Institut für Normung (Berlin) 'DIN 68364: Kennwerte von Holzarten - Festigkeit, Elastizität, Resistenz' (DIN, 1979)
- [5] Hearmon, R.F.S. 'Elasticity of wood and plywood' (Department of Scientific and Industrial Research, London, 1948)
- [6] Bodig, J. and Jayne, B.A. 'Mechanics of Wood and Wood Composites' (Krieger Publishing Company, 1993)
- [7] Albers, K. 'Querdehnungs- und Gleitzahlen sowie Schub- und Scherfestigkeiten von Holzwerkstoffen' Karlsruhe, 1970)
- [8] CEN 'EN 338: Bauholz für tragende Zwecke - Festigkeitsklassen' 2003)
- [9] DIN Deutsches Institut für Normung (Berlin) 'DIN 1052-1:1988 Holzbauwerke - Berechnung und Ausführung' (DIN, 1988)
- [10] Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein 'Norm SIA 164 - Holzbau' (Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein sia, 1981/92)
- [11] DIN Deutsches Institut für Normung (Berlin) 'DIN 1052:2004 Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau General' (Beuth, Berlin, 2004)
- [12] Blaß, H.J. and Fellmoser, P. 'Design of solid wood panels with cross layers'. 8th World Conference on Timber Engineering, Lahti, 2004, 555-560
- [13] Schickhofer, G. (1999) 'Strassenbrücken aus Holz - Ausgeführte Beispiele'. In: Schickhofer, G. (eds) Brücken aus Holz. Fachverlag Holz der Arbeitsgemeinschaft Holz e.V., Biberach, pp 79-93.
- [14] Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein 'Norm SIA 265 - Holzbau' (Sia, Zürich, 2003)
- [15] Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein 'Norm SIA 265/1 - Holzbau - Ergänzende Festlegungen' (Sia, Zürich, 2003)
- [16] Steiger, R. 'Sortierung von Rund- und Schnittholz mittels Ultraschall', *Holzforschung und Holzverwertung* 49 (2) (1997) 28-35
- [17] Czaderski, C., Steiger, R., Howald, M., Olia, S., Gützow, A. and Niemz, P. 'Versuche und Berechnungen an allseitig gelagerten 3-schichtigen Brettsperrholzplatten', *Holz als Roh- und Werkstoff* (2007)
- [18] Blaß, H.J. and Görlacher, R. (2003) 'Bemessung im Holzbau: Brettsperrholz - Berechnungsgrundlagen'. In: Blaß, H.J. and Görlacher, R. (eds) Holzbau-Kalender. Bruderverlag, Karlsruhe, pp 580-598.

## 4 Methode

Im Folgenden wird die Methode des einfacheren Verständnisses wegen anschaulich dargestellt und auf die Theorie nur oberflächlich eingegangen. Für den interessierten Leser wird auf die Theorie, die sich hinter der Methode verbirgt, im Anhang vertieft eingegangen.

Um die Steifigkeiten der Brettsperrholzplatten zu bestimmen und diese zu verifizieren, wurde nach dem in Bild 4.1 dargestellten Schema vorgegangen. Zuerst wurden die Steifigkeiten aller Plattenarten berechnet (erste Zeile Bild 4.1). Die zweite und dritte Zeile des Bild 4.1 erklären das Vorgehen zur zerstörungsfreien Bestimmung der Steifigkeiten. Anschließend wurden zur Verifikation statische Biegeversuche durchgeführt (unterste Zeile in Bild 4.1).

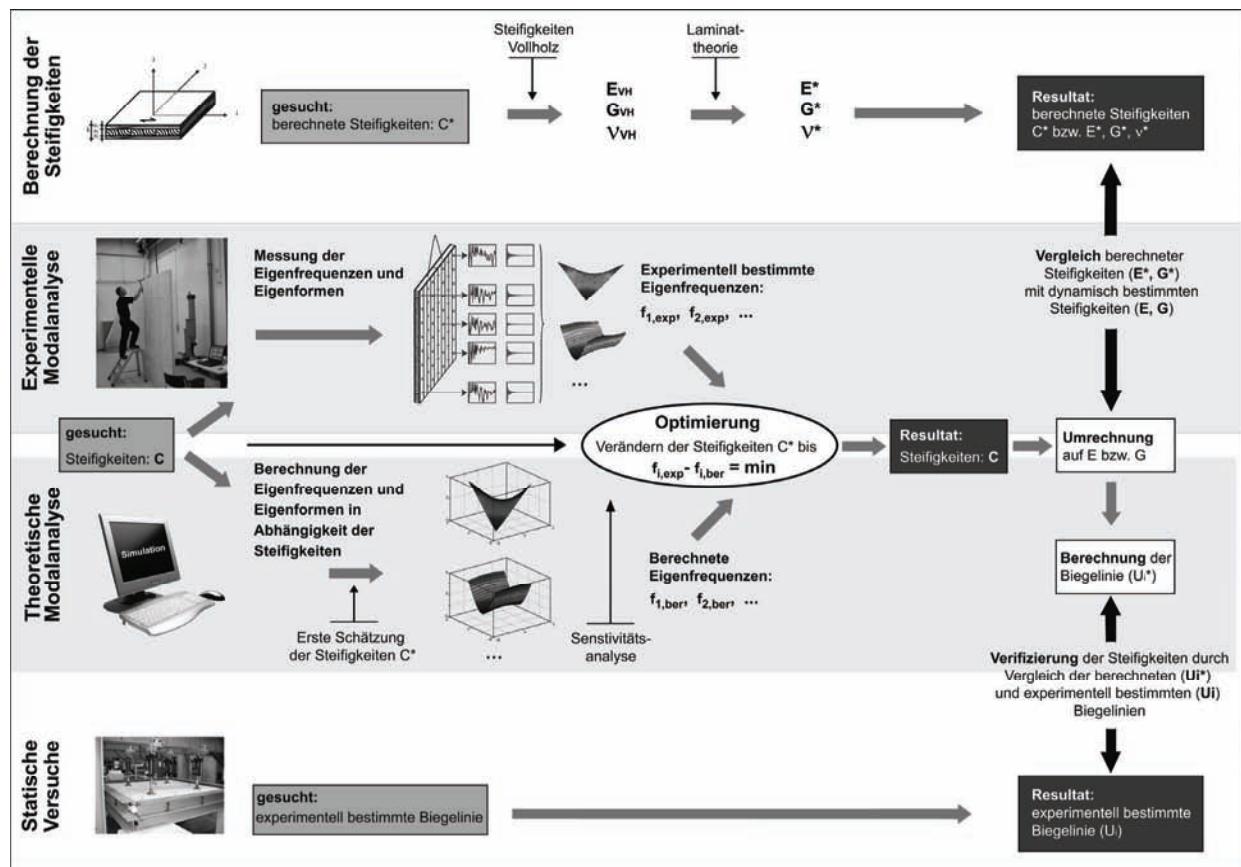


Bild 4.1: Schematische Darstellung der angewandten Methode

Das Verfahren zur zerstörungsfreien Bestimmung der Steifigkeiten besteht im Wesentlichen aus drei Phasen. In der ersten Phase wird ein Experiment („experimentelle Modalanalyse“) durchgeführt (zweite Zeile Bild 4.1), in der zweiten Phase wird das Experiment als Rechenmodell im Computer nachgebildet („theoretische Modalanalyse“, dritte Zeile Bild 4.1) und in der dritten Phase wird das Rechenmodell in Übereinstimmung mit dem Experiment gebracht („Optimierungsprozess“, Bild 4.1 mitte).

## 4.1 Experimentelle Modalanalyse

In der experimentellen Modalanalyse werden die Eigenfrequenzen ( $f_{i,exp}$ ) und Eigenformen der Platten im Versuch bestimmt. Da die Feuchtigkeit des Holzes einen grossen Einfluss auf die elastischen Materialeigenschaften hat, wurden die Experimente in einem klimatisierten Raum (20°C, 60 %) durchgeführt, was eine mittlere Holzausgleichsfeuchte von 11 % ergab.



Bild 4.2: Dynamische Versuche an hängender, quadratischer Platte mit gleichmässigem Raster von 6 x 6 Punkten

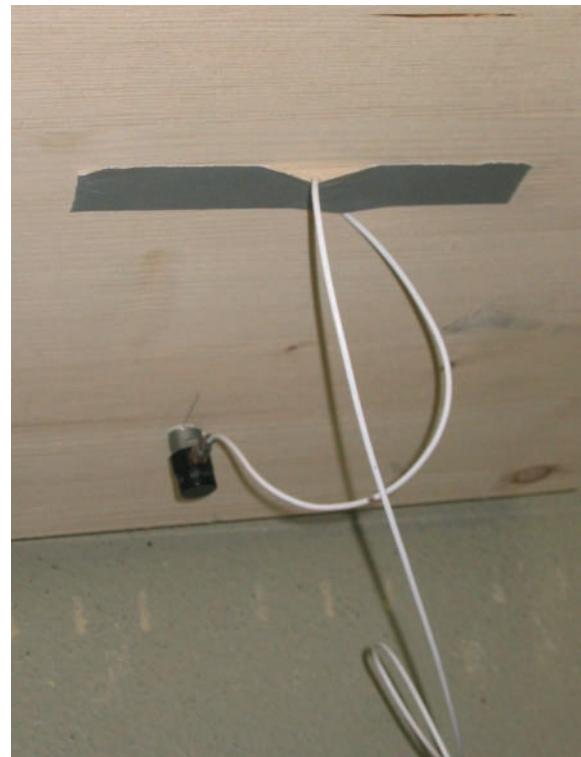


Bild 4.3: Beschleunigungssensor im Eckbereich

In dynamischen Versuchen sind Randbedingungen wie Einspannungen oder einfache Auflager technisch nur schwierig realisierbar, da immer ein Teil der mechanischen Energie abfließt, anstatt vollständig reflektiert zu werden. Deshalb wurden die Platten an leichten, dünnen und langen Fäden aufgehängt, um freie Ränder zu realisieren. Mit einem Impulshammer (PCB 086D20) wurden die Platten an verschiedenen Punkten angeregt (Bild 4.2), die auf einem gleichmässigen Raster angeordnet waren. Jeder Punkt wurde 10-mal angeschlagen und die Messresultate wurden gemittelt. Die dynamische Antwort der Platten wurde mit kleinen, leichten Beschleunigungssensoren (Kistler 8636C10) gemessen, die auf der Rückseite der Platten, zwei im Bereich der Ecken (Bild 4.3) und einer einige Zentimeter neben der Mitte angebracht wurden. Eine Analyse im Vorfeld der Messungen ergab, dass sich diese Messstellen am besten eigneten, da sich hier bei fast allen Eigenformen keine Knotenpunkte einstellten. Die analogen Signale wurden digitalisiert und gespeichert (OROS OR38). An jedem Messpunkt wurde die Übertragungsfunktion für jeden Hammerschlag berechnet und anschliessend alle 10 Signale des gleichen Messpunktes im Frequenzbereich gemittelt. Diese gemittelten Übertragungsfunktionen wurden zurück in den Zeitbereich transformiert, was zu den Impulsantworten führte. Diese wurden durch ein Forward-Backward-Matrix-Pencil Algo-

rithmus ([1]) als eine Summe einzelner Exponentialfunktionen dargestellt, woraus voll automatisiert die Eigenfrequenzen und die Amplituden jedes Punktes identifiziert werden konnten.

## 4.2 Theoretische Modalanalyse

In der theoretischen Modalanalyse wird exakt das gleiche Experiment der experimentellen Modalanalyse im Computer nachgebildet, mit dem Ziel, die Eigenfrequenzen ( $f_{i,ber}$ ) und die Eigenformen („Modes“) der frei schwingenden Platte in Abhängigkeit der elastischen Konstanten  $C_{ik}$  zu berechnen. Während die Dichte und die Geometrie der Platte bekannt sind, sind die einzigen Unbekannten in dieser Berechnung die gesuchten elastischen Eigenschaften  $C_{ik}$  der Platte. Diese werden in einem ersten Rechendurchgang geschätzt ( $C_{ik}^*$ ).

## 4.3 Optimierungsprozess

In beiden Phasen werden Eigenfrequenzen und Schwingungsformen ermittelt. Während im Experiment die „realen“ bestimmt werden, handelt es sich bei den berechneten um erste Näherungswerte, welche von den geschätzten Steifigkeiten ( $C_{ik}^*$ ) abhängen. Wären diese berechneten und die realen Eigenfrequenzen und Schwingungsformen gleich, könnte davon ausgegangen werden, dass die geschätzten Steifigkeiten im theoretischen Modell den wirklichen Steifigkeiten der im Experiment getesteten Platte entsprechen. Da dies jedoch in der Regel nicht der Fall ist, müssen die Steifigkeiten im Rechenmodell so lange systematisch angepasst werden, bis der Unterschied zwischen berechneten Eigenfrequenzen ( $f_{i,ber}$ ) und den realen Eigenfrequenzen ( $f_{i,exp}$ ) minimal wird. Dieser Vorgang geschieht mit Hilfe eines Optimierungsalgorithmus (Bild 4.1, mitte), dessen Resultat diejenigen Steifigkeiten sind, welche das Rechenmodell am Besten an das Experiment anpasst. Somit sind die gesuchten Steifigkeiten  $C_{ik}$  bestimmt.

Da es sich anfänglich lediglich um grobe Schätzungen handelt, stimmt die Reihenfolge der experimentell bestimmten und der theoretisch berechneten Schwingungsformen nicht zwingend überein. Um sicherzustellen, dass nur die Frequenzen von jeweils zusammengehörenden Schwingungsformen in die Schätzung der elastischen Eigenschaften einfließen, werden MAC (Modal Assurance Criterion) Werte verwendet ([2]). Sie geben an, wie gut die theoretisch und die experimentell bestimmten Eigenformen übereinstimmen.

### 4.3.1 Sensitivitätsanalyse

Der Optimierungsalgorithmus konvergiert nur, wenn sich bei Ändern der einzelnen Steifigkeiten auch die berechneten Eigenfrequenzen genügend stark ändern. Daher wurde eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt. Hierbei wurde jeder einzelne Steifigkeitsparameter  $C_{ik}$  um 10% erhöht und der Einfluss dieser Änderungen auf die Resonanzfrequenzen untersucht. Es wurde analog zu Gsell et al. [3] festgestellt, dass die Resonanzfrequenzen eng von den Steifigkeitsparametern  $C_{11}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{55}$  und  $C_{66}$  abhängig sind und nur wenig von  $C_{44}$  beeinflusst werden. Dies hängt damit zusammen, dass die Bestimmbarkeit von  $C_{44}$  von der Geometrie der Platte, also der Dicke, den Seitenverhältnissen und dem Schichtaufbau abhängig ist.

#### 4.4 Verifizierung der Steifigkeiten

Mit Hilfe eines statischen Berechnungsmodells, unter Verwendung der im Optimierungsprozess dynamisch bestimmten Steifigkeitsparametern  $C_{ik}$ , wurden Durchbiegungen der Platten unter verschiedenen Lastanordnungen berechnet. Um zu kontrollieren, wie genau die berechneten Durchbiegungen sind und wie gut die berechneten Biegelinien sich den realen Biegelinien angleichen, wurden die Platten statisch in Grossversuchen getestet. Hierzu wurden sie allseitig aufgelegt, gegen Abheben gesichert und unter verschiedenen Belastungen geprüft (vierte Zeile Bild 4.1).

#### 4.5 Literatur zu Kapitel 4

- [1] Hua, Y. and Sarkar, T.K. 'Matrix Pencil Method for Estimating Parameters of Exponentially Damped Undamped Sinusoids in Noise', *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing* **38** (5) (1990) 814-824
- [2] Maia, N.M.M. 'Theoretical and experimental modal analysis' (Research Studies Press etc., Taunton, Somerset, England, 1997)
- [3] Gsell, D., Feltrin, G., Schubert, S., Steiger, R. and Motavalli, M. 'Cross laminated timber plates: Evaluation and verification of homogenized elastic properties', *Journal of Structural Engineering* **133** (1) (2007) 132-138

## 5 Phase 1: Experimente an quadratischen Platten

In einem ersten, explorativen Schritt wurden 24 Massivholzplatten untersucht. Das Ziel war die Bestimmung der elastischen Eigenschaften mit der in Kapitel 4 vorgestellten zerstörungsfreien, dynamischen Methode und deren Validierung mit statischen Versuchen.

### 5.1 Abmessungen

Die Platten unterschieden sich zum einen bedingt durch unterschiedliche Produktion (Produkt A vom Hersteller Schilliger Holz AG und Produkt B vom Hersteller Pius Schuler AG), zum anderen in ihren Schichtaufbauten. Jeder Hersteller produzierte je neun 70 mm dicke Platten mit den Aufbauten 10/50/10 mm und drei Platten mit den Aufbauten 25/20/25 mm (Bild 5.1). Die Platten waren quadratisch mit einer Seitenlänge von 2.5 m.

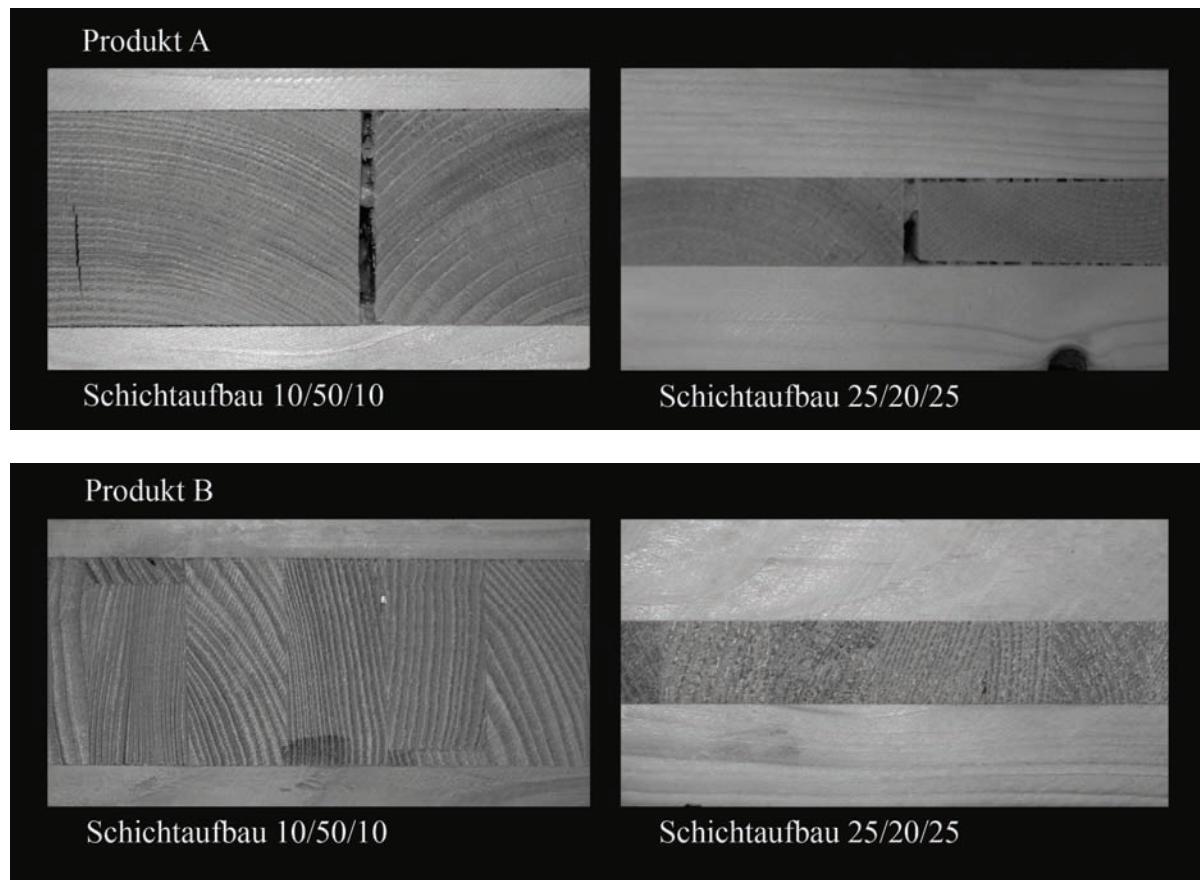


Bild 5.1: Versuchsmaterial: 2 unterschiedliche Produkte und 2 Plattenaufbauten

## 5.2 Methode

Um die Steifigkeiten der Brettsperrholzplatten zu bestimmen und diese zu verifizieren, wurde nach dem in Bild 4.1 dargestellten und in Kapitel 4 vorgestellten Schema vorgegangen.

### 5.2.1 Berechnung der elastischen Eigenschaften der quadratischen Platte

Zuerst wurden die Steifigkeiten aller Platten ingenieurmässig berechnet (Abschnitt 3.5). Es wurde angenommen, dass sämtliches eingesetztes Rohmaterial der Festigkeitsklasse C24 entspricht. Diese Berechnung ist einerseits nötig, um Anfangswerte für die später durchgeführte theoretische Modalanalyse (Rechenmodell) zu erhalten. Andererseits werden diese berechneten Steifigkeiten auch mit den dynamisch bestimmten verglichen und diskutiert. Um dem Ingenieur und dem Holzbauer diesen Vergleich anschaulicher darzustellen, werden alle Steifigkeiten auf die im Ingenieurwesen gebräuchlichen Elastizitäts- und Schubmoduln ( $E^*$  und  $G^*$ ) rückgerechnet.

Im Folgenden werden alle berechneten elastischen Parameter mit einem Stern (\*) versehen, um diese klar von den dynamisch bestimmten elastischen Eigenschaften unterscheiden zu können. Die berechneten Parameter der Steifigkeitsmatrix, die berechneten Schub- und Elastizitätsmoduln sowie die berechneten Querdehnungszahlen für die zwei verschiedenen Plattenaufbauten sind in Tabelle 5.1 dargestellt.

### 5.2.2 Dynamische Versuche

Für die experimentelle Modalanalyse wurden die Platten an leichten, dünnen und langen Fäden aufgehängt und mit einem Impulshammer (PSC 086D20) an 36 Punkten, die auf einem gleichmässigen Raster von 6 mal 6 Punkten angeordnet waren, angeregt (Bild 4.2). Die Feuchtigkeitsmessungen der Platten kurz vor den Versuchen ergaben im Mittel Feuchtigkeitsgehalte von 10.2 % in den Decklagen und 12.3 % in den Mittellagen.

### 5.2.3 Berechnung der Durchbiegung

Mit Hilfe eines statischen Berechnungsmodells, unter Verwendung der dynamisch bestimmten Steifigkeitsparametern  $C_{ik}$ , wurden die Durchbiegungen ( $u_i^*$ ) der Platten an den Stellen berechnet, an welchen sie später in den statischen Biegversuchen gemessen wurden (Kapitel 5.3), und schließlich mit den gemessenen Durchbiegungen ( $u_i$ ) verglichen.

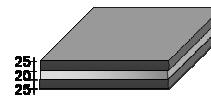
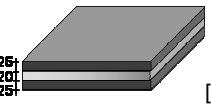
Plattenaufbau1	Plattenaufbau2	Plattenaufbau 1	Plattenaufbau 2
 [mm]	 [mm]	 [mm]	 [mm]
<i>Parameter <math>C_{ik}</math> der Steifigkeitsmatrix [N/mm<sup>2</sup>]</i>		<i>Querdehnungszahlen <math>\nu</math> [-]</i>	
$C_{11}^* = 7556$	$C_{11}^* = 10860$	$\nu_{12}^* = 0.006$	$\nu_{12}^* = 0.02$
$C_{22}^* = 4401$	$C_{22}^* = 884$	$\nu_{21}^* = 0.02$	$\nu_{21}^* = 0.006$
$C_{33}^* = 583$	$C_{33}^* = 583$	$\nu_{13}^* = 0.22$	$\nu_{13}^* = 0.10$
$C_{12}^* = 118$	$C_{12}^* = 30$	$\nu_{31}^* = 0.22$	$\nu_{31}^* = 0.09$
$C_{13}^* = 129$	$C_{13}^* = 60$	$\nu_{23}^* = 0.10$	$\nu_{23}^* = 0.22$
$C_{23}^* = 60$	$C_{23}^* = 129$	$\nu_{32}^* = 0.09$	$\nu_{32}^* = 0.21$
$C_{44}^* = 193$	$C_{44}^* = 93$	<i>Schubmoduln <math>G</math> [N/mm<sup>2</sup>]</i>	
$C_{55}^* = 93$	$C_{55}^* = 193$	$G_{12}^* = 688$	$G_{12}^* = 688$
$C_{66}^* = 688$	$C_{66}^* = 688$	$G_{13}^* = 93$	$G_{13}^* = 193$
		$G_{23}^* = 193$	$G_{23}^* = 93$
		<i>Elastizitätsmoduln <math>E</math> [N/mm<sup>2</sup>]</i>	
		$E_{11}^* = 7191$	$E_{11}^* = 10756$
		$E_{22}^* = 4358$	$E_{22}^* = 794$

Tabelle 5.1: Berechnete Steifigkeitsparameter, Querdehnungszahlen, Schubmoduln und Elastizitätsmoduln der quadratischen Platten

### 5.3 Statische Versuche

Um die dynamisch bestimmten Steifigkeiten zu verifizieren, wurden an allen 24 Platten Biegeversuche durchgeführt [1]. Die Platten wurden allseitig auf ein 50 mm breites Linienlager aufgelegt und gegen Abheben gesichert (Bild 5.4). Die Lasteinleitung erfolgte über quadratische Stahlplatten mit Seitenlängen von 150 mm. Die Kraft wurde durch ein Pendelmanometer mittels Öldruck erzeugt und durch DMS-Zug-Druck-Kraftaufnehmer gemessen. Die Durchbiegungen wurden mit mechanischen Messuhren (Bild 5.3) an 4 Punkten bestimmt.

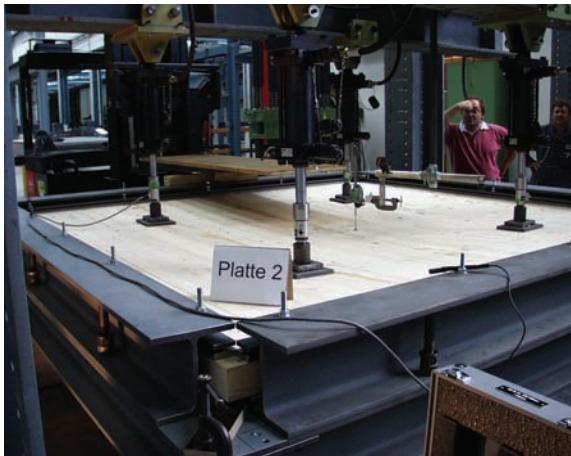


Bild 5.2: Statische Versuche an Platte 2, belastet mit 4 Einzellasten



Bild 5.3: Messung der Durchbiegung an der Unterseite der Platte

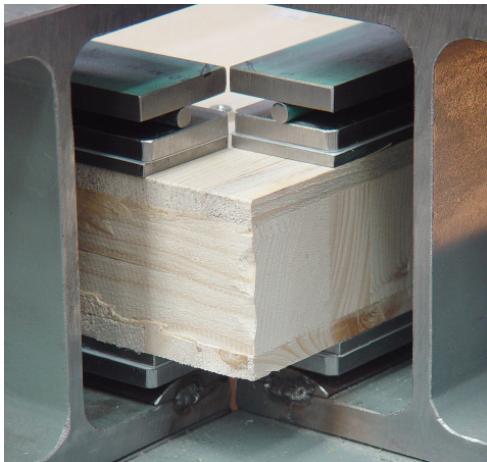


Bild 5.4: Linienlagerung der Platten

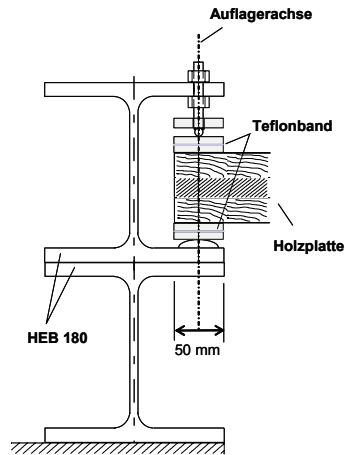


Bild 5.5: Plattenlagerung

Die Messstellen sind in Bild 5.6 dargestellt. Sie befanden sich immer genau im Viertels- oder Mittelpunkt der Platte (612.5 mm oder 1225 mm vom Plattenrand entfernt). Das Versuchsprogramm beinhaltete Belastungen mit vier Einzellasten in den Quadrantenmittelpunkten (Bild 5.2), einer Einzellast in Plattenmitte sowie in einem der Quadrantenmittelpunkte. Alle Platten wurden stufenweise bis zu einer maximalen Last von 30 kN belastet und anschliessend wieder entlastet. Eine Übersicht über die Belastungsanordnung der einzelnen Platten gibt Tabelle 5.3.

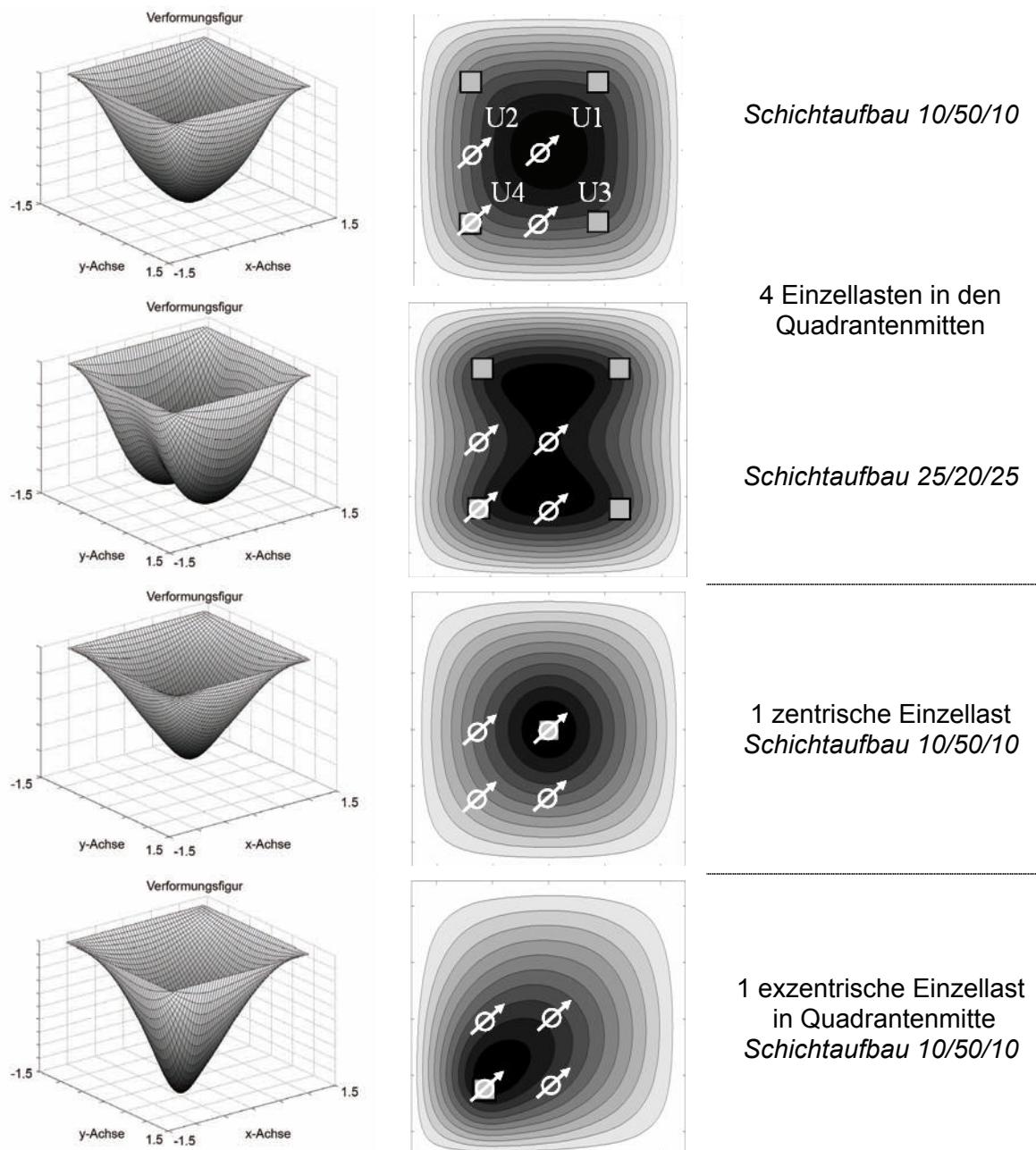


Bild 5.6: Simulierte Verformungsfiguren und Belastungs- sowie Messpunkte

Um festzustellen, ob die Verifizierung der dynamisch bestimmten Steifigkeiten durch statische Versuche für alle Steifigkeitsparameter aussagekräftig ist und welche Steifigkeitsparameter für die Berechnung von Brettsperrholzplatten benötigt werden, wurde eine Parameterstudie durchgeführt. Hierbei wurde für jeden Plattenaufbau und jede Belastungssituation eine repräsentative Platte ausgewählt. Deren dynamisch bestimmte Steifigkeitsparameter wurden jeweils um 10% erhöht und die Einwirkung jedes Steifigkeitsparameters auf die berechneten Durchbiegungen kontrolliert. In Bild 5.7 und Bild 5.8 wurden nur die für eine Berechnung der Durchbiegung wichtigsten Steifigkeitsparameter  $C_{11}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{44}$ ,  $C_{55}$  und  $C_{66}$  dargestellt. Alle anderen wiesen einen vernachlässigbaren kleinen Einfluss auf die Durchbiegung auf. Es ist gut zu erkennen, dass die maximale Änderung des Steifigkeitsparameters  $C_{44}$  nur 0.2% beträgt, was im Vergleich zu anderen Steifigkeitsparametern ( $C_{55} > 0.5\%$ ,  $C_{11} > 4\%$ ) sehr gering

ist.  $C_{44}$  hat somit keinen Einfluss auf die Berechnung der Durchbiegungen und die Genauigkeit dieses Parameters wird mit diesen Versuchen nicht verifiziert werden können.

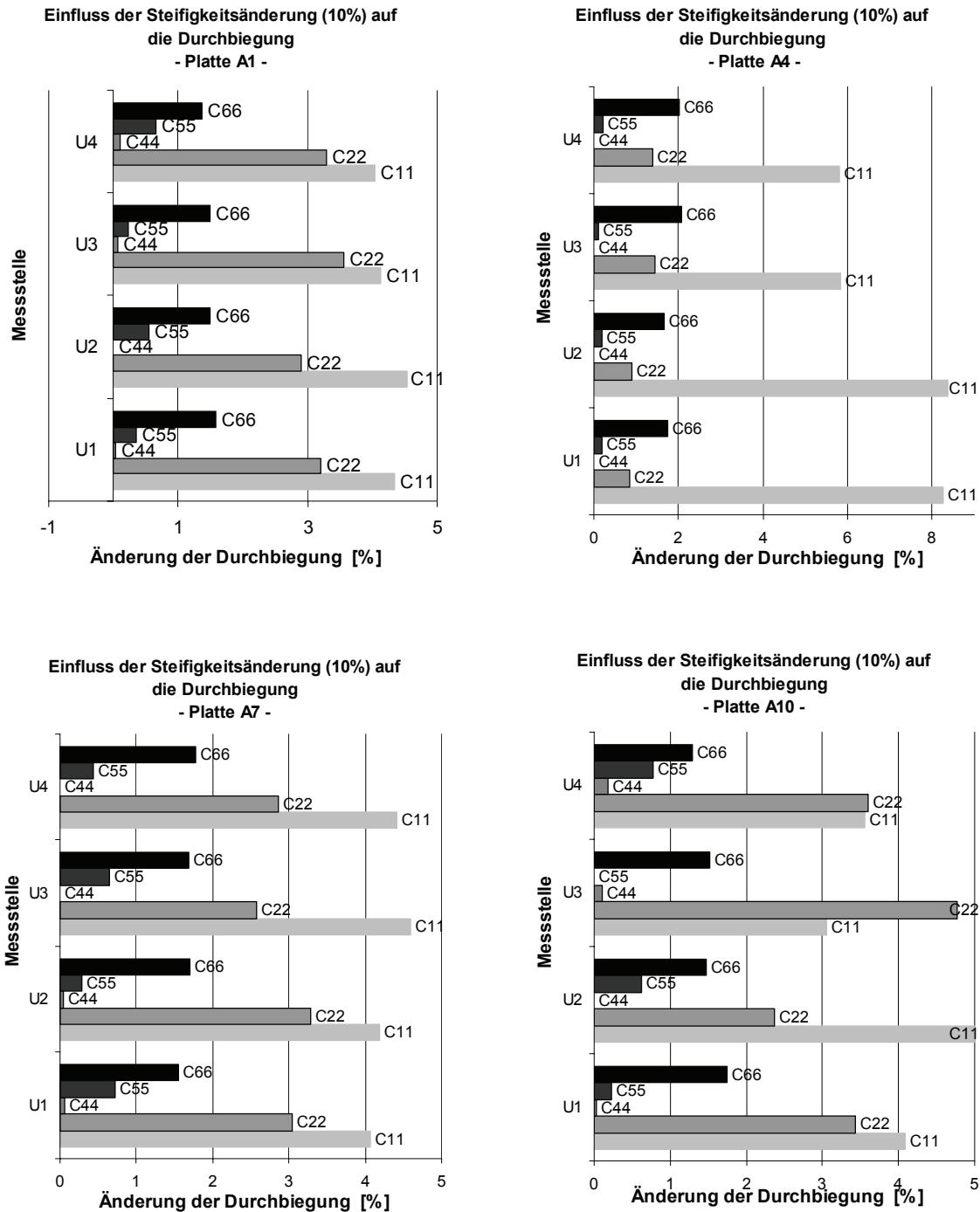


Bild 5.7: Einfluss der Steifigkeitsänderung (10%) auf die Durchbiegung bei Produkt A

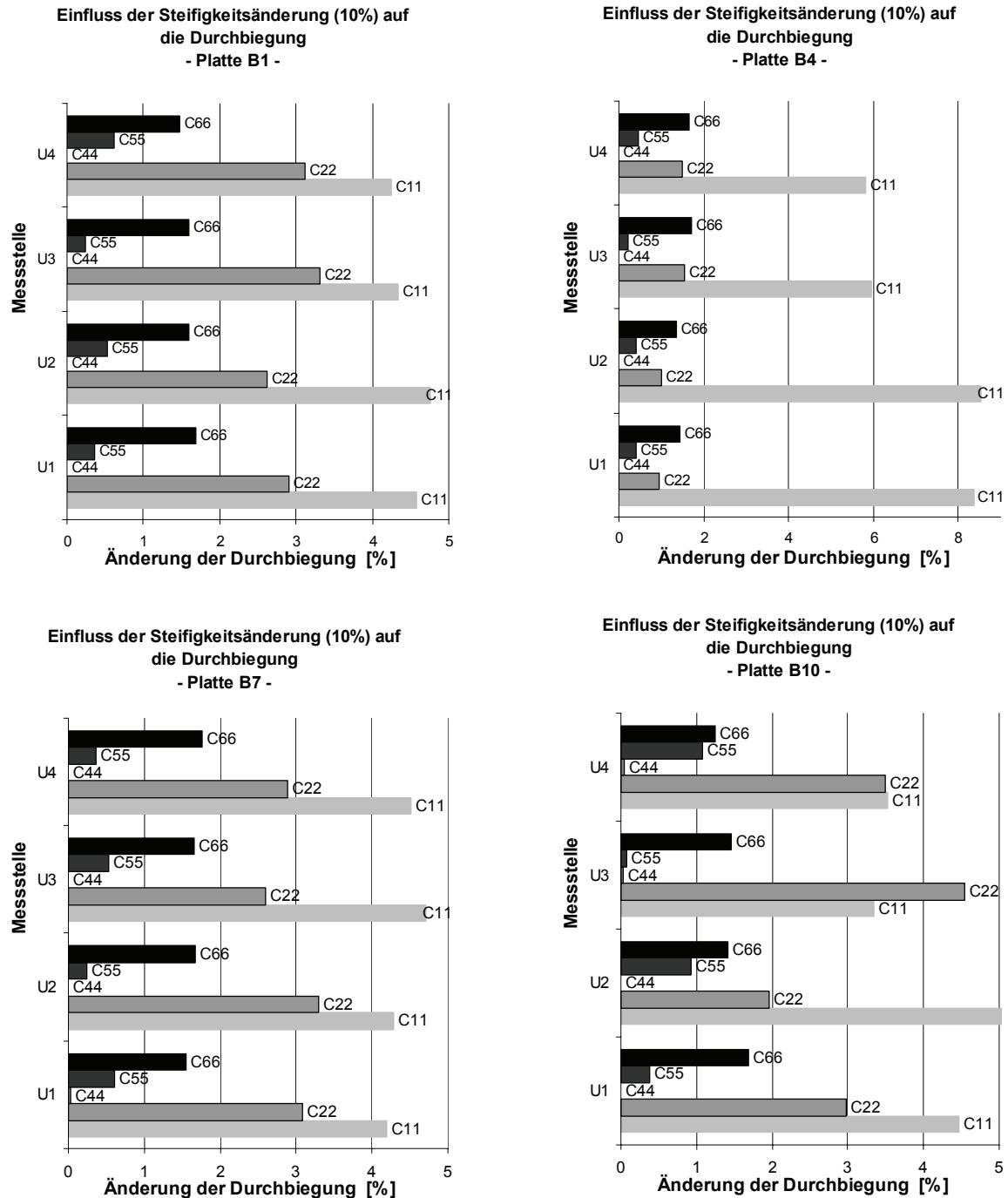


Bild 5.8: Einfluss der Steifigkeitsänderung (10%) auf die Durchbiegung bei Produkt B

## 5.4 Resultate und Diskussion

### 5.4.1 Anwendbarkeit der Methode

Da es sich bei dem untersuchten Verfahren um eine sehr neuartige Methode zur Bestimmung der Steifigkeiten von Holzplatten handelt und diese das Potenzial besitzt, im Produktionsfluss eingesetzt zu werden, wurde besonderer Augenmerk auf die Durchführung gelegt. Das heisst, es wurde überprüft, welche Steifigkeiten bestimmt werden können, wie genau diese sind und wie am besten vorzugehen ist, um einen vollautomatisierten Prozess zu erhalten.

#### **Steifigkeiten**

Für beinahe alle Platten konnten die Steifigkeiten  $C_{11}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{44}$ ,  $C_{55}$ ,  $C_{66}$  bestimmt werden. Ausnahme bildeten die Steifigkeiten der Platten, die in Tabelle 5.3 grau hinterlegt sind. Bei der Bestimmung der Steifigkeiten dieser Platten strebte der Steifigkeitsparameter  $C_{44}$  im Optimierungsprozess gegen unendlich. Daher wurde dieser geschätzt. Als Wert wurde der Mittelwert der identischen Platten des jeweiligen Herstellers gewählt. Alle bestimmten Steifigkeiten  $C_{ik}$  sowie die Rückrechnung in die bekannten Ingenieurmoduln ( $E_{ii}$ ,  $G_{ij}$ ) sind in Tabelle 5.3 zusammengestellt.

#### **Optimierungsprozess**

Im Optimierungsprozess erwies es sich als sinnvoll, nicht alle Steifigkeitsparameter gleichzeitig zu bestimmen, sondern schrittweise vorzugehen. Vorerst wurden die Steifigkeitsparameter  $C_{11}$  und  $C_{22}$ , die in der Sensitivitätsanalyse den grössten Einfluss auf die Eigenfrequenzen aufwiesen, einzeln bestimmt. Für die restlichen Steifigkeiten wurden hier die Schätzwerte  $C_{ik}^*$  angenommen. Anschliessend wurden die Steifigkeiten  $C_{44}$ ,  $C_{55}$ ,  $C_{66}$  und schliesslich alle gleichzeitig angenähert. Die berechneten Startwerte ( $C_{ik}^*$ ) zeigten sich im Iterationsverfahren als genau genug und konvergierten in Richtung Zielparameter. Es konnten für jede Platte mindestens 7 und maximal 14 korrespondierende Eigenformen (Modes) gefunden werden. Die höchste korrespondierende Eigenform (Mode 19) wies eine Eigenfrequenz von 230 Hz auf. Bei höheren Frequenzwerten wurden die gemessenen Eigenfrequenzen ungenau und die Eigenformen konnten nicht mehr gut bestimmt werden. Der Vergleich zwischen den gemessenen und den (auf Basis der dynamisch bestimmten Steifigkeiten) berechneten Eigenfrequenzen zeigt, dass die maximale Abweichung bei 2.4% liegt. Der Mittelwert aller Abweichungen beträgt 0.5%. In Tabelle 5.2 sind am Beispiel von Platte A10 die berechneten ( $f_{ber}$ ) und die experimentell bestimmten ( $f_{exp}$ ) Eigenfrequenzen und Eigenformen (Modes) gegenübergestellt und die MAC-Werte aufgelistet.

Experimentell bestimmte Modes	$f_{exp}$	$f_{ber}$	Abw. [%]	MAC	Mode	Theoretisch bestimmte Modes
	13.95	14.04	0.62	1.00	1	
	38.65	39.07	1.09	0.99	2	
	43.28	43.52	0.54	0.98	3	
	47.79	47.74	-0.10	0.97	4	
	52.17	51.24	-1.78	0.99	5	
	78.85	79.36	0.66	0.99	6	
	106.04	106.10	0.05	0.99	7	
	109.91	111.61	1.54	0.97	8	
	114.01	112.90	-0.98	0.98	9	
	118.92	117.77	-0.97	0.99	10	
	188.85	188.10	-0.40	0.98	13	
	230.32	229.38	-0.41	0.93	19	

Tabelle 5.2: Vergleich der berechneten ( $f_{ber}$ ) und der experimentell bestimmten ( $f_{exp}$ ) Eigenfrequenzen und Modes sowie Darstellung der MAC-Werte (Modal Assurance Criterion) von Platte A10

#### 5.4.2 Dynamisch bestimmte Steifigkeiten

Nachfolgend werden die berechneten ( $C_{ik}^*$ ) und die dynamisch ermittelten ( $C_{ik}$ ) Steifigkeiten verglichen. Sodann werden die ermittelten Steifigkeitswerte statistisch ausgewertet. Es wird überprüft, wie genau ingenieurmässige Berechnungen sind und in wieweit sie auf der „sicheren Seite“ liegen. Die dynamisch bestimmten Steifigkeiten aller Platten sind in Tabelle 5.3 zusammengestellt. In Bild 5.9 bis Bild 5.13 sind die Steifigkeiten in Diagrammen dargestellt. Die einzelnen Punkte entsprechen jeweils den dynamisch bestimmten Steifigkeiten ( $E_{ii}$  und  $G_{ij}$ ), die horizontalen Geraden den berechneten Werten ( $E_{ii}^*$  und  $G_{ij}^*$ ). Der grau hinterlegte

Bereich markiert das Streuband zwischen Minimal- und Maximalwerten, die grau gestrichelte Gerade in diesem Bereich entspricht dem Mittelwert aller dynamisch bestimmten Ingenieurmoduln.

Bezeichnung der Platten		A/B 1-3			A/B 4-6			A/B 7-9			A/B 10-12		
Schichtaufbau der Platten		10/50/10 mm			25/20/25 mm			10/50/10 mm			10/50/10 mm		
Lastanordnung		A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12
Produkt A [N/mm <sup>2</sup> ]	$C_{11}$	8048	8407	7263	9931	11480	11381	8050	6940	6732	6961	6863	6269
	$C_{22}$	5220	4751	5129	532	611	599	4499	5248	4967	5320	5329	5313
	$C_{44}$	416	401	378	334	916	1416	635	604	627	512	522	512
	$C_{55}$	87	84	93	407	237	285	76	114	136	138	126	78
	$C_{66}$	630	674	709	645	695	735	692	674	651	650	636	684
		B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12
Produkt B [N/mm <sup>2</sup> ]	$C_{11}$	9402	9029	9349	12782	13497	13308	9117	9486	9391	9080	8610	9334
	$C_{22}$	5264	5300	5368	669	634	749	5138	5405	5474	5237	4878	5100
	$C_{44}$	3359	1272	2168	2039	2405	2772	1992	2827	2087	2168	2163	1474
	$C_{55}$	109	108	88	241	176	217	105	92	113	94	91	92
	$C_{66}$	743	770	746	651	635	697	765	757	759	729	750	801
		B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12
Steifigkeiten (Ingenieurkonstanten)		A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12
Produkt A [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{11}$	7662	8005	6915	9841	11376	11278	7665	6607	6409	6660	6534	5968
	$E_{22}$	5170	4705	5080	507	582	571	4455	5197	4919	5319	5277	5261
	$G_{12}$	630	674	709	645	695	735	692	674	651	661	636	684
	$G_{13}$	87	84	93	407	237	285	76	114	136	114	126	78
	$G_{23}$	416	401	378	334	916	1416	635	604	627	512	522	512
		B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12
Produkt B [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{11}$	8952	8597	8902	12666	13374	13187	8681	9032	8941	8645	8198	8887
	$E_{22}$	5213	5249	5316	638	604	714	5089	5353	5421	5187	4831	5051
	$G_{12}$	743	770	746	651	635	697	765	757	759	729	750	801
	$G_{13}$	109	108	88	241	176	217	105	92	113	94	91	92
	$G_{23}$	3359	1272	2168	2039	2405	2772	1992	2827	2087	2168	2163	1474
		B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12

Tabelle 5.3: Dynamisch bestimmte Steifigkeiten  $C_{ik}$ ,  $G_{ij}$  und  $E_{ii}$  der Platten

In Bild 5.9 und Bild 5.11 werden die berechneten und die gemessenen Werte der zwei E-Moduln verglichen. Es ist zu erkennen, dass Produkt B im Mittel höhere Werte aufweist als Produkt A. Der Elastizitätsmodul parallel zur Faserrichtung der Decklagen ( $E_{11}$ ) liegt bei den Platten A und dünner Decklage unter den berechneten Werten. Die Platten B mit dünner Decklage

überschreiten den berechneten Wert hingegen deutlich. Bei dicken Decklagen (25 mm) überschreiten die Platten des Produktes A  $E_{11}^*$  knapp, die Platten B übertreffen die berechneten Werte wiederum deutlich. Der berechnete Elastizitätsmodul senkrecht zur Faserrichtung der Decklagen ( $E_{22}^*$ ) wird von allen Platten mit dicken Decklagen (25 mm) knapp unterschritten. Auffällig ist die insgesamt größere Streuung der Werte bei Produkt A. Der Elastizitätsmodul von Platte A12 weicht beispielsweise um 17% vom berechneten Elastizitätsmodul ab. Der Schubmodul  $G_{23}$  variiert von Platte zu Platte extrem (Bild 5.13). Plausible Werte liefern nur Platten des Produktes A mit dünner Decklage.

**Diagramm a**  
**Steifigkeiten der Platten mit Schichtaufbau 10-50-10**

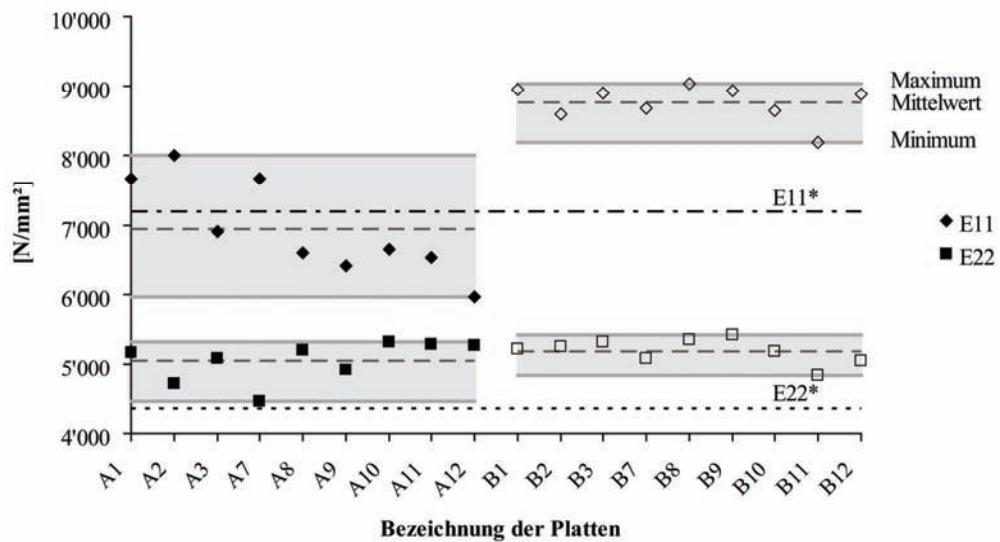


Bild 5.9: Vergleich dynamisch bestimmter und berechneter E-Moduln bei Platten des Aufbaus 10/50/10 mm

**Diagramm b**  
**Steifigkeiten der Platten mit Schichtaufbau 10-50-10**

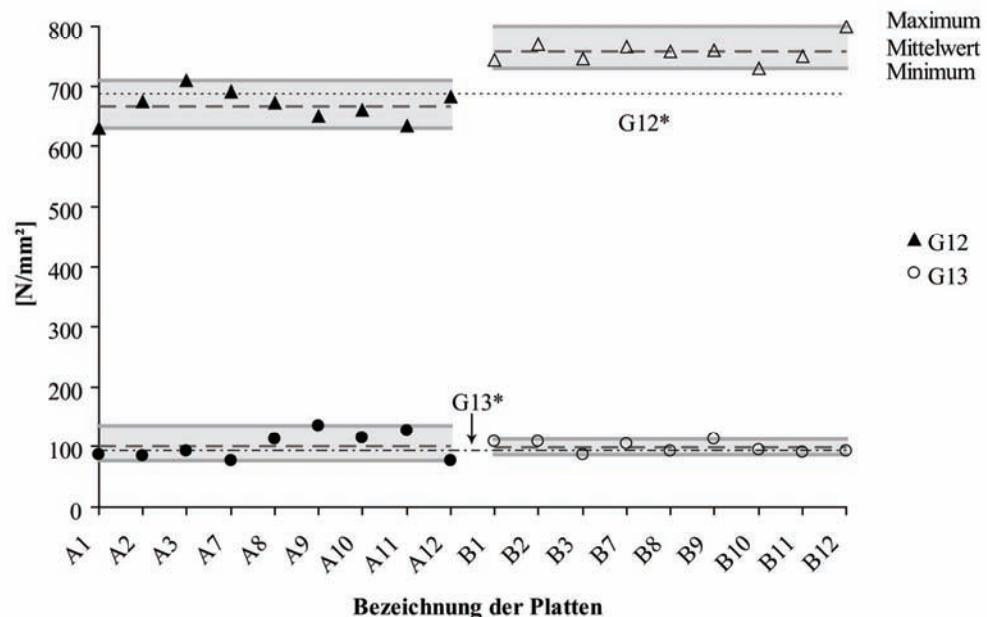


Bild 5.10: Vergleich dynamisch bestimmter und berechneter G-Moduln bei Platten des Aufbaus 10/50/10 mm

**Diagramm c** Steifigkeiten der Platten mit Schichtaufbau 25/20/25

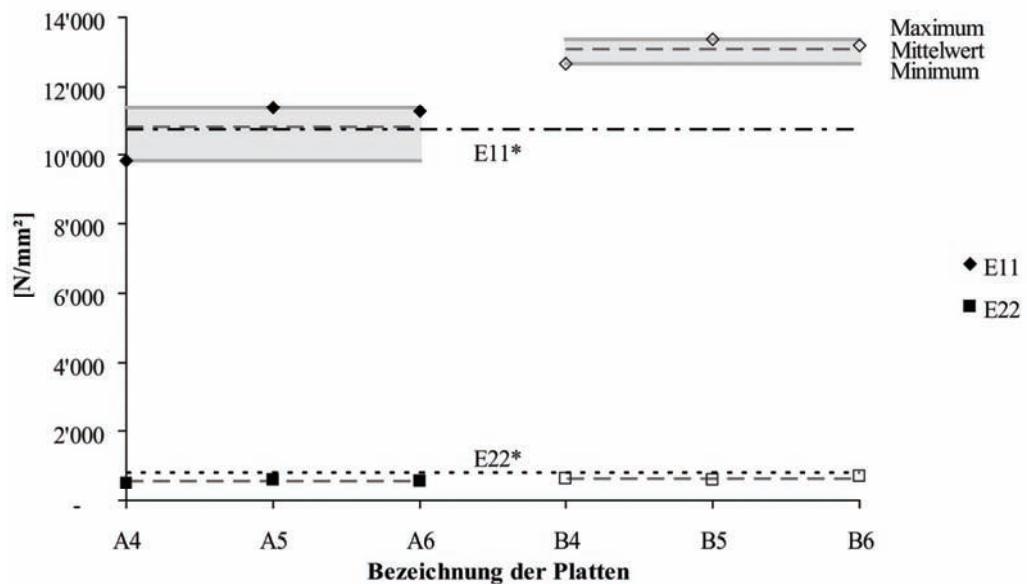


Bild 5.11: Vergleich dynamisch bestimmter und berechneter E-Moduln bei Platten des Aufbaus 25/20/25 mm

**Diagramm d** Steifigkeiten der Platten mit Schichtaufbau 25/20/25

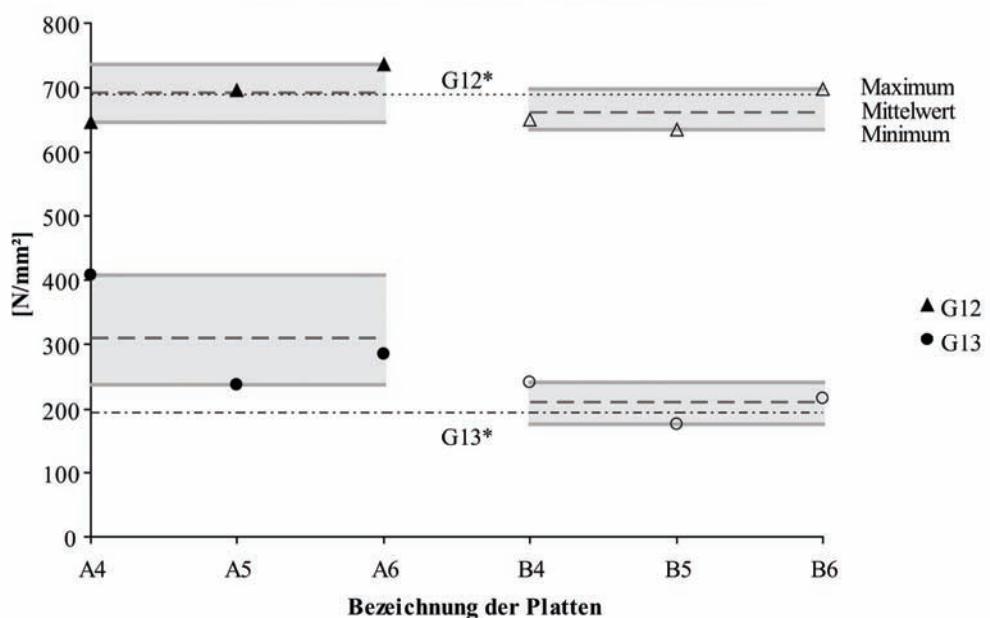


Bild 5.12: Vergleich dynamisch bestimmter und berechneter G-Moduln bei Platten des Aufbaus 25/20/25 mm

Diagramm e

Steifigkeiten der Platten mit Schichtaufbau 10-50-10

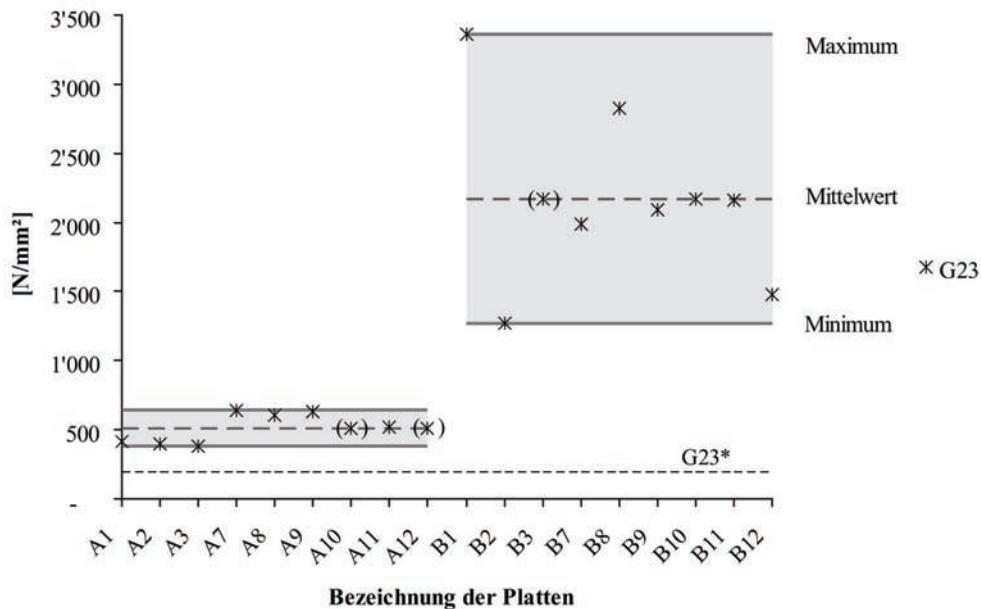


Bild 5.13: Dynamisch bestimmte Schubmoduln (Punkte) und berechnete Schubmoduln (Geraden) bei Platten des Aufbaus 10/50/10 mm

In Bild 5.14 und Bild 5.15 sind die dynamisch bestimmten Ingenieurkonstanten für die Platten mit den dünnen Decklagen (10 mm) in einem normalverteilten Wahrscheinlichkeitsnetz dargestellt. Die Abszisse entspricht der Wertearchse, die Ordinate gehorcht einer Normalverteilung. Sämtliche Steifigkeiten sind normalverteilt, was durch die Linearität der Werte im Wahrscheinlichkeitsnetz bestätigt wird. Die Steigung der Geraden entspricht der Streuung, der Schnittpunkt mit der Horizontalen bei 50% dem Mittelwert. Im Weiteren sind in Bild 5.14 und Bild 5.15 die Standardabweichung sowie die Variationskoeffizienten angegeben. Eine statistische Auswertung ist nur bei den Platten mit dünnen Decklagen (10 mm) sinnvoll, da hier von jedem Produkt 9 Platten untersucht werden konnten. Bei den Platten mit den breiten Decklagen (25 mm) dagegen ist die Stichprobenanzahl zu klein.

Aus den größeren Steigungen der Regressionsgeraden von Produkt B kann geschlossen werden, dass die Steifigkeiten dieses Produkts sehr viel weniger streuen, also einen durchgängig kleineren Variationskoeffizienten aufweisen, als die Platten des Produkts A. Des Weiteren sind die Mittelwerte des Produkts B durchweg höher als diejenigen des Produktes A.

Es können zusammenfassend 4 Aussagen über den Vergleich der berechneten und dynamisch bestimmten Steifigkeiten gemacht werden:

- Produkt B weist höhere Steifigkeiten auf als Produkt A. Der mittlere Elastizitätsmodul von Produkt A liegt bei dünnen Decklagen unter den berechneten Werten. Die Begründung dieser Feststellung ist einerseits in der Produktionsweise, andererseits im Rohmaterial zu suchen. Produkt B wird aus hochwertigen Seitenbrettern hergestellt. Strukturbedingte lokale Eigenschaftsschwankungen werden durch sehr häufiges Auftrennen und anschließend optimiertes Zusammensetzen

ausgeglichen. Die Mittellamellen sind im Gegensatz zu Produkt A seitlich verklebt (Bild 5.1).

- Die Steifigkeiten des Produktes B streuen weniger, die Variationskoeffizienten sind kleiner als bei Produkt A. Auch diese Beobachtung kann mit dem größeren Homogenisierungseffekt bei der Herstellung dieser Platten erklärt werden. Die Mittellage entspricht im Gegensatz zu Produkt A einer Scheibe.
- Der Elastizitätsmodul senkrecht zur Faserrichtung ( $E_{22}$ ) der Decklagen wurde in der Berechnung meistens überschätzt. Die Ursache liegt in der Annahme der Elastizitätsmoduln senkrecht zur Faser von Vollholz. Diese wurden nicht gemäss EN 338 [2] gewählt, sondern auf Basis anderer Literaturangaben [3] geschätzt. Die Tatsache, dass die Differenz zwischen  $E_{22}$  und  $E_{22}^*$  mit dickerer Decklage steigt, untermauert diesen Verdacht, da bei Berechnung von Brettsperrholzplatten der Einfluss des Elastizitätsmoduls  $E_{22}$  von Vollholz auch mit größerer Deckladicke zunimmt. Es wird vorgeschlagen, den Elastizitätsmodul senkrecht zur Faser des Rohmaterials ( $E_{22}$ ) zu  $E_{11}/30 = 300 \text{ N/mm}^2$  anzunehmen.
- Die Steifigkeiten  $C_{44}$  bzw.  $G_{23}$  weisen einen extrem hohen Variationskoeffizienten auf und überschätzen den berechneten Wert  $G_{23}^*$  enorm. Dies weist darauf hin, dass die Bestimmung dieses Wertes schwierig ist und näher diskutiert werden muss.

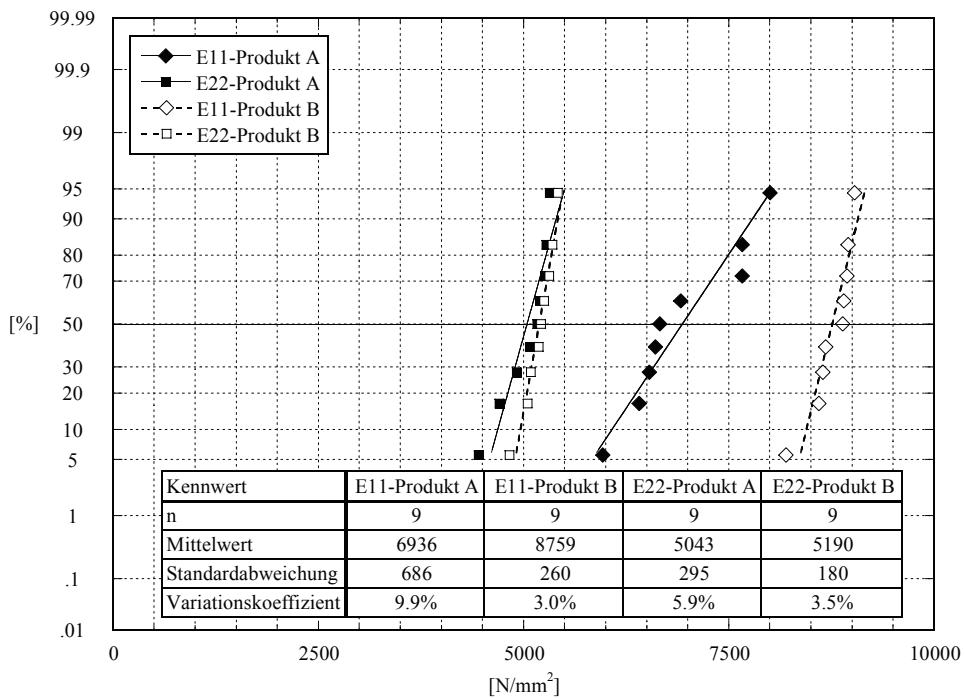


Bild 5.14: E-Modul  $E_{11}$  und  $E_{22}$  im normalverteilten Wahrscheinlichkeitsnetz

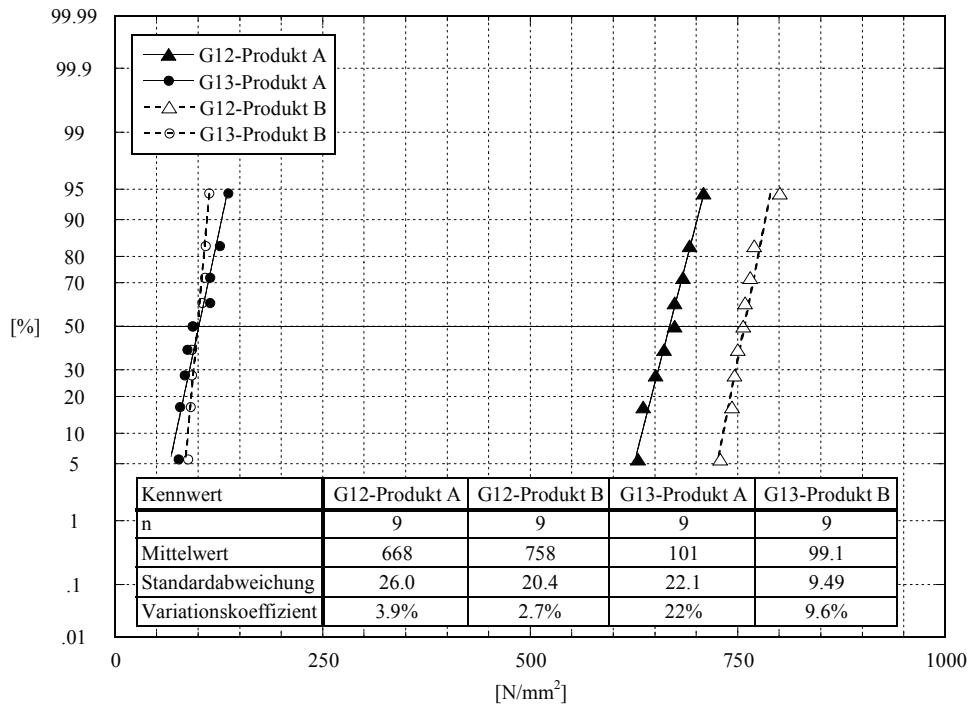


Bild 5.15: G-Modul  $G_{12}$  und  $G_{13}$  im normalverteilten Wahrscheinlichkeitsnetz

### 5.4.3 Verifizierung mit Biegeversuchen

Um zu untersuchen, ob die dynamisch bestimmten Steifigkeiten stimmen und wie genau sie sind, wurde ein Vergleich zwischen gemessenen Durchbiegungen aus statischen Biegeversuchen ( $u_i$ , Kapitel 5.3) und berechneten Durchbiegungen ( $u_i^*$ ) durchgeführt. Zur Berechnung der Durchbiegungen wurden die dynamisch bestimmten Steifigkeiten verwendet.

Die an den vier Messstellen  $U1$  bis  $U4$  berechneten sowie gemessenen Durchbiegungen aller Platten sind in Tabelle 5.4 aufgelistet. Der Mittelwert der prozentualen Abweichung der Berechnungen gegenüber den Messungen beträgt 5.9 %, die maximale Abweichung 14.9 % (Messpunkt  $U4$  für Produkte A und B bei exzentrischer Belastung). Auffallend ist, dass die Abweichungen von den Messstellen und den Lasteinleitungsstellen abhängig sind. Die gemessenen Durchbiegungen waren in 95 % aller Vergleiche grösser als die berechneten.

Die grösste Diskrepanz zwischen berechneten und gemessenen Durchbiegungen zeigte sich bei exzentrischer Lasteinleitung an Messstelle  $U4$ , also nahe des Plattenrandes (Bild 5.6). In Platte A10 und B10 ist der Einfluss von  $C_{44}$  auf die Durchbiegung an der Messstelle  $U4$  am grössten (Diagramme in Bild 5.7 und Bild 5.8). Diese deutet erneut darauf hin, dass die Steifigkeitsparameter  $C_{44}$  für diese Platten sehr ungenau sind.

Bezeichnung der Platten	A/B 1-3			A/B 4-6			A/B 7-9			A/B 10-12			
Schichtaufbau der Platten	10/50/10			25/20/25			10/50/10			10/50/10			
Lastanordnung													
Durchbiegung gemessen / berechnet	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	
Produkt A [mm]	$u_1/u_1^*$	33.9	32.4	33.6	32.4	33.8	33.3	32.2	32.6	29.7	29.2	30.4	28.9
	$u_2/u_2^*$	24.7	23.7	25.0	23.6	26.0	24.4	23.3	22.9	21.2	20.4	21.9	20.2
	$u_3/u_3^*$	24.4	23.6	25.3	23.7	24.9	24.3	33.6	33.6	29.4	29.8	31.3	29.5
	$u_4/u_4^*$	20.9	19.4	21.5	19.5	21.0	19.9	27.7	25.9	23.3	23.3	25.3	23.0
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	
Produkt B [mm]	$u_1/u_1^*$	30.1	28.9	30.6	29.2	29.9	29.0	27.0	27.1	26.0	26.1	26.3	26.3
	$u_2/u_2^*$	22.3	21.0	22.7	21.3	22.2	21.3	19.2	18.9	18.7	18.2	18.8	18.4
	$u_3/u_3^*$	22.6	21.1	21.8	21.4	22.3	21.1	27.8	27.7	27.9	27.4	26.9	26.3
	$u_4/u_4^*$	18.7	17.2	19.2	17.4	18.8	17.4	22.5	21.7	22.4	21.6	22.0	20.6

Tabelle 5.4: Vergleich der gemessenen ( $u_i$ ) mit den berechneten ( $u_i^*$ ) Durchbiegungen

Da die Durchbiegungen linear von den elastischen Eigenschaften abhängen und die gemessenen Durchbiegungen im Mittel um ca. 6% grösser waren als die berechneten, bedeutet dies, dass auch die dynamisch bestimmten Parameter um ca. 6 % zu hoch sind. Eine Erklärung für die Überschätzung der elastischen Parameter ist die Abhängigkeit der elastischen Eigenschaften von den Belastungsgeschwindigkeiten, die bei den dynamischen Tests viel grösser sind. Diese Erklärung deckt sich auch mit Aussagen von Görlacher [4]. Er zeigte experimentell, dass der dynamische Biegeelastizitätsmodul bei 95 Versuchskörpern im Mittel um 9 % über dem statischen lag.

#### 5.4.4 Der Steifigkeitsparameter $C_{44}$ (Schubmodul $G_{23}$ )

$C_{44}$  ist in der Ingenieursprache als  $G_{23}$  bekannt und setzt sich aus dem so genannten Rollschubmodul der Decklagen und den Schubmodul der Mittellage zusammen (Tabelle 3.4). Die Bestimmung von  $G_{23}$  war nur bei Platten des Produktes A mit den dünnen Decklagen möglich. Dass dieser Parameter schwer zu bestimmen und die Genauigkeit dieses Parameters sehr gering ist, zeigten die Sensitivitätsanalysen. Hier stiegen bei einer Änderung der Steifigkeit um 10% die Frequenz-Änderungen erst ab Mode 14 über 0.4 %, was als Mindestwert angenommen wird, um einen Steifigkeitsparameter bestimmen zu können. Die Modes in dieser Größenordnung konnten jedoch grösstenteils experimentell nicht bestimmt werden. Auch die Verifizierungen durch Biegeversuche sind für  $C_{44}$  nicht relevant, wie die Sensitivitätsanalyse gezeigt hat. Andere Steifigkeitsparameter weisen einen 25-mal grösseren Einfluss auf die Durchbiegung auf. Eine Ausnahme bildet die exzentrische Lasteinleitung. Der Vergleich der gemessenen ( $u_4$ ) und der berechneten Durchbiegungen ( $u_4^*$ ) gibt zwar keine Auskunft über die Qualität des dynamisch bestimmten  $C_{44}$ , bestätigen aber, dass dieses  $C_{44}$  sehr ungenau ist.

## 6 Phase 2: Experimente an handelsüblichen Platten

In einer zweiten Phase wurden Platten, wie sie im Hochbau auch als reale Bauteile verwendet werden, untersucht. Auch nicht quadratische Platten und solche mit mehr als 3 Schichten wurden ausgewählt. Es unterschieden sich zum einen die Schichtaufbauten und zum anderen die Abmessungen der einzelnen Platten.

### 6.1 Abmessungen

Die Schilliger Holz AG lieferte 12 rechteckige Platten (Produkt A), die Pius Schuler AG 6 (Produkt B). Die Abmessungen und Aufbauten können der folgenden Tabelle entnommen werden:

Bezeichnung	Anzahl	Länge / Breite	Aufbau [mm]	Hersteller
Platte 1a	3	2.50 m / 2.50 m	20 / 70 / 20	Pius Schuler AG (B)
Platte 1b	3	2.50 m / 2.50 m	35 / 40 / 35	Schilliger Holz AG (A)
Platte 2	3	4.00 m / 2.50 m	35 / 40 / 35	Schilliger Holz AG (A)
Platte 3	3	4.00 m / 2.50 m	15 / 50 / 15	Pius Schuler AG (B)
Platte 4	3	4.00 m / 2.50 m	25 / 30 / 25	Schilliger Holz AG (A)
Platte 5	3	4.00 m / 2.50 m	15 / 15 / 20 / 15 / 15	Schilliger Holz AG (A)

Tabelle 6.1: Abmessungen und Aufbauten der von den Herstellern gelieferten Platten

Um einen Überblick über die verschiedenen Schichtaufbauten und die unterschiedliche Brettanordnungen aufgrund der unterschiedlichen Herstellverfahren zu gewinnen, sind in Bild 6.1 Detailaufnahmen aller Platten dargestellt. Es ist unschwer zu erkennen, dass einige Platten so genannte Entlastungsnuten aufweisen, einige Platten seitlich nicht verklebt sind und einige Platten sehr homogen zu sein scheinen.

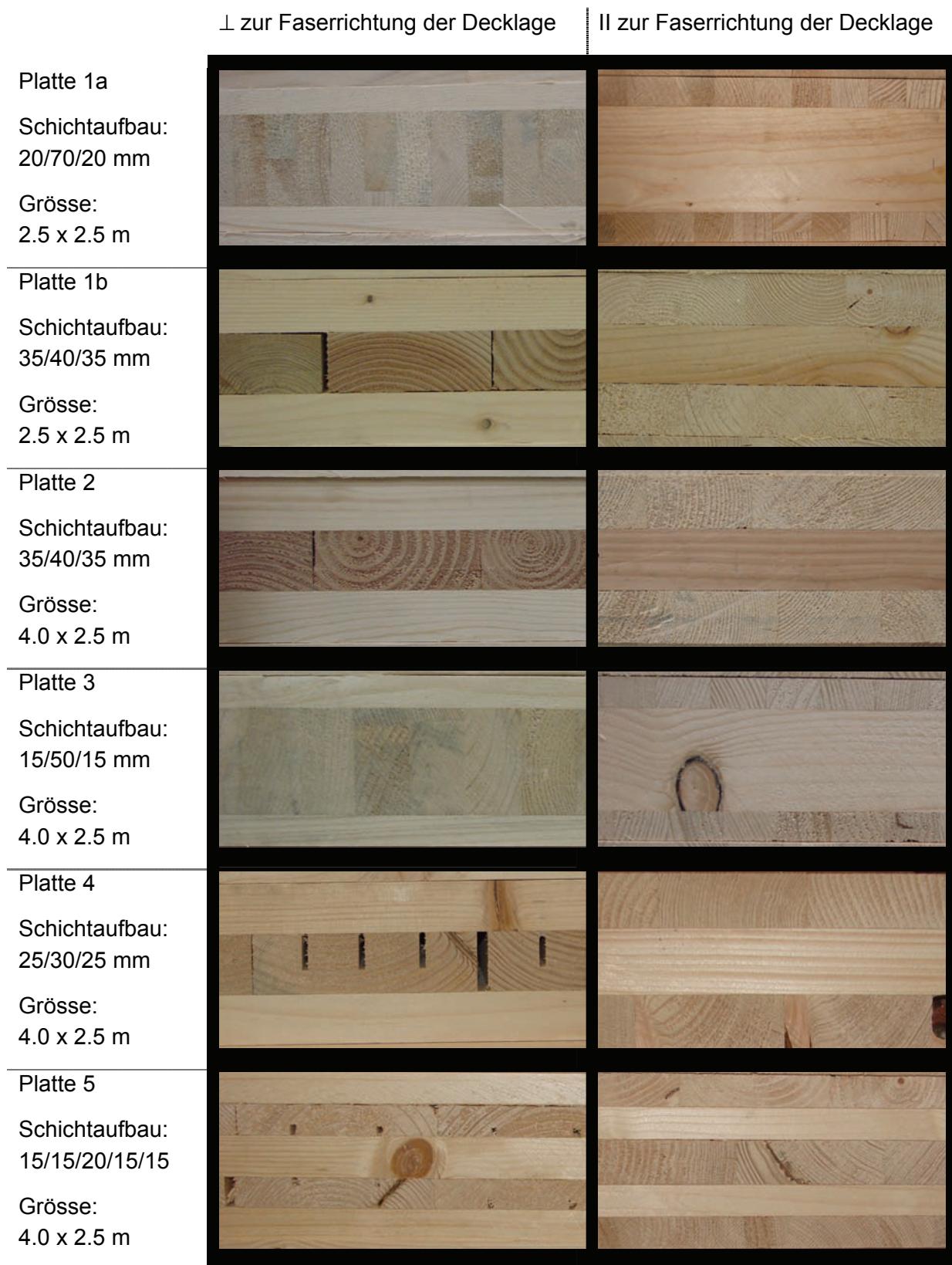


Bild 6.1: Verschiedene Aufbauten der rechteckigen Platten

## 6.2 Berechnung der elastischen Eigenschaften der Platten

Vorgängig wurden die elastischen Steifigkeiten der Platten mit der Verbund-Theorie [5] berechnet (Kapitel 3.5). Die berechneten Werte wurden zum einen als Startwerte für die spätere dynamische Bestimmung der Steifigkeiten und zum anderen als Referenzwerte verwendet. Die berechneten Schub- und Elastizitätsmoduln sind in Tabelle 6.2, die berechneten Parameter der Steifigkeitsmatrix in Tabelle 6.3 und die berechneten Querdehnungszahlen für die zwei verschiedenen Plattenaufbauten in Tabelle 6.4 dargestellt.

$E_{ij}$ ; $G_{ij}$	Platte 1a	Platte 1b	Platte 2	Platte 3	Platte 4	Platte 5
$G_{23}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	160	102	160	157	104	104
$G_{13}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	102	161	102	104	157	157
$G_{12}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	688	688	688	688	688	688
$E_{11}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	8307	10498	8307	8449	1045	8612
$E_{22}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	3243	1052	3243	3101	1101	2938

Tabelle 6.2: Berechnete Schub- und Elastizitätsmoduln

$C_{ik}$	Platte 1a	Platte 1b	Platte 2	Platte 3	Platte 4	Platte 5
$C_{11}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	8645	10651	8645	8690	1057	8745
$C_{22}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	3291	1095	3291	3149	1144	3052
$C_{33}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	580	580	580	574	577	580
$C_{12}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	101	40	101	98	42	112
$C_{13}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	116	72	116	112	74	74
$C_{23}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	72	116	72	73	113	114
$C_{44}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	160	102	160	157	104	104
$C_{55}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	102	161	102	104	157	157
$C_{66}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	688	688	688	688	688	688

Tabelle 6.3: Berechnete Steifigkeitsparameter

$v_{ij}$	Platte 1a	Platte 1b	Platte 2	Platte 3	Platte 4	Platte 5
$v_{12}$	0.008	0.013	0.008	0.013	0.008	0.012
$v_{21}$	0.013	0.008	0.013	0.008	0.013	0.008
$v_{13}$	0.198	0.1218	0.198	0.122	0.195	0.125
$v_{31}$	0.191	0.110	0.191	0.110	0.137	0.082
$v_{23}$	0.122	0.198	0.122	0.198	0.125	0.195
$v_{32}$	0.110	0.191	0.110	0.191	0.113	0.188

Tabelle 6.4: Berechnete Querdehnungszahlen

### 6.3 Dynamische Versuche

Für alle 18 Platten wurden anschliessend mit dem in Kapitel 4 beschriebenen Verfahren die Steifigkeiten dynamisch bestimmt.

#### 6.3.1 Experimentelle Modalanalyse

Die Platten wurden ab Eintreffen an der Empa in einem klimatisierten Raum bei einer relativen Luftfeuchtigkeit von 50 % und einer Raumtemperatur von 20°C gelagert, so dass die Gleichgewichtsfeuchte der Holzplatten zwischen 10 und 13 % lag. An einer Stirnseite der Platten wurden jeweils 2 Stahlplatten mit eingedrehtem Gewinde befestigt, um ein vertikales Anheben der Platten mit dem Kran zu ermöglichen (Bild 6.2). Die Stahlplatten, die zugehörigen Holzschrauben und die Hängegurte wurden gewogen (Bild 6.3) und der Einfluss dieser Massen auf die Schwingungen der Platten in der analytischen Schwingungsberechnung berücksichtigt. Auf die Platten wurde ein Messraster gezeichnet, das bei den quadratischen Platten 6 x 6 Punkte, bei den rechteckigen 7 x 6 Punkte (Bild 6.5) enthielt. Vor der Durchführung der Versuche wurden die Eigenformen und die dazugehörigen Eigenfrequenzen analytisch berechnet, um den Analog/Digital-Wandler auf die erwarteten Frequenzbereiche der Signale einstellen zu können.

In Vorversuchen wurde ein Impulshammer mit verschiedenen Köpfen verwendet, um festzustellen, welcher Kopf den erwarteten Frequenzbereich am besten anregt. Der schwarze Kopf (Bild 6.4) besteht aus härterem, der rote Kopf aus weicherem Material. In Bild 6.7 sind die Frequenzinhalte der Anregung mit den zwei verschieden harten Hammerköpfen für Platte 2 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die schwarze Kurve einen breiteren Frequenzbereich (bis ca. 800 Hz) abdeckt als die rote Linie (bis ca. 450 Hz). Die rote Linie (= roter, weicher Hammerkopf) erreicht jedoch eine höhere Amplitude. Das heisst, die Platte (im Beispiel Platte 2) wird durch den roten, weichen Hammerkopf im unteren Frequenzbereich mit mehr Energie angeregt, als mit dem schwarzen, härteren Hammerkopf. Da die ersten 20 Eigenfrequenzen unter 200 Hz erwartet wurden, wurde der rote Hammerkopf gewählt, um diese Frequenzen mit genügend Energie anzuregen. Die Vorversuche wurden für jeden Plattentyp individuell durchgeführt und jeweils der besser geeignete Hammerkopf gewählt.

Bild 6.6 zeigt die Fourier-Transformationen des Anregungssignals (roter Hammer, rote Kurve) und der Plattenschwingung (blaue Kurve). Es ist sehr gut zu erkennen, dass die Eigenfrequenzen der Platte (Peaks der blauen Linie) genügend stark angeregt wurden.



Bild 6.2: Aufhängung der Platte an zwei Stahlplatten



Bild 6.3: Wiegen der Stahlplatten und der Aufhängegurte



Bild 6.4: Impulshammer mit schwarzem Hammerkopf

Wie schon in Phase 1 wurde jeder Punkt des Messrasters mit dem Impulshammer 10 Mal angeschlagen und die dynamische Reaktion der Platte mit 2 Beschleunigungssensoren registriert. Diese waren in den unteren 2 Eckpunkten angebracht, da anhand einer theoretischen Schwingungsanalyse festgestellt wurde, dass die Eckpunkte dieser Platten bei nahezu jeder Eigenform angeregt werden.



Bild 6.5: Vertikal hängende Platte mit Messraster

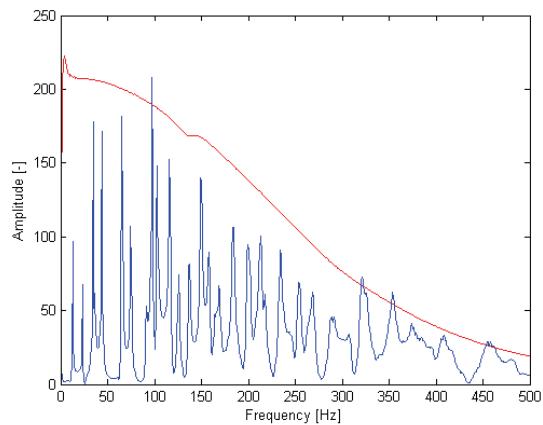


Bild 6.6: Fourier Transformation der Anregung (rote Kurve, roter Hammer) und der Platten-schwingungen (blaue Kurve)

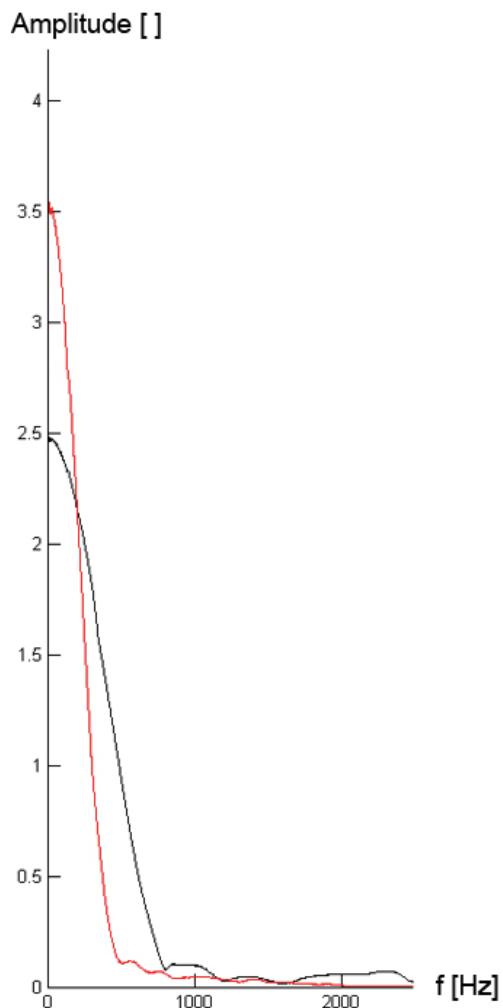


Bild 6.7: Vergleich der Anregungsfrequenzen  $f$  verschiedener Hammerköpfe (rote Linie = roter, weicher Kopf, schwarze Linie = schwarzer, harter Kopf)

### 6.3.2 Theoretische Modalanalyse

Für die theoretische Modalanalyse wurde bei allen Platten ein analytisches Modell verwendet, mit welchem die Eigenfrequenzen und die Eigenformen („Modes“) der frei schwingenden Platte in Abhängigkeit der elastischen Konstanten  $C_{ik}$  berechnet wurden. In das Modell mussten die geometrischen Abmessungen sowie die Rohdichte jeder einzelnen Platte eingegeben werden. Des Weiteren wurden die Einzelmassen der Aufhängepunkte berücksichtigt, da diese einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Eigenformen und Eigenfrequenzen haben.

## 6.4 Statische Versuche

Um die mittels dynamischer Methoden bestimmten Steifigkeiten ( $C_{ik}$ ) zu verifizieren, wurden alle Platten auch statisch auf Durchbiegung getestet. Diese Durchbiegungen wurden später mit einer numerischen Simulation verglichen, die auf den dynamisch ermittelten elastischen Eigenschaften basiert. Hierzu wurden die Platten allseitig aufgelagert, gegen Abheben gesichert und mit einer mittigen Einzellast belastet. Insgesamt wurde die Verformung mit 8 Wegaufnehmern (Sylvac P25) gemessen (Bild 6.8, Wegaufnehmer W1-W8). Die Kraft wurde mittels einer Kraftmessdose kontrolliert. Die Wegaufnehmer W4 und W7 wurden so weit als möglich am Rand der Platte installiert, um Nachgiebigkeiten und Einpressungen an den Auflagern zu erfassen.

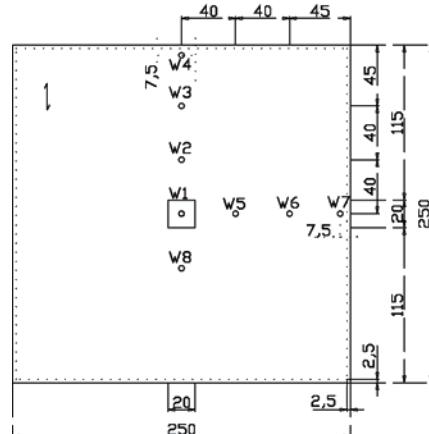


Bild 6.8: Durchbiegungsmessung am Rahmen und Einpressungsmessung an der Platte (rechts oben); Anordnung der Wegaufnehmer W1-W8 (rechts unten); gesamter Versuchsrahmen (links unten); Auflagerdetail (links oben)

Zur Kontrolle des Versuchsaufbaus wurden in ersten einfachen Finite-Element Berechnungen die Durchbiegungen bestimmt und mit den gemessen verglichen. Hierzu wurden die berechneten Steifigkeiten aus Kapitel 6.2 verwendet und in das Plattenprogramm "Cedrus" [6] eingegeben. Erste Versuche ergaben, dass der Prüfrahmen zu weich war und stabilisiert werden musste. In allen statischen Biegeprüfungen wurden auch die Durchbiegung des Rahmens und die Einpressung der Platte direkt am Rahmen gemessen.

## 6.5 Resultate und Diskussion

### 6.5.1 Anwendbarkeit der Methode

Für beinahe alle Platten konnten die Steifigkeiten  $C_{11}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{44}$ ,  $C_{55}$ ,  $C_{66}$  bestimmt werden. Für die restlichen Steifigkeiten ( $C_{33}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{13}$ ,  $C_{23}$ ) wurden die berechneten Werte aus Tabelle 6.2 eingesetzt. Ausnahme bildeten die Steifigkeiten der Platten, die in Tabelle 6.7 grau hinterlegt sind. Bei der Bestimmung der Steifigkeiten dieser Platten strebte der Steifigkeitsparameter  $C_{44}$  im Optimierungsprozess gegen unendlich. Daher wurde dieser geschätzt. Da bei Einsetzen der berechneten Werte  $C_{44}^*$  in den Optimierungsalgorithmus sehr grosse Abweichungen zwischen berechneten und gemessenen Eigenfrequenzen resultierten, wurden für die Platten P1b und P2 höhere Werte eingesetzt.

### Optimierungsprozess

Wie in Kapitel 5.4.1 beschrieben, erwies es sich auch hier als sinnvoll, nicht alle Steifigkeitsparameter gleichzeitig zu bestimmen, sondern schrittweise vorzugehen. Die berechneten Startwerte ( $C_{ik}^*$ ) zeigten sich im Iterationsverfahren als genau genug, und konvergierten in Richtung Zielparameter. Es konnten für jede Platte mindestens 9 und maximal 25 korrespondierende Eigenformen (Modes) gefunden werden. Die höchste korrespondierende Eigenform wies eine Eigenfrequenz von 360 Hz (Mode 30 bei Platte 1b1) auf. Der Vergleich zwischen den gemessenen und den (auf Basis der dynamisch bestimmten Steifigkeiten) berechneten Eigenfrequenzen zeigt, dass die maximale Abweichung bei 3% liegt. Der Mittelwert aller Abweichungen beträgt 0.49%. Zuzüglich zu den Steifigkeiten wurden in dieser Projektphase auch die Dämpfungseigenschaften, wie in Kapitel 4 beschrieben, bestimmt.

### Luftlagerung

Um das neuartige Verfahren zur zerstörungsfreien Bestimmung der Steifigkeiten von Brettsperrholzplatten auf seine Praxistauglichkeit zu überprüfen und ein Aufhängen der Platten zu umgehen, wurde Platte 1a1 zusätzlich auf Luftlager aufgelegt. Diese bestanden aus luftgefüllten Feuerwehrschläuchen. Der Druck in den Schläuchen kann durch ein Druckausgleichsventil gesteuert werden (Bild 6.9).



Bild 6.9: Luftlagerung (links), Druckausgleichsventil (Mitte), Luftschnauch (rechts)

Vergleichsmessungen an der aufgehängten sowie an der Platte auf Luflagerung ergaben, dass sich die Frequenzen maximal um 3% und im Schnitt um 1.2% unterscheiden. Für die Berechnung der Steifigkeiten heisst das nicht zwingend, dass sich diese auch um den gleichen Prozentsatz ändern. Die gemessenen Schwingungen wurden mit einer Fourier-Transformation in ihre einzelnen Frequenzen zerlegt und in einem Diagramm einander gegenübergestellt (Bild 6.10). Die blaue Kurve beschreibt die Fourier-Transformation der luftgelagerten Platte, die rote Kurve die Fourier-Transformation der hängenden Platte. Oberhalb der Kurven sind an den jeweiligen Peaks, die den Eigenfrequenzen der Platten entsprechen, die zugehörigen und gemessenen Eigenformen der hängenden Platte aufgezeichnet, unterhalb der Kurven die zugehörigen Eigenformen der auf Luftsäcken gelagerten Platte. In Tabelle 6.5 sind für beide Messungen (Luflager und hängend) folgende Kennwerte aufgelistet: die experimentell gemessenen Eigenfrequenzen ( $f_{exp}$ ) mit zugehörigen Mode-Nummern, die auf Grundlage der dynamisch bestimmten Steifigkeiten berechneten Eigenfrequenzen ( $f_{ber}$ ), die Abweichung zwischen diesen Frequenzen (Abw.), die Modal Assurance Criterion (MAC)-Werte sowie die Dämpfungswerte. Folgende Erkenntnisse können Bild 6.10 und Tabelle 6.5 entnommen werden:

- Es konnten 7 übereinstimmende Eigenformen identifiziert werden. Die Eigenfrequenzen zu diesen Formen weichen nur minimal voneinander ab (maximale Abweichung bei Eigenform 12: 208 Hz (Luflager) bzw. 214 Hz (hängende Platte)).
- Die Eigenformen, die auf dem Luflager nicht identifiziert werden konnten, haben keine signifikanten Gemeinsamkeiten. Die Möglichkeit, dass die Luflager durch ihre Lage gewisse Eigenformen be- und verhindern, kann also ausgeschlossen werden. Diese Erkenntnis lässt darauf schliessen, dass durch die Säcke nicht die Schwingung in eine Achsenrichtung verhindert wurde, sondern zu wenig Energie eingeleitet werden konnte, um bestimmte Schwingungen genügend anzuregen.
- Die Dämpfungswerte sind bei Messungen der Platte auf dem Luflager um bis zu 35% höher als bei Messungen an einer hängenden Platte. Dies bestätigt die Tatsache, dass viel Energie über die Luflager abfließt.

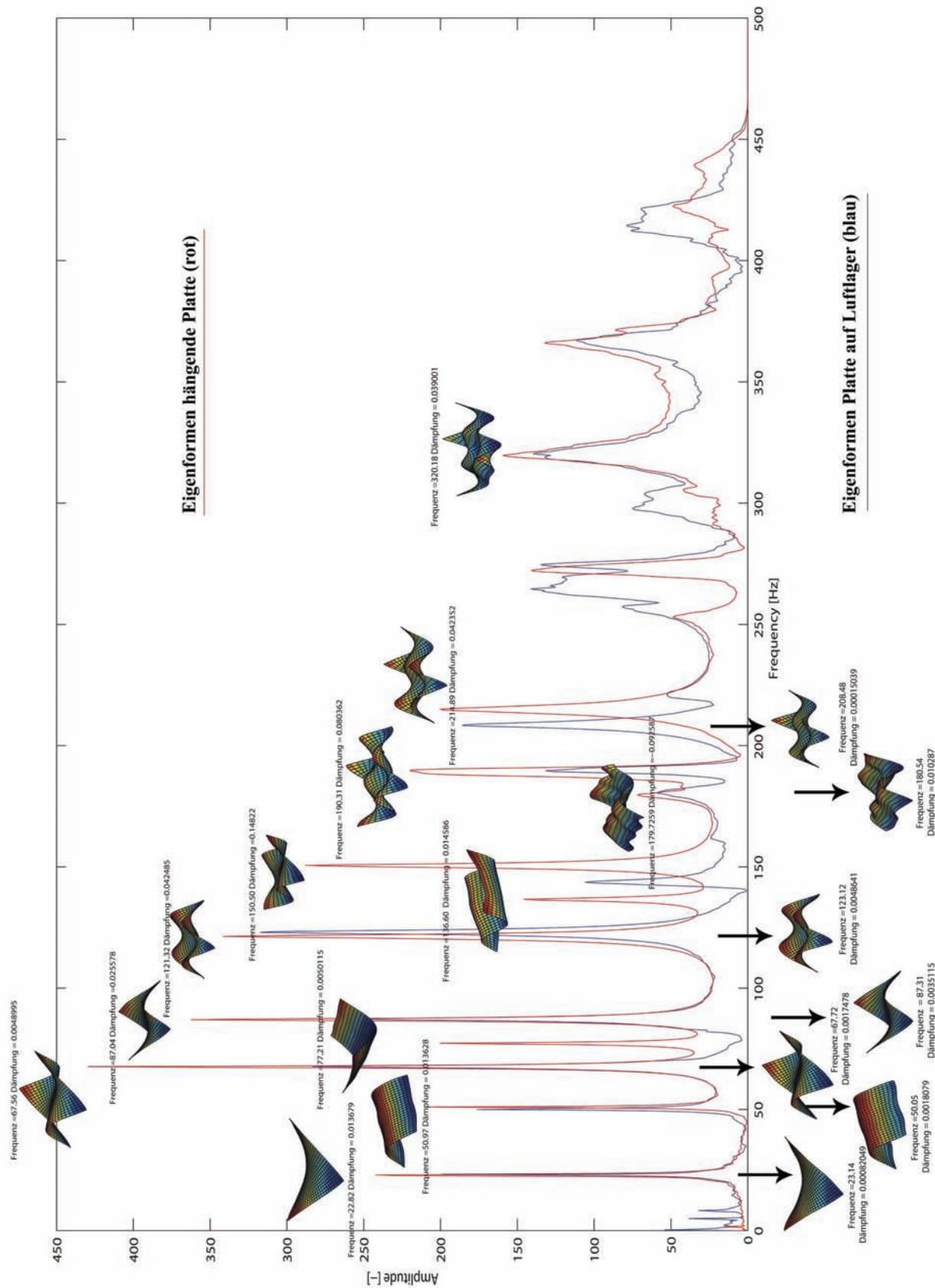


Bild 6.10: Vergleich von Platte 1a1 auf Luftlager (blaue Linie) mit Platte 1a1 hängend (rote Linie)

**Fazit:** Der Vergleich zwischen luftgelagerter und aufgehängter Platte zeigt, dass die Aufhängung der Platten durch ein Luflager ersetzt werden kann. Die Frequenzen ändern sich nur unwesentlich. Einziger Nachteil ist der Energieverlust in die Luflager. Die Platten müssen mit mehr Energie (z.B. grösserer Hammer) angeregt werden um mehr Eigenformen identifizieren zu können. Trotzdem war es möglich, mit nur 7 identifizierten Modes 5 Steifigkeiten zu bestimmen. Diese Steifigkeiten unterscheiden sich von denjenigen der hängenden Platte bei den E-Moduln um maximal 5%, bei den Schubmoduln um bis zu 17%. Diese Ungenauigkeit resultiert jedoch nicht aus der Frequenzabweichung, sondern aus der geringen Anzahl identifizierter Eigenformen. In Bild 6.11 bis Bild 6.15 sind die bestimmten Steifigkeiten der luftgelagerten Platte im Vergleich zur aufgehängten Platte dargestellt.

Platte 1a1 - hängend						Platte 1a1 - Luflager					
Mode-Nr.	$f_{exp}$	$f_{ber}$	Abw. [%]	MAC	Dämpfung [%]	$f_{exp}$	$f_{ber}$	Abw. [%]	MAC	Dämpfung [%]	
1	22.83	22.83	-0.02	1.00	-0.67	23.12	23.18	0.25	0.98	-0.89	
2	50.96	51.01	0.10	1.00	-0.37	49.96	50.21	0.50	0.96	-0.55	
3	67.60	67.54	-0.10	0.99	-0.53	67.69	67.22	-0.70	0.99	-0.81	
4	77.21	77.18	-0.04	0.97	-0.54						
5	87.05	87.03	-0.01	0.96	-0.54	87.23	87.92	0.79	0.95	-0.68	
6	121.28	121.48	0.16	0.97	-0.58	123.10	121.54	-1.27	0.98	-0.63	
7	136.63	136.41	-0.16	0.94	-0.47						
9	179.79	180.24	0.25	0.96	-0.77						
10	188.21	187.86	-0.19	0.92	-0.77	180.80	178.57	-1.24	0.91	-1.06	
11	190.63	190.98	0.18	0.93	-0.49						
12	214.93	214.47	-0.21	0.99	-0.77	208.77	212.12	1.60	0.90	-0.85	
19	320.14	320.23	0.03	0.93	-0.23						

Tabelle 6.5: Vergleich der gemessenen und berechneten Frequenzen, der Differenz in [%], der Dämpfungswerte [%] und der MAC-Werte für die hängende und die luftgelagerte Platte P1a1

	P1a1	P1a1L	Abw [%]
$E_1$	9.92E+09	1.05E+10	-5.3
$E_2$	3.92E+09	3.81E+09	2.9
$G_{12}$	7.68E+08	8.01E+08	-4.0
$G_{13}$	1.43E+08	1.26E+08	13.5
$G_{23}$	4.41E+08	3.77E+08	17.1

Tabelle 6.6 :Dynamisch bestimmte Steifigkeiten für die hängende (P1a1) und die luftgelagerte Platte (P1a1L)

## 6.5.2 Dynamisch bestimmte Steifigkeiten

Alle dynamisch bestimmten Steifigkeiten  $C_{ik}$  sowie die Rückrechnung in die bekannten Ingenieurskonstanten ( $E_{ii}$ ,  $G_{jj}$ ) sind in Tabelle 6.7 angegeben. In Bild 6.11 bis Bild 6.15 sind die berechneten den dynamisch bestimmten Steifigkeiten gegenübergestellt und die Mittelwerte aller identischen Platten eingezzeichnet.

Abmessungen (a x b x h)		2.5 m x 2.5 m x 0.11 m			2.5 m x 2.5 m x 0.11 m			2.5 m x 4.0 m x 0.11 m		
Schichtaufbau		20 / 70 / 20			35 / 40 / 35			35 / 40 / 35		
Steifigkeiten [ N/mm <sup>2</sup> ]	P1a1	P1a2	P1a3	P1b1	P1b2	P1b3	P2_1	P2_2	P2_3	
	$C_{11}$ 10316	10476	10191	12507	11211	12360	14334	13329	13293	
	$C_{22}$ 3976	3992	3943	926	905	948	936	916	912	
	$C_{44}$ 441	469	524	1020	1020	1020	1020	1020	1020	
	$C_{55}$ 143	139	142	167	187	182	220	214	196	
	$C_{66}$ 768	814	787	666	652	654	658	640	624	
	$E_1$ 9919	10073	9798	12332	11054	12187	14134	13143	13107	
Abmessungen (a x b x h)		2.5 m x 4.0 m x 0.08 m			2.5 m x 4.0 m x 0.08 m			2.5 m x 4.0 m x 0.08 m		
Schichtaufbau		15 / 50 / 15			25 / 30 / 25			15/15/20/15/15		
Steifigkeiten [ N/mm <sup>2</sup> ]	P3_1	P3_2	P3_3	P4_1	P4_2	P4_3	P5_1	P5_2	P5_3	
	$C_{11}$ 10078	10275	10313	11705	10717	10784	11788	10766	10695	
	$C_{22}$ 3750	3768	3649	926	958	913	3053	2875	2813	
	$C_{44}$ 593	654	778	502	1908	2731	170	164	166	
	$C_{55}$ 138	150	139	112	144	123	222	216	237	
	$C_{66}$ 807	806	770	665	740	699	727	718	699	
	$E_1$ 9803 <td>9995</td> <td>10032</td> <td>11580</td> <td>10603</td> <td>10668</td> <td>11613</td> <td>10606</td> <td>10536</td>	9995	10032	11580	10603	10668	11613	10606	10536	
		$E_2$ 3696	3714	3597	891	922	879	2938	2767	2707
		$G_{23}$ 593 <td>654</td> <td>778</td> <td>502</td> <td>1908</td> <td>2731</td> <td>170</td> <td>164</td> <td>166</td>	654	778	502	1908	2731	170	164	166
		$G_{13}$ 138 <td>150</td> <td>139</td> <td>112</td> <td>144</td> <td>123</td> <td>222</td> <td>216</td> <td>237</td>	150	139	112	144	123	222	216	237
		$G_{12}$ 807 <td>806</td> <td>770</td> <td>665</td> <td>740</td> <td>699</td> <td>727</td> <td>718</td> <td>699</td>	806	770	665	740	699	727	718	699

Tabelle 6.7: Dynamisch bestimmte Steifigkeiten als elastische Parameter ( $C_{ik}$ ) und als Ingenieurskonstanten ( $E_{ii}$ ,  $G_{jj}$ )

Bild 6.11 zeigt den Vergleich der Elastizitätsmoduln  $E_{11}$  parallel zur Faserrichtung der Decklagen. Alle E-Moduln liegen über den berechneten Werten  $E_{11}^*$ . Die Platten P1a und P3 von Hersteller B weisen im Vergleich zu den Platten von Hersteller A eine geringere Streuung auf.

Bild 6.12 zeigt den Vergleich der Elastizitätsmoduln  $E_{22}$  senkrecht zur Faserrichtung der Decklagen. Alle Platten des Herstellers B (P1a und P3) liegen über den berechneten Werten  $E_{22}^*$ . Die Platten des Herstellers A liegen alle unter den berechneten Werten, also auf der unsicheren Seite.

Bild 6.13 zeigt den Vergleich der Schubmoduln aller Platten in Plattenebene ( $G_{12}$ ). Alle Platten mit Ausnahme von P1b und P2 liegen hier über den berechneten Werten  $G_{12}^*$ . P1b und P2 haben beide denselben Schichtaufbau (35/40/35) und sind vom gleichen Hersteller (Hersteller A). Sie unterscheiden sich nur durch ihre Abmessungen.

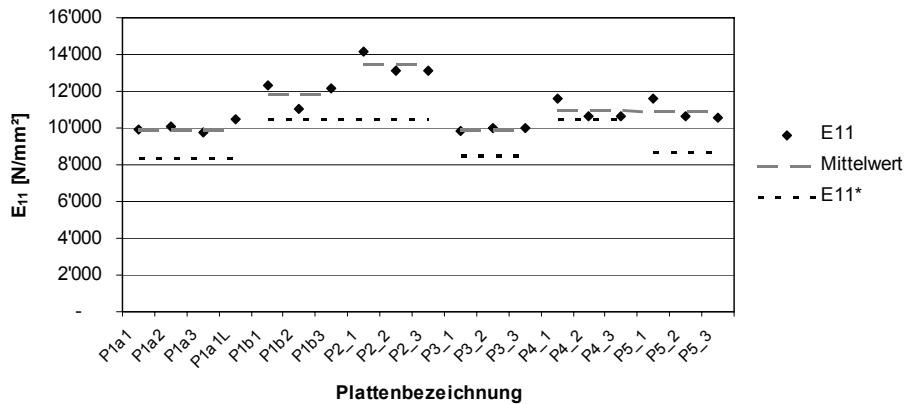


Bild 6.11: Dynamisch bestimmte ( $E_{11}$ ) und berechnete ( $E_{11}^*$ ) Elastizitätsmoduln parallel zur Faser-richtung der Decklagen

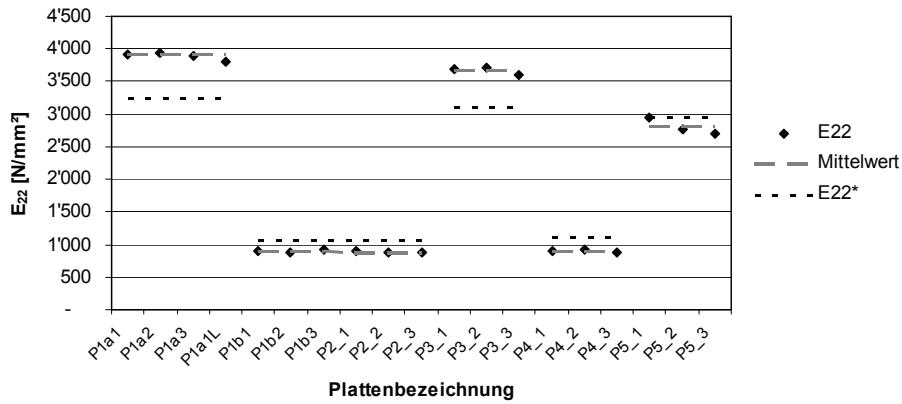


Bild 6.12: Dynamisch bestimmte ( $E_{22}$ ) und berechnete ( $E_{22}^*$ ) Elastizitätsmoduln senkrecht zur Fa-serrichtung der Decklagen

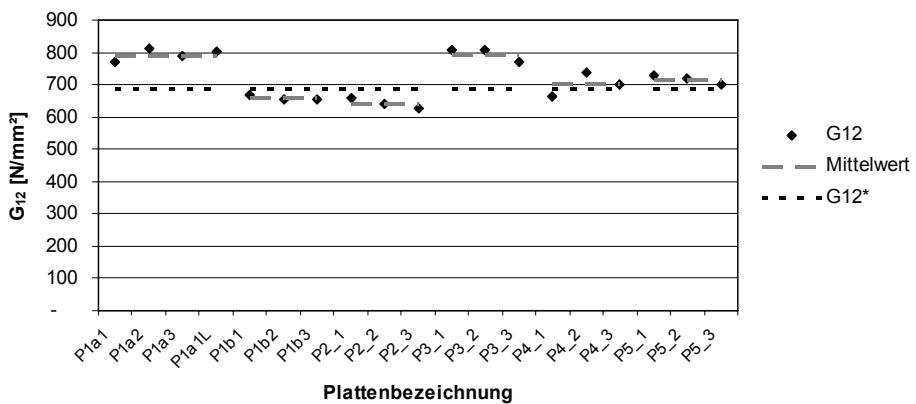


Bild 6.13: Dynamisch bestimmte ( $G_{12}$ ) und berechnete ( $G_{12}^*$ ) Schubmoduln in Plattenebene

Bild 6.14 zeigt den Vergleich der Schubmoduln  $G_{13}$  aller Platten.  $G_{13}$  setzt sich zusammen aus dem Schubmodul der Decklagen und dem so genannten „Rollschubmodul“ der Mittellagen. Die berechneten Werte  $G_{13}^*$  werden nur von Platte P4 unterschritten.

Bild 6.15 zeigt den Vergleich der Schubmoduln  $G_{23}$  aller Platten.  $G_{23}$  setzt sich zusammen aus dem so genannten „Rollschubmodul“ der Decklagen und dem Schubmodul der Mittellagen. Dieser Schubmodul konnte für die Platten P1b und P2 nicht bestimmt werden. Bei den Platten 4 streut er extrem. Die Werte variieren von  $500 \text{ N/mm}^2$  bis  $2730 \text{ N/mm}^2$ . Da dieser Schubmodul sehr schwer zu bestimmen ist, muss davon ausgegangen werden, dass diese Werte nicht richtig oder sehr ungenau sind. Alle anderen Werte von  $G_{23}$  liegen über den berechneten Werten  $G_{23}^*$ .

Zusammenfassend können folgende Aussagen gemacht werden:

- Produkt B weist in seinen Steifigkeiten parallel zur Faserrichtung geringere Streuungen als Produkt A auf. Diese Feststellung ist aus der Produktionsweise abzuleiten. Strukturbedingte lokale Eigenschaftsschwankungen werden durch sehr häufiges Auf trennen und anschliessendes intelligentes Zusammensetzen ausgeglichen. Die Mittellamellen sind im Gegensatz zu Produkt A seitlich verklebt.
- Der berechnete Elastizitätsmodul  $E_{22}^*$  senkrecht zur Faserrichtung der Decklagen wird nur von Platten des Produktes B erreicht. Diese Feststellung ist zum einen mit dem eingesetzten Rohmaterial (Hersteller B verwendet nur hochwertige Seitenbretter) zu begründen. Zum anderen hängt diese auch mit der Art der Berechnung zusammen. Hier wurde als Elastizitätsmodul senkrecht zur Faser von Vollholz nicht der Wert nach EN 338 [2] verwendet, sondern durch andere Literaturangaben [3] geschätzt. Es wird vorgeschlagen, den Elastizitätsmodul senkrecht zur Faser des Rohmaterials ( $E_{22}$ ) zu  $E_{11}/30 = 300 \text{ N/mm}^2$  anzunehmen.
- Der berechnete Schubmodul  $G_{13}^*$  wird nur von Platte 4 unterschritten. Die Serie der Platte 4 wurde mit sehr grossen Entlastungsnuten hergestellt (Bild 6.1). Durch diese Nuten wird die ohnehin schon sehr schubweiche Mittellage noch weicher.

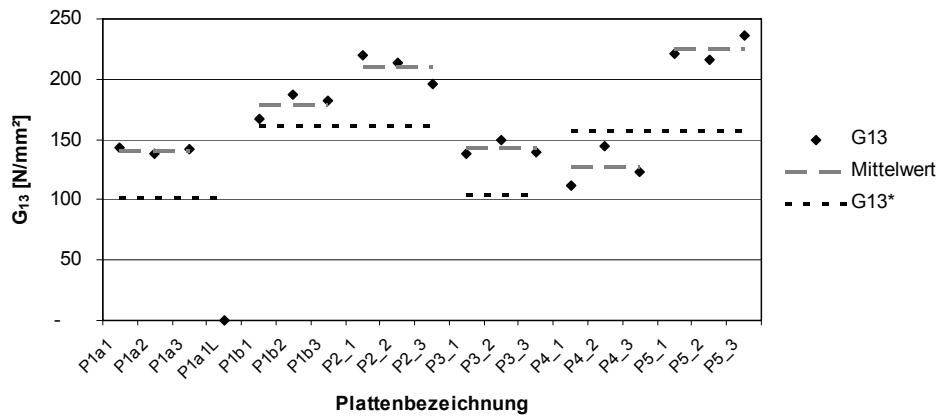


Bild 6.14: Dynamisch bestimmte (G13) und berechnete (G13\*) Elastizitätsmoduln Schubmoduln

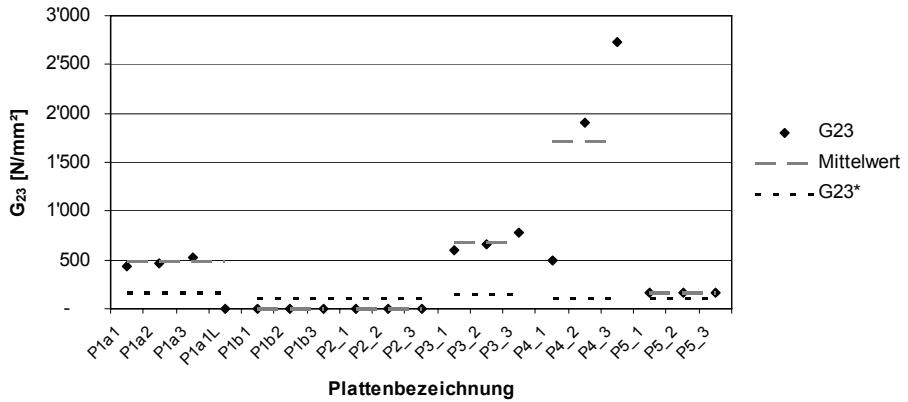


Bild 6.15: Dynamisch bestimmte (G23) und berechnete (G23\*) Elastizitätsmoduln Schubmoduln

### 6.5.3 Dämpfungen

Wie im Anhang A 3.2 beschrieben, wurden für alle Platten auch die Dämpfungsrate bestimmt. In Bild 6.16 bis Bild 6.21 sind alle gemessenen Dämpfungsrate dargestellt. Auf der x-Achse ist die Nummer der Eigenform (Mode) aufgetragen, auf der y-Achse die Dämpfungsrate. Diese befindet sich ungefähr bei einem halben Prozent. Es ist festzustellen, dass die Dämpfungsrate tendenziell mit höherer Modenummer steigt. Die Dämpfungsrate der identischen Platten befinden sich immer im gleichen Größenbereich. In Bild 6.16 ist zusätzlich zu den Dämpfungsrate aus den Versuchen an den hängenden Platten auch die Dämpfungsrate aus dem Versuch der luftgelagerten Platte aufgezeichnet. Hier ist sehr gut erkennbar, dass die Dämpfungsrate sichtbar höher wird, das Luftlager die Dämpfung also beeinflusst.

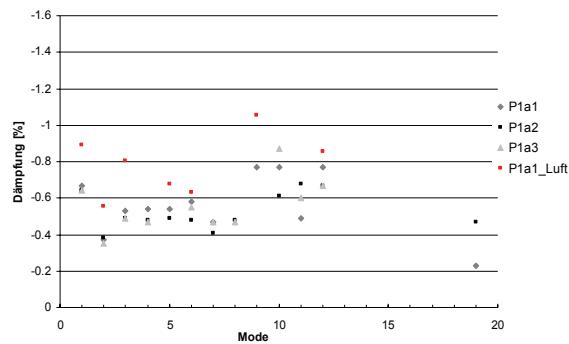


Bild 6.16: Dämpfungsrate für Platten 1a

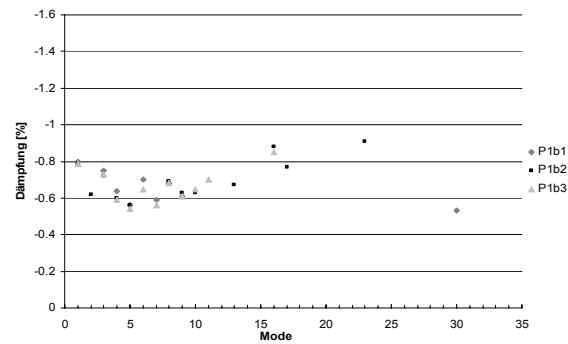


Bild 6.17: Dämpfungsrate für Platten 1b

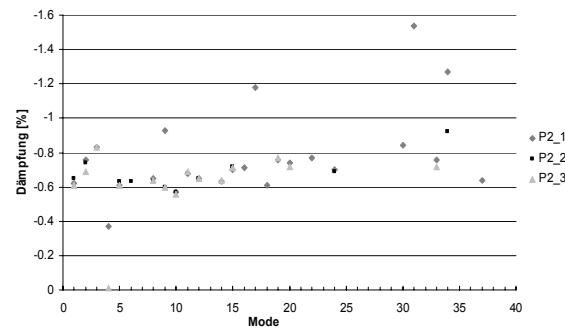


Bild 6.18: Dämpfungsrate für Platten 2

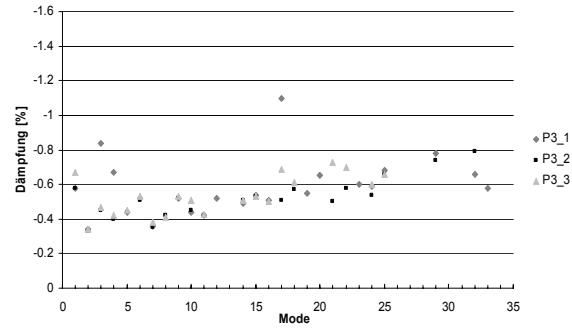


Bild 6.19: Dämpfungsrate für Platten 3

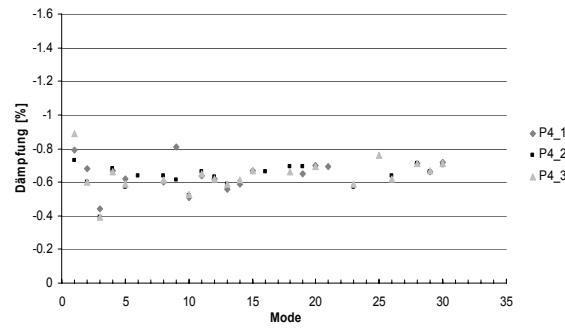


Bild 6.20: Dämpfungsrate für Platten 4

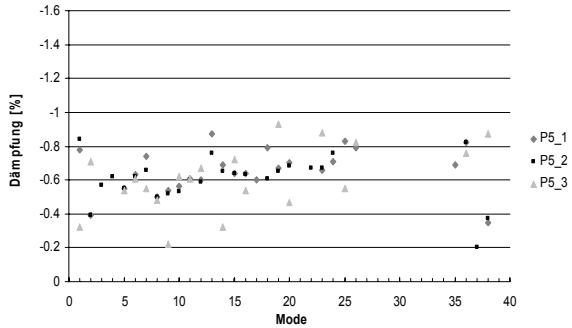


Bild 6.21: Dämpfungsrate für Platten 5

## 6.5.4 Statische Versuche

Für alle in Phase 2 geprüften Platten sind die an den 7 Messstellen W1 bis W7 berechneten sowie gemessenen Durchbiegungen in Tabelle 6.8 aufgelistet.

Durchbiegung berechnet/gemessen [mm]

	P1a1		P1b1		P2_1		P3_1		P4_1		P5_1	
w1* / w1	6.90	7.65	8.00	9.00	11.97	12.70	15.79	15.93	22.71	23.46	13.82	14.81
w2 * / w2	5.32	5.90	5.45	6.10	9.43	9.72	12.91	12.94	18.00	18.28	11.16	11.76
w3 * / w3	2.89	3.27	2.46	2.78	5.05	5.09	7.18	7.28	9.69	9.83	6.20	6.59
w4 * / w4	0.49	0.61	0.27	0.37	0.60	0.77	0.87	1.10	1.16	1.39	0.75	0.96
w5 * / w5	5.32	5.95	6.23	6.85	9.52	9.92	12.07	12.07	18.05	19.21	10.80	11.35
w6 * / w6	3.00	3.59	3.43	3.92	5.23	5.55	6.37	6.38	9.89	10.13	5.80	6.14
w7 * / w7	0.44	1.22	0.33	0.82	0.40	0.62	0.48	0.56	0.75	0.93	0.44	0.63
	P1a2		P1b2		P2_2		P3_2		P4_2		P5_2	
w1* / w1	6.80	7.50	8.42	9.80	12.54	13.45	15.63	16.04	22.35	24.02	14.66	15.09
w2 * / w2	5.25	5.76	5.81	6.88	9.90	10.49	12.79	12.97	17.83	18.38	11.85	12.07
w3 * / w3	2.85	3.20	2.66	3.23	5.30	5.67	7.11	7.27	9.65	9.82	6.58	6.74
w4 * / w4	0.48	0.51	0.29	0.41	0.63	0.84	0.86	1.05	1.15	1.31	0.79	0.93
w5 * / w5	5.24	5.86	6.62	7.64	9.97	10.57	11.98	12.05	17.86	18.78	11.45	11.69
w6 * / w6	2.95	3.36	3.66	4.44	5.47	5.91	6.33	6.41	9.78	10.32	6.15	6.34
w7 * / w7	0.43	0.85	0.35	0.98	0.41	0.70	0.47	0.54	0.74	0.98	0.46	0.58
	P1a3		P1b3		P2_3		P3_3		P4_3		P5_3	
w1* / w1	6.91	7.31	7.95	9.09	12.70	13.77	16.03	16.57	23.10	23.06	14.88	14.98
w2 * / w2	5.35	5.60	5.44	6.24	10.02	10.74	13.12	13.42	18.40	18.03	12.03	12.05
w3 * / w3	2.91	3.06	2.48	2.88	5.37	5.79	7.29	7.59	9.93	9.75	6.69	6.79
w4 * / w4	0.49	0.64	0.27	0.39	0.64	0.81	0.88	1.17	1.18	1.29	0.81	0.99
w5 * / w5	5.33	5.56	6.22	7.25	10.08	10.75	12.29	12.57	18.43	18.08	11.65	11.60
w6 * / w6	3.01	3.25	3.43	4.23	5.53	6.05	6.51	6.67	10.09	9.97	6.26	6.25
w7 * / w7	0.44	0.71	0.33	0.93	0.42	0.73	0.49	0.57	0.76	0.90	0.47	0.56

Tabelle 6.8: Vergleich der gemessenen (wi) mit den berechneten (wi\*) Durchbiegungen

In den Diagrammen Bild 6.22 und Bild 6.23 sind die Biegelinien der Platte 1a parallel und senkrecht zur Faserrichtung der Decklagen dargestellt. Die durchgezogenen Linien geben jeweils die gemessenen Biegelinien, die gestrichelten die unter Einsetzen der dynamisch bestimmten Steifigkeiten berechneten Biegelinien an. Die verschiedenen Platten sind jeweils in einem anderen Grauton dargestellt. In Bild 6.22 ist an der gemessenen Biegelinie der Platte 1a1 zu erkennen, dass hier das Auflager sehr weich war. Die Steigung der Biegelinie im Randbereich ist sehr gross. Die Doppel -T-Träger, die als Auflager dienten, wurden nach dieser Messung ausgesteift. Die Biegelinien aller anderen Platten sind im Anhang B dargestellt.

Wie auch in den statischen Versuchen der ersten Phase waren die gemessenen Durchbiegungen bei allen Platten grösser als die berechneten. Die maximale Abweichung aller Biegelinien beträgt 16.4% (Platte 1b2), der Mittelwert aller Abweichungen 6.7%. Ein grosser Vorteil der Anordnung der Messaufnehmer in Phase 2 ist, dass die Biegelinien graphisch verglichen werden können. Es ist sehr gut zu erkennen, dass die berechneten und die gemessenen Biegelinien immer parallel laufen. Das Berechnungsmodell simuliert also das Materialverhalten sehr gut.

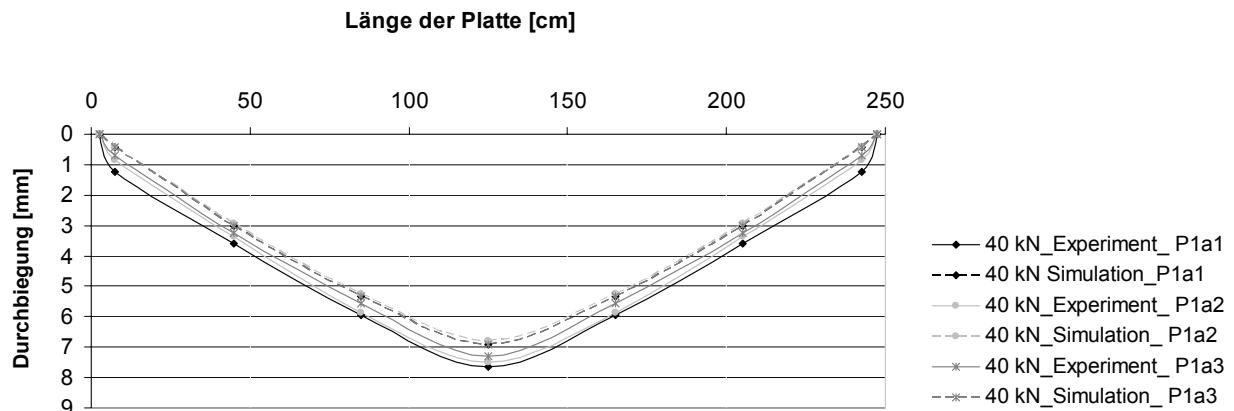


Bild 6.22: Berechnete und gemessene Biegelinien der Platten P1a parallel zur Faserrichtung der Decklagen

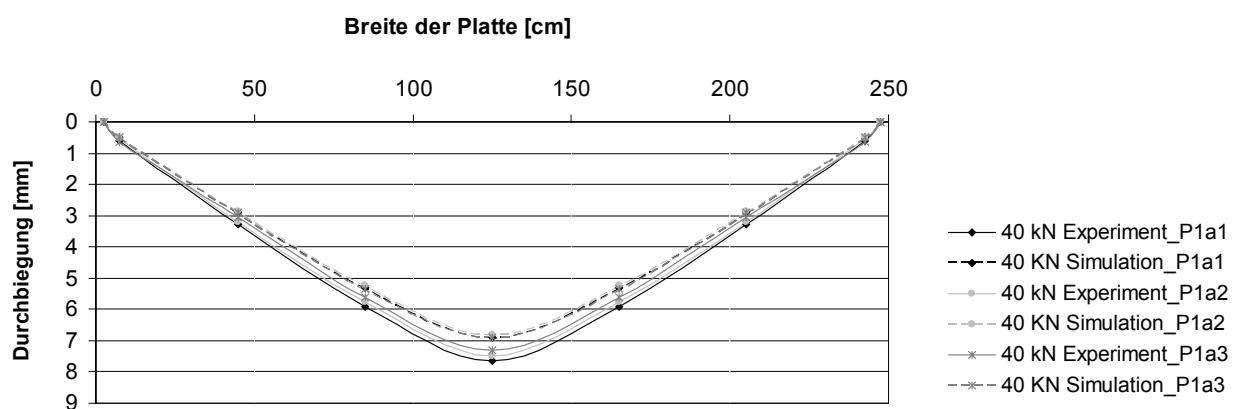


Bild 6.23: Berechnete und gemessene Biegelinien der Platten P1a senkrecht zur Faserrichtung der Decklagen

## 7 Phase 3: Versuche an Platten für konkrete Bauprojekte

In der letzten Phase des Projektes wurden die Industriepartner gebeten, nach Praxis-Projekten Ausschau zu halten, damit die Methode auch an praxisgerechten Platten angewandt werden konnte. Es sollte sich prioritätär um Objekte des Hochbaus handeln, die Platten sollten tragend eingesetzt und möglichst rechteckig sein.

### 7.1 Galerieplatten für Mehrfamilienhäuser in Kollbrunn

Für eine begehbarer Galerie in vier Mehrfamilienhäusern in Kollbrunn wurden von der Firma Pius Schuler AG 15 dreischichtige Massivholzplatten (Blockholzplatten) hergestellt. Die Platten waren 60 mm dick und hatten einen Schichtaufbau von 11/38/11 mm. Die Abmessungen der Platten variierten, wobei die maximale Größe 578 x 226 cm betrug. Die Platten wurden durch einen Nut- und Feder- Anschluss verbunden und im eingebauten Zustand an den Mittelpfetten aufgehängt, die Endstücke der Dachneigung folgend abgeschrägt.



Bild 7.1: Genutete und am Ende abgeschrägte Blockholzplatte der Firma Schuler AG (links); zur Auslieferung bereit gelegte Platten (rechts)

#### 7.1.1 Berechnung der Steifigkeiten der Blockholzplatten

Wie auch in den Laborversuchen wurden die Steifigkeiten der untersuchten Platte vorerst berechnet (Abschnitt 3.5). Es wurde angenommen, dass sämtliches eingesetztes Rohmaterial der Festigkeitsklasse C24 entspricht und der Ingenieur keine weiteren Informationen über das Material besitzt.

Im Folgenden sind alle berechneten elastischen Parameter mit einem Stern (\*) versehen, um diese von den dynamisch bestimmen elastischen Eigenschaften unterscheiden zu können. Die berechneten Parameter der Steifigkeitsmatrix, die berechneten Schub- und Elastizitätsmoduln sowie die berechneten Querdehnungszahlen der Blockholzplatten sind in Tabelle 7.1 zusammengestellt.

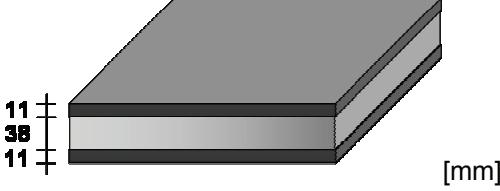
	<b>Schubmoduln <math>G</math> [N/mm<sup>2</sup>]</b>	
	$G_{12}^* = 688$	$G_{13}^* = 103$
	$G_{23}^* = 160$	
<b>Parameter <math>C_{ik}</math> der Steifigkeitsmatrix [N/mm<sup>2</sup>]</b>		<b>Elastizitätsmoduln [N/mm<sup>2</sup>]</b>
$C_{11}^* = 8682$	$C_{23}^* = 73$	$E_{11}^* = 8354$
$C_{22}^* = 3253$	$C_{44}^* = 160$	$E_{22}^* = 3205$
$C_{33}^* = 580$	$C_{55}^* = 103$	<b>Querdehnungszahlen <math>\nu</math> [-]</b>
$C_{12}^* = 262$	$C_{66}^* = 688$	$\nu_{12}^* = 0.008$
$C_{13}^* = 115$		$\nu_{21}^* = 0.013$
		$\nu_{23}^* = 0.123$
		$\nu_{13}^* = 0.197$
		$\nu_{31}^* = 0.190$
		$\nu_{32}^* = 0.111$

Tabelle 7.1: Berechnete Steifigkeitsparameter, Querdehnungszahlen, Schubmoduln und Elastizitätsmoduln der Blockholz-Galerieplatten

### 7.1.2 Steifigkeitsmessung im Werk

Mitte März 2006 wurden die Platten im Werk der Pius Schuler AG geprüft. Dazu wurden vorerst an einer Stirnseite Aufhängebefestigungen geschraubt und die Platte vertikal aufgehängt (Bild 7.2). Die Holzfeuchte lag zwischen 10.7% und 11.5%. Die Plattenmasse wurde zu 358 kg bestimmt, was einer Feucht-Rohdichte von 464 kg/m<sup>3</sup> entspricht. Eine der vorbereiteten Platten wurde dynamisch untersucht. Die Plattenabmessung betrug 577.5 cm x 224.9 cm. Ein Raster von 7 x 6 Punkten wurde auf die Platte gezeichnet, zwei Beschleunigungssensoren (Kistler 8636C10) in den unteren Eckpunkten der hängenden Platte angebracht und diese mit einem Impulshammer angeregt.

### 7.1.3 Resultate und Diskussion

Die gemessenen Eigenformen und Eigenfrequenzen sind in Tabelle 7.3 und in Bild 7.2 dargestellt.

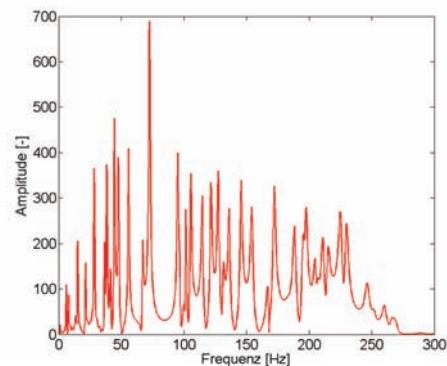


Bild 7.2: Untersuchung der Platte im Werk auf Biegeschwingungen (links), Fourier Transformation der Biegeschwingungen (rechts)

Im Optimierungsprozess konnten 20 korrespondierende Eigenfrequenzen und Eigenformen (Modes) identifiziert werden. Die höchste korrespondierende Eigenform (Mode 25) wies eine Eigenfrequenz von 136 Hz auf. Der Vergleich zwischen den gemessenen und den (auf Basis der dynamisch bestimmten Steifigkeiten) berechneten Eigenfrequenzen zeigt, dass die maximale Abweichung bei 1.45% liegt. Der Mittelwert aller Abweichungen beträgt 0.4%.

In Tabelle 7.2 sind alle experimentell bestimmten ( $f_{exp}$ ) und berechneten ( $f_{ber}$ ) Eigenfrequenzen, die prozentuellen Abweichungen zwischen diesen Frequenzen, die MAC-Werte, die Nummer der korrespondierenden Eigenformen und die zugehörige Dämpfungsrate angegeben.

fexp	fber	Abw [%]	MAC	Mode	$\zeta$ [%]
15.1	14.9	-1.46	0.93	3	-0.20
21.5	21.6	0.35	0.97	4	-0.33
28.4	28.5	0.28	0.98	5	-0.46
36.6	36.5	-0.31	0.98	6	-0.36
38.4	38.5	0.07	0.99	7	-0.31
41.5	41.5	-0.08	0.99	8	-0.32
44.5	44.7	0.34	1.00	9	-0.40
47.8	47.8	0.05	0.99	10	-0.45
55.7	56.1	0.55	0.91	11	-0.44
67.0	66.9	-0.27	0.99	12	-0.39
72.8	72.8	-0.06	0.94	13	-0.47
72.4	72.9	0.64	0.93	14	-0.48
95.0	95.5	0.56	0.99	15	-0.48
96.5	96.7	0.20	0.98	16	-0.32
105.5	105.2	-0.25	0.97	20	-0.39
114.6	114.2	-0.39	0.99	21	-0.45
121.6	122.8	0.97	0.98	22	-0.48
127.4	127.2	-0.10	0.99	23	-0.47
131.5	130.5	-0.78	0.97	24	-0.49
136.1	135.6	-0.37	0.98	25	-0.40

Tabelle 7.2: Experimentell bestimmte ( $f_{exp}$ ) und berechnete ( $f_{ber}$ ) Eigenfrequenzen, prozentuelle Abweichung, MAC-Werte, Nummer der korrespondierenden Eigenformen und zugehörige Dämpfungsrate  $\zeta$

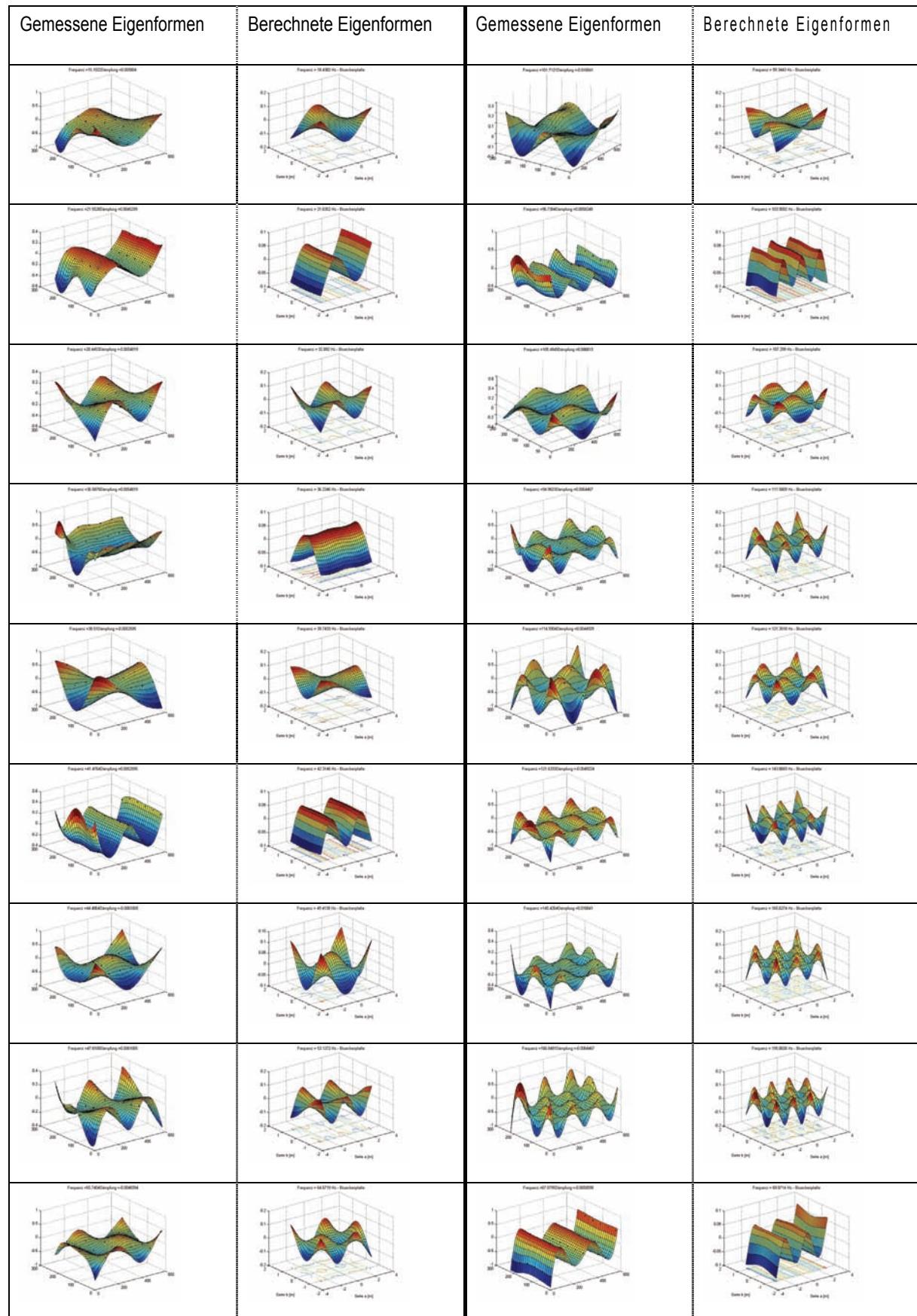


Tabelle 7.3: Eigenformen der Galerie-Platte: Vergleich Messung - Rechnung

Die mittlere Dämpfungsrate der Blockholzplatte beträgt 0.4%. In Bild 7.3 sind die gemessenen Dämpfungsichten dargestellt. Auf der x-Achse ist die Nummer der Eigenform (Mode) aufgetragen, auf der y-Achse die Dämpfungsrate. Es ist festzustellen, dass die Dämpfungsrate mit höherer Modenummer tendenziell steigt (Trendlinie in Bild 7.3).

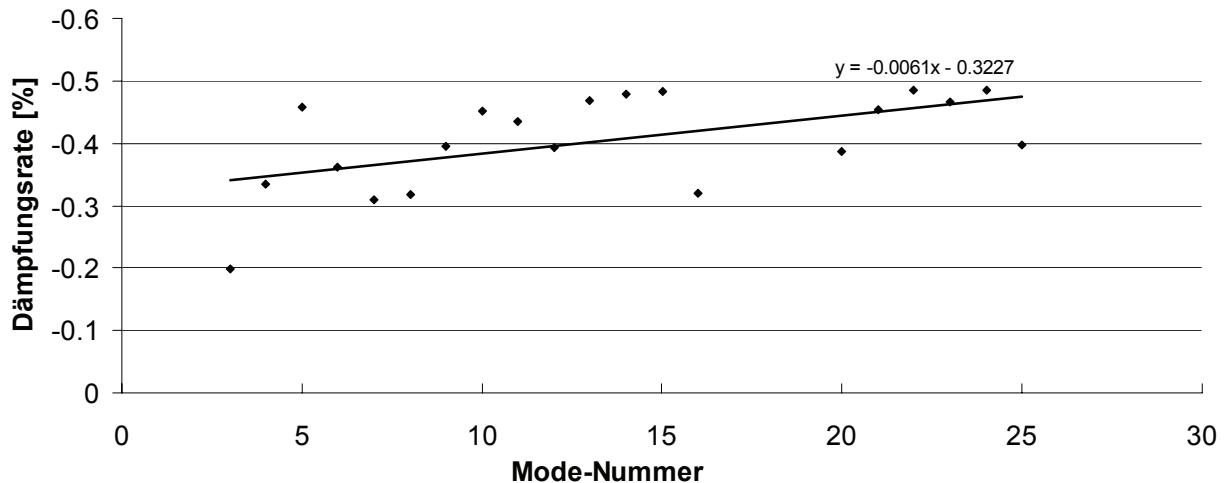


Bild 7.3: Dämpfungsrate der Blockholz - Galerieplatte

Tabelle 7.4 zeigt einen Vergleich zwischen dynamisch bestimmten Ingenieurskonstanten, elastischen Parametern  $C_{ik}$  und den zugehörigen berechneten Werten. Die berechneten und die dynamisch bestimmten Werte liegen bei dieser Platte sehr eng beieinander. Die dynamisch bestimmten Ingenieurskonstanten sind mit Ausnahmen von  $E_{11}$  immer grösser als die berechneten. Der Elastizitätsmodul parallel zur Faserrichtung der Decklagen  $E_{11}$  liegt bei 8277 N/mm<sup>2</sup>, d.h. 0.9% unter dem berechneten Wert  $E_{11}^*$  von 8354 N/mm<sup>2</sup>.

Dynamisch bestimmte (links) und berechnete (rechts) Ingenieurskonstanten [N/mm <sup>2</sup> ]				Dynamisch bestimmte (links) und berechnete (rechts) elastische Parameter [N/mm <sup>2</sup> ]			
$E_{11}$	8277	$E_{11}^*$	8354	$C_{11}$	8605	$C_{11}^*$	8682
$E_{22}$	4026	$E_{22}^*$	3205	$C_{22}$	4084	$C_{22}^*$	3253
$G_{12}$	779	$G_{12}^*$	688	$C_{66}$	779	$C_{66}^*$	688
$G_{13}$	115	$G_{13}^*$	103	$C_{55}$	115	$C_{55}^*$	103
$G_{23}$	327	$G_{23}^*$	160	$C_{44}$	327	$C_{44}^*$	160

Tabelle 7.4: Vergleich dynamisch bestimmter und berechneter Steifigkeiten

#### 7.1.4 Schwingungsmessung im eingebauten Zustand

Ende Juli 2006 wurden die Galerieplatten im eingebauten Zustand dynamisch geprüft. Hierzu wurden Sensoren auf den Galerieplatten verteilt und auf einem gleichmässigen Raster von 64 Punkten angeordnet. Daraufhin wurde die Platte von unten mit einem Impulshammer an-

geregelt. Da nur 12 Sensoren zur Verfügung standen, wurden insgesamt 6 Messungen durchgeführt. Das Messgerät wurde über einer Wand aufgestellt, da hier die Platte nicht schwingen kann.



Bild 7.4: Eingebaute Galerieplatte (links) und Anordnung der Sensoren auf der Platte

Die ersten 3 Eigenfrequenzen der eingebauten Galerieplatte betragen 15.2 Hz, 20.6 Hz und 25.6 Hz (Bild 7.5). Hierbei ist die Eigenfrequenz bei 25.6 Hz die dominierende, die Amplitude dieser Frequenz ist in der Fourier Transformation fast zweimal grösser als die der anderen Eigenfrequenzen. Die Eigenform dieser Frequenz ist in Bild 7.6 dargestellt. In der linken Ansicht ist die Galerieplatte im Grundriss dargestellt. Die schwarzen Begrenzungen stellen die Wände dar, auf denen die Platte aufliegt. Die gestrichelte Gerade entspricht der Lage des Plattenstosses.

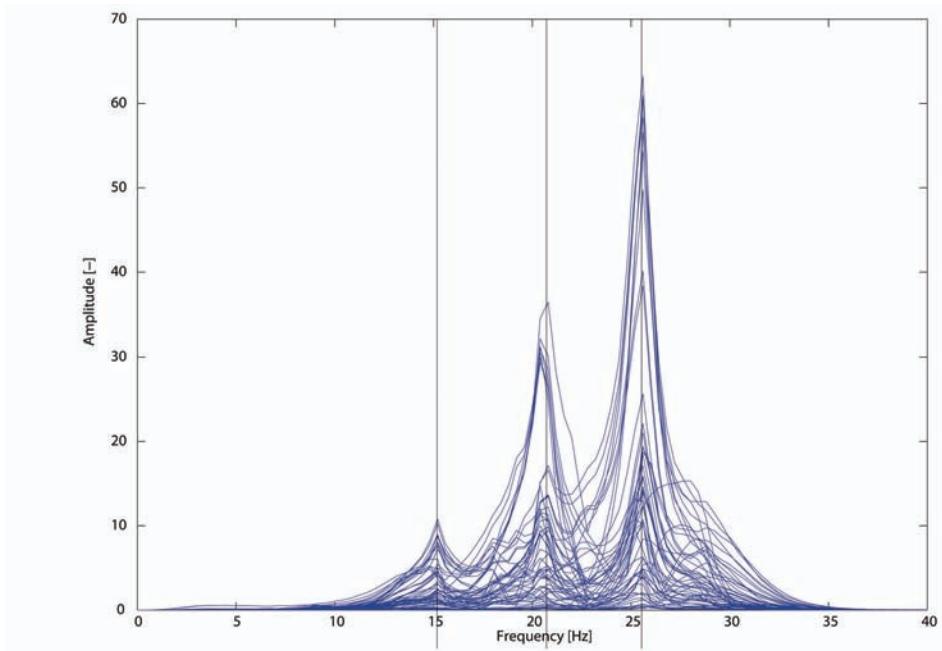


Bild 7.5: Fourier-Transformation der Biegeschwingungen aller 64 Messpunkte

Frequenz = 25.6 Hz,  
 $\zeta = 11\%$

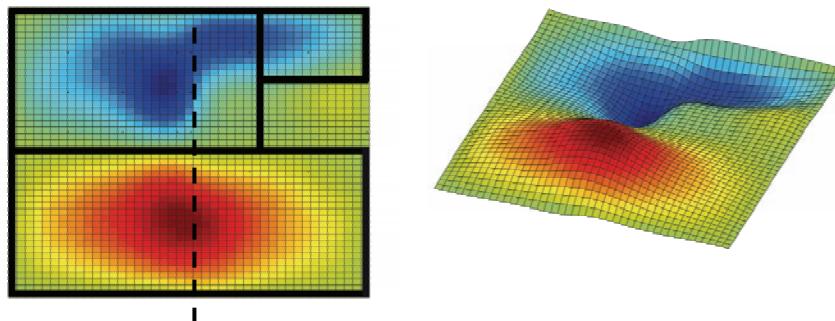


Bild 7.6: Dominierende Eigenform der Galerieplatte mit zugehöriger Frequenz und Dämpfungsrate

Die Dämpfungsrate ( $\zeta$ ) beträgt 11%. Es ist unschwer zu erkennen, dass diese im Vergleich zu den hängenden Platten um ein Vielfaches (Faktor 5 bis 25) höher ist. Die Auflager, also die Wände, auf denen die Platten aufliegen, beeinflussen die Dämpfungsrate enorm.

Um die dynamisch bestimmten Steifigkeiten zu verifizieren, wurden die Schwingungen der in situ überprüften Platte zusätzlich mit dem Finite-Element Programm „Cedrus“ [6] berechnet. Die im Werk dynamisch bestimmten Steifigkeiten wurden hierzu als Materialparameter eingesetzt und die Eigenformen und Eigenfrequenzen der Platte im eingebauten Zustand berechnet. Die Platte wurde auf Wänden aufliegend und gegen Abheben gesichert modelliert. Die berechneten Eigenfrequenzen sind in Tabelle 7.5, die berechneten Eigenformen in Bild 7.7 dargestellt.

#### Eigenfrequenzen für Massenverteilung M

Eigenmode	$\omega^2$ [(rad/s) <sup>2</sup> ]	$\omega$ [rad/s]	Frequenz [s <sup>-1</sup> ]	Periode [s]
1	24546	156.67	24.94	0.040
2	43335	208.17	33.13	0.030
3	54188	232.78	37.05	0.027

Tabelle 7.5: Mit Cedrus [6] berechnete Eigenfrequenzen

Frequenz = 24.9 Hz

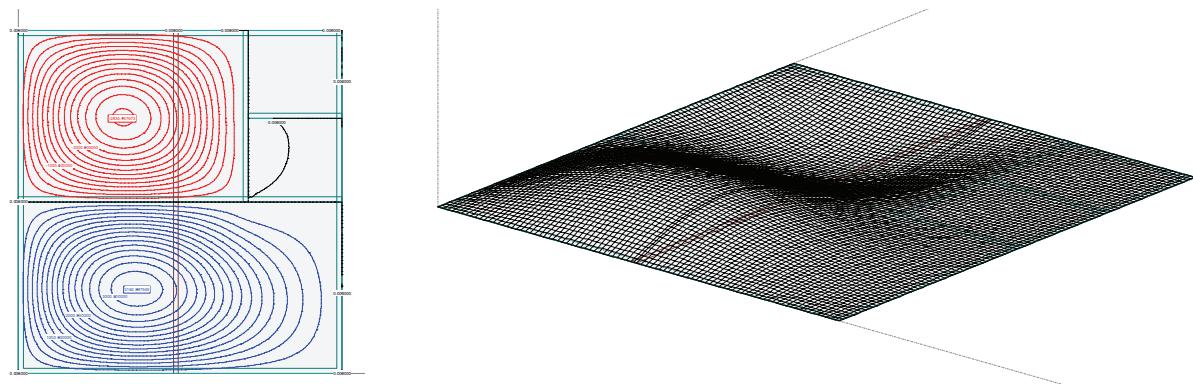
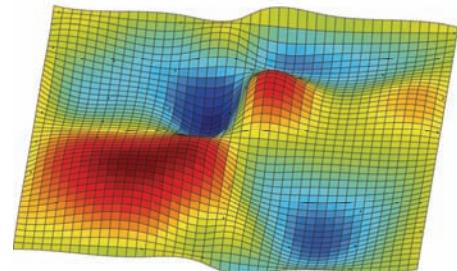
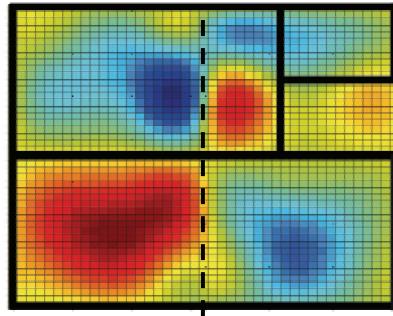


Bild 7.7: In Cedrus berechnete Eigenformen der in Situ gemessenen Galerieplatten

Die erste berechnete Eigenform (bei 24.9 Hz) entspricht der dritten gemessenen Eigenform (bei 25.6 Hz). Die Abweichung der korrespondierenden Frequenzen beträgt 2.8%.

Dass Ergebnisse aus FEM Modellierungen mit Vorsicht zu geniessen sind, zeigt die Tatsache, dass die ersten zwei Eigenformen nicht berechnet werden konnten. Diese werden stark durch den Stoss der 2 vorhandenen Platten geprägt (gestrichelte Schwarze Linie in Bild 7.6). In den ersten 2 gemessenen Eigenformen schwingen die einzelnen Platten fast unabhängig voneinander. Da es selbst in der Realität schwer zu sagen ist, welche Wand trägt und auf welcher Wand die Galerieplatte aufliegt und gegen Abheben gehalten wird, die Auflager also sehr ungewiss sind, ist es in der Theorie sehr schwer, solche komplexe Fälle zu modellieren. Die ersten 2 Eigenformen, die gemessen wurden aber nicht mit Cedrus berechnet werden konnten, sind in Bild 7.8 dargestellt.

Frequenz = 15.2 Hz,  
 $\zeta = 2.6\%$



Frequenz = 20.9 Hz,  
 $\zeta = 7.8\%$

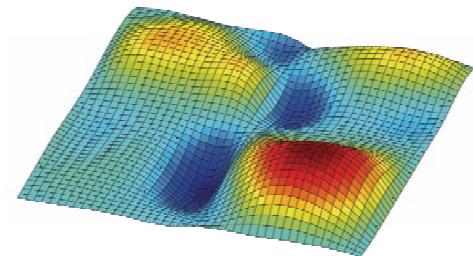
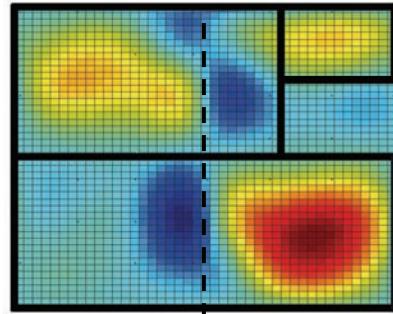


Bild 7.8: Erste und zweite gemessene Eigenform der Galerieplatte mit zugehöriger Frequenz und Dämpfungsrate

## 7.2 Trachtbachbrücke Brienz

Ein sehr interessantes und für den Massivholzplattenbau Weg weisendes Projekt konnte die Firma Schilliger Holz AG realisieren: eine zweispurige Normlast-Strassenbrücke aus einer 7-schichtigen Massivholzplatte mit einer Dicke von 48 cm, die als Einfeldträger über eine Spannweite von 8.3 m trägt.

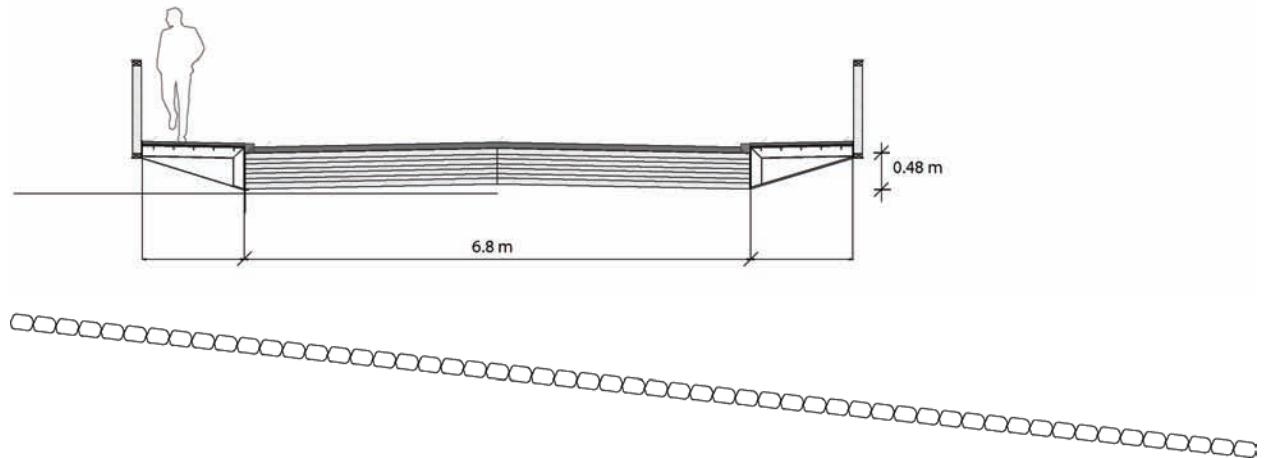


Bild 7.9: Querschnitt der Trachtbachbrücke in Brienz

Die neue Brücke ersetzt eine Betonbrücke, die an der grossen Zerstörung in der Ortschaft Brienz durch das Hochwasser 2005 eine gewisse „Mitschuld“ trägt. Das Treibgut im Schmelz- und Regenwasser verstopfte die Brücke, was zu einer Überschwemmung im Dorf führte. Als Lösung wurde eine verschiebbare Holzbrücke geplant. Bei Hochwasser kann die Brücke entweder durch die Feuerwehr horizontal Richtung See oder im Notfall durch das Hochwasser und Treibgut selbst soweit verschoben werden, dass die lichte Höhe ausreichend gross wird, um eine Verstopfung des Bachdurchlasses zu vermeiden.

Die Brücke ist eine zweispurige Strassenbrücke, 8.1 m lang und 6.8 m breit (ohne Gehweg). Sie besteht aus zwei Massivholzplattenhälften (je 8.1 m x 3.4 m) aus Fichtenlamellen, die von der Schilliger Holz AG hergestellt wurden und vor Ort in einem beheizten Zelt seitlich mit kreuzweise, horizontal eingeklebten Gewindestangen schub- und biegesteif verbunden wurden.

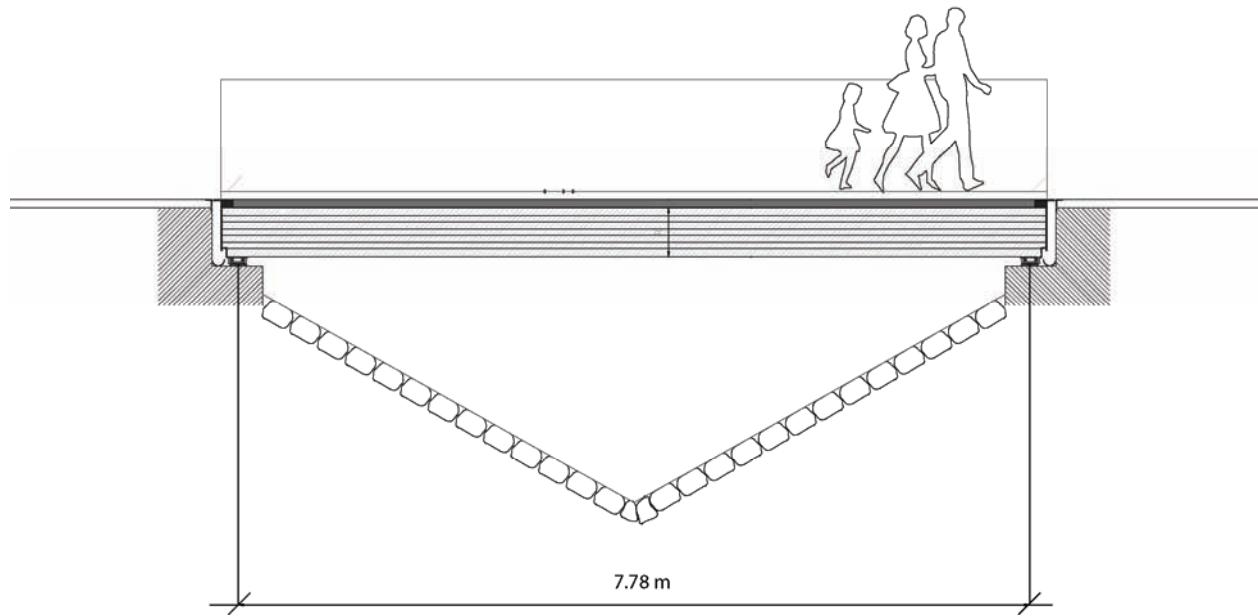


Bild 7.10: Längsschnitt der Trachtbachbrücke

### 7.2.1 Berechnung der elastischen Eigenschaften der Brückenplatten

In einem ersten Schritt wurde die theoretische Steifigkeit der Brücke nach der Verbundtheorie berechnet. Die Steifigkeiten der 7-schichtigen Platte konnten nicht mit den üblichen Berechnungsformeln ermittelt werden, da die einzelnen Schichten der Platte aus Holz verschiedener Festigkeitsklassen hergestellt wurden. Die Decklagen der Platte entsprechen der Festigkeitsklasse C35, die inneren Lagen der Festigkeitsklasse C27. In der Berechnung wird jede Schicht mit ihrer spezifischen Steifigkeit, ihrem Flächenträgheitsmoment und ihrem Steineranteil berücksichtigt und eine „verschmierte“ Steifigkeit über die Gesamtplatte berechnet (Bild 7.11).

d <sub>1</sub>	80	E <sub>0,1</sub>	13000	N/mm <sup>2</sup>	E <sub>90,1</sub>	430	N/mm <sup>2</sup>	El <sub>0</sub> =	42154666667	Nmm <sup>2</sup>	El <sub>90</sub> =	1394346667	Nmm <sup>2</sup>
d <sub>2</sub>	60	E <sub>0,2</sub>	11500	N/mm <sup>2</sup>	E <sub>90,2</sub>	380	N/mm <sup>2</sup>	El <sub>0</sub> =	392160000	Nmm <sup>2</sup>	El <sub>90</sub> =	11868000000	Nmm <sup>2</sup>
d <sub>3</sub>	70	E <sub>0,3</sub>	11500	N/mm <sup>2</sup>	E <sub>90,3</sub>	380	N/mm <sup>2</sup>	El <sub>0</sub> =	3729833333	Nmm <sup>2</sup>	El <sub>90</sub> =	123246666.7	Nmm <sup>2</sup>
d <sub>4</sub>	60	E <sub>0,4</sub>	11500	N/mm <sup>2</sup>	E <sub>90,4</sub>	380	N/mm <sup>2</sup>	El <sub>0</sub> =	6840000	Nmm <sup>2</sup>	El <sub>90</sub> =	207000000	Nmm <sup>2</sup>
d <sub>5</sub>	70	E <sub>0,5</sub>	11500	N/mm <sup>2</sup>	E <sub>90,5</sub>	380	N/mm <sup>2</sup>	El <sub>0</sub> =	3729833333	Nmm <sup>2</sup>	El <sub>90</sub> =	123246666.7	Nmm <sup>2</sup>
d <sub>6</sub>	60	E <sub>0,6</sub>	11500	N/mm <sup>2</sup>	E <sub>90,6</sub>	380	N/mm <sup>2</sup>	El <sub>0</sub> =	392160000	Nmm <sup>2</sup>	El <sub>90</sub> =	11868000000	Nmm <sup>2</sup>
d <sub>7</sub>	80	E <sub>0,7</sub>	13000	N/mm <sup>2</sup>	E <sub>90,7</sub>	430	N/mm <sup>2</sup>	El <sub>0</sub> =	42154666667	Nmm <sup>2</sup>	El <sub>90</sub> =	1394346667	Nmm <sup>2</sup>
Summe El <sub>0</sub> = 9.256E+10 Nmm <sup>2</sup> Summe El <sub>90</sub> = 2.698E+10 Nmm <sup>2</sup>													
<b>E<sub>0,verschm.</sub> = 10043.4 N/mm<sup>2</sup>      E<sub>90,verschm.</sub> = 2927.3 N/mm<sup>2</sup></b>													

Bild 7.11: Aufbau und Steifigkeiten der Massivholzplatte der Trachtbachbrücke Brienz

Die berechneten Parameter der Steifigkeitsmatrix, die berechneten Schub- und Elastizitätsmoduln sowie die berechneten Querdehnungszahlen der Platten sind in Tabelle 7.6 dargestellt.

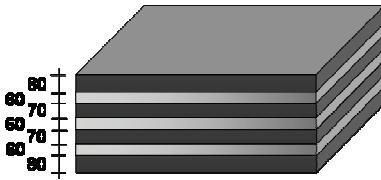
 <p>[mm]</p>	<b>Schubmoduln <math>G</math> [N/mm<sup>2</sup>]</b>	
	$G_{12}^* = 688$	$G_{13}^* = 138$
$G_{23}^* = 53$		
<b>Parameter <math>C_{ik}</math> der Steifigkeitsmatrix [N/mm<sup>2</sup>]</b>		
$C_{11}^* = 10198$	$C_{23}^* = 114$	$E_{11}^* = 10043$
$C_{22}^* = 3042$	$C_{44}^* = 53$	$E_{22}^* = 2927$
<b>Querdehnungszahlen <math>\nu</math> [-]</b>		
$C_{33}^* = 580$	$C_{55}^* = 138$	$\nu_{12}^* = 0.0129$
$C_{12}^* = 385$	$C_{66}^* = 688$	$\nu_{21}^* = 0.008$
$C_{13}^* = 74$		$\nu_{13}^* = 0.125$
		$\nu_{23}^* = 0.195$
		$\nu_{32}^* = 0.188$

Tabelle 7.6: Berechnete Steifigkeitsparameter, Querdehnungszahlen, Schubmoduln und Elastizitätsmoduln der Massivholz-Brückenplatte

## 7.2.2 Steifigkeitsmessung im Werk

In einem zweiten Schritt wurde die Platte im Herstellwerk geprüft. Da die ca. 6t schwere Plattenhälfte nicht vertikal an einen Kran gehängt werden konnte, wurde sie auf eine Luftlagerung gelegt (Bild 7.12, links). Auch wenn der Luftschauch den Eindruck macht, es sei keine Luft mehr unter der Platte, konnte diese doch mit der Hand zum Schwingen angeregt werden. Nach dem Wiegen der Platte mit Hilfe einer Kraftmessdose konnte sie mit einem Impulshammer mit 5.5 kg Hammermasse (PCB Modell 086C42) senkrecht zur Plattenebene angeregt werden. Gemessen wurden die Schwingungen mit zwei Beschleunigungssensoren (Kistler 8636C10), die zum einen in der Ecke der Platte und zum anderen nahe der Plattenmitte angebracht wurden. Mit dem Hammer konnten nur die Randgebiete erreicht werden. Dieser Versuch spiegelt daher einen typischen Einsatz in der „Praxis“ wider. Die hervorragenden Randbedingungen aus dem Labor waren hier nicht gegeben.



Bild 7.12: Luftlagerung (links), Schwingungstest mit Impulshammer (Mitte), Wiegen der Platte mit Kraftmessdose (rechts)

Trotz der wenigen Anregungspunkte konnten genügend viele Eigenformen aus den Messungen bestimmt werden (Tabelle 7.7).

Die verschiedenen Eigenfrequenzen lassen sich mit einer Fourier-Transformation deutlich darstellen (Bild 7.13):

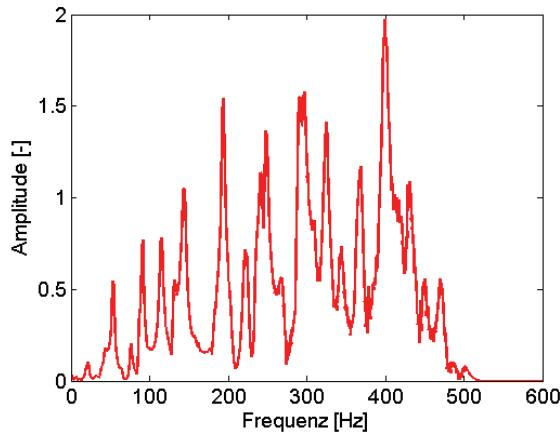


Bild 7.13: Fourier Transformation der Biegeschwingung einer Brückenhälfte im Werk

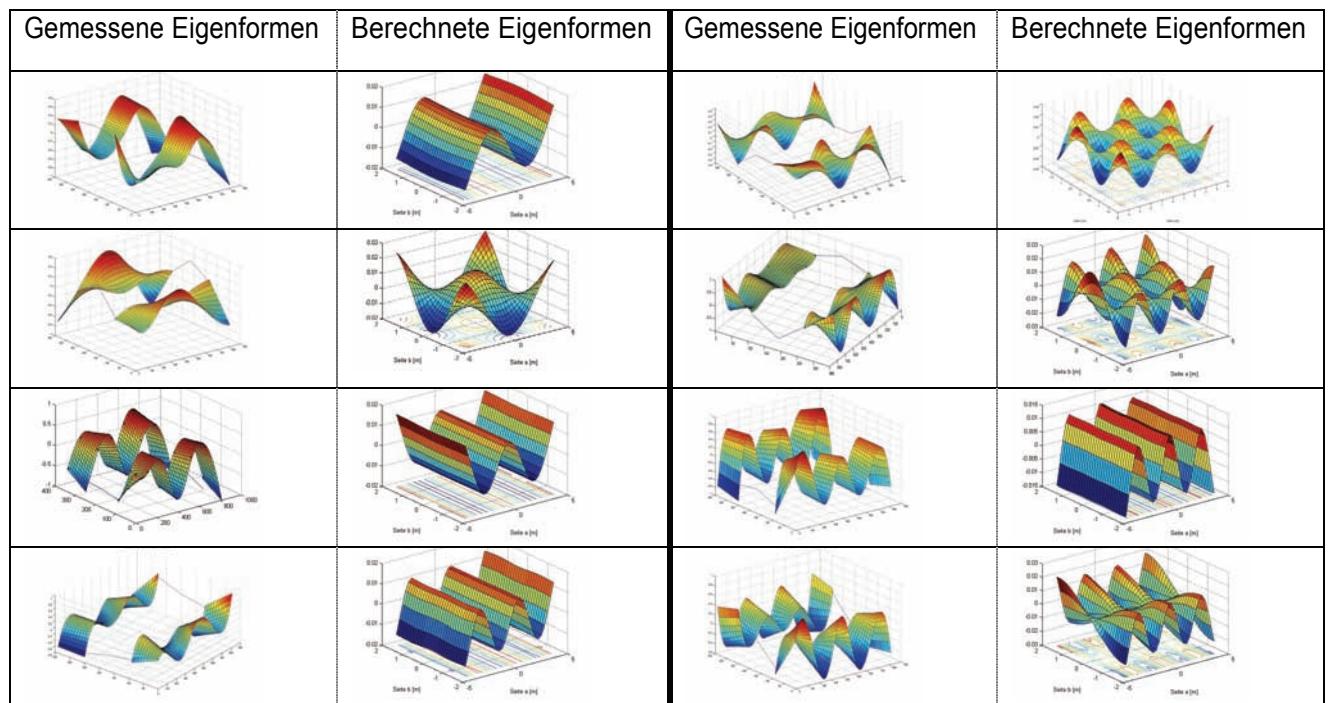


Tabelle 7.7: Eigenformen der Trachtbachbrückenplatte (Schilliger Holz AG): Vergleich Messung - Rechnung

Im Optimierungsprozess konnten 10 korrespondierende Eigenfrequenzen und Eigenformen (Modes) identifiziert werden. Die höchste korrespondierende Eigenform (Mode 26) wies eine Eigenfrequenz von 269 Hz auf. Der Vergleich zwischen den gemessenen und den (auf Basis

der dynamisch bestimmten Steifigkeiten) berechneten Eigenfrequenzen zeigt, dass die maximale Abweichung bei 0.93% liegt. Der Mittelwert aller Abweichungen beträgt 0.34%. In Tabelle 7.8 sind alle experimentell bestimmte ( $f_{exp}$ ) und berechnete ( $f_{ber}$ ) Eigenfrequenzen, die prozentuellen Abweichungen zwischen diesen Frequenzen, die MAC-Werte, die Nummer der korrespondierenden Eigenformen und zugehörige Dämpfungsrationen  $\zeta$  angegeben.

$f_{exp}$	$f_{ber}$	Abw [%]	MAC	Mode	$\zeta$ [%]
53.14	53.04	0.82	0.82	3	-3.04
113.65	113.83	0.91	0.91	8	-0.98
130.82	131.40	0.88	0.88	9	-1.40
192.88	192.20	0.88	0.88	18	-0.89
199.25	198.65	0.85	0.85	19	-1.57
220.3	219.87	0.83	0.83	20	-1.36
235.05	233.70	0.93	0.93	22	-0.93
242.33	242.03	0.92	0.92	23	-1.07
247.70	248.67	0.90	0.90	25	-0.93
268.94	270.89	0.86	0.86	26	-1.09

Tabelle 7.8: Experimentell bestimmte ( $f_{exp}$ ) und berechnete ( $f_{ber}$ ) Eigenfrequenzen, prozentuelle Abweichung, MAC-Werte, Nummer der korrespondierenden Eigenformen und zugehörige Dämpfungsrate  $\zeta$

Die mittlere Dämpfungsrate der Brückenplatte beträgt 1.3%. In Bild 7.14 sind die gemessenen Dämpfungsrationen dargestellt. Auf der x-Achse ist die Nummer der Eigenform (Mode) aufgetragen, auf der y-Achse die Dämpfungsrate. Es ist festzustellen, dass die Dämpfungsrate mit höheren Modenummern fällt. Der hohe Mittelwert der Dämpfungsrationen weist wiederum darauf hin, dass die Luftlager sehr viel Energie absorbieren. Je höher die Modenummer ist, desto weniger Energie wird von den Luftlagern absorbiert.

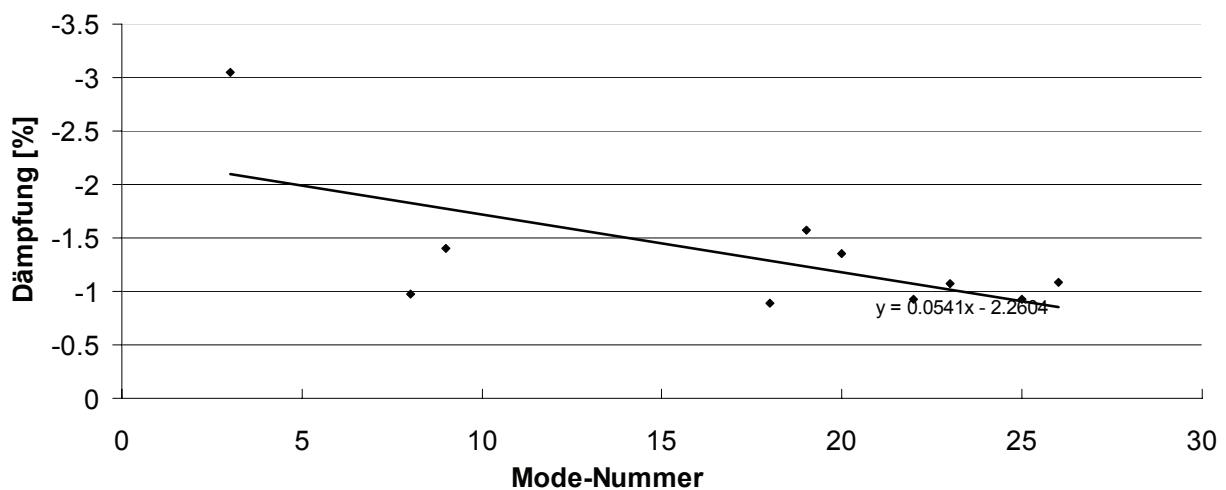


Bild 7.14: Dämpfungsrate der Brückenplatte

Tabelle 7.9 zeigt den Vergleich zwischen dynamisch bestimmten Ingenieurskonstanten, elastischen Parametern  $C_{ik}$  und den zugehörigen berechneten Werten. Die berechneten und die dynamisch bestimmten Werte liegen bei dieser Platte sehr nahe beieinander. Der dynamisch bestimmte Elastizitätsmodul parallel zur Faserrichtung der Decklagen ( $E_{11}$ ) ist deutlich höher als der berechnete ( $E_{11}^*$ ), der dynamisch bestimmte Elastizitätsmodul senkrecht zur Faserrichtung der Decklagen ( $E_{22}$ ) mit  $2794 \text{ N/mm}^2$  um 4.5% kleiner als der berechnete Elastizitätsmodul ( $E_{22}^*$ ) mit  $2927 \text{ N/mm}^2$ . Der Elastizitätsmodul senkrecht zur Faser des Rohmaterials (Vollholz) zur Berechnung der Gesamtplattensteifigkeit wurde nach EN 338 [2] zu  $E_{11}/30$  angenommen.

Dynamisch bestimmte (links) und berechnete (rechts) Ingenieurskonstanten [N/mm <sup>2</sup> ]				Dynamisch bestimmte (links) und berechnete (rechts) elastische Parameter [N/mm <sup>2</sup> ]			
$E_{11}$	11672	$E_{11}^*$	10043	$C_{11}$	11848	$C_{11}^*$	10198
$E_{22}$	2794	$E_{22}^*$	2927	$C_{22}$	2903	$C_{22}^*$	3042
$G_{12}$	848	$G_{12}^*$	688	$C_{66}$	848	$C_{66}^*$	688
$G_{13}$	275	$G_{13}^*$	138	$C_{55}$	275	$C_{55}^*$	138
$G_{23}$	168	$G_{23}^*$	53	$C_{44}$	168	$C_{44}^*$	53

Tabelle 7.9: Vergleich dynamisch bestimmter und berechneter Steifigkeiten

### 7.2.3 Steifigkeitsmessung auf der Baustelle

Da die Plattenhälften auf der Baustelle verklebt werden sollten, wurde als nächster Schritt die Untersuchung des Schwingverhaltens der Gesamtplatte ohne Aufbauten (Asphalt-Belag, etc.) geplant. Hierzu sollte vor Ort, direkt nach der Verklebung der Platten und vor Aufbringung des Asphalt, die Platte auf Luftpolstern gelagert werden. Auf der Platte wurden Sensoren in einem  $8 \times 8$  Punkteraster verteilt, um die Eigenformen der Gesamtplatte bestimmen zu können. Ein besonderes Augenmerk wurde hierbei auf den Stoss gelegt, entlang welchem 8 Sensoren mit einem Abstand von 5 cm zum Plattenstoss angeordnet wurden.

Aus Platzmangel konnten die Luftsäcke nicht eingesetzt werden. Sie wurden daher durch so genannte „Air-Jacks“ (Bild 7.15) ersetzt. Air-Jacks sind Ballonwagenheber, welche gewöhnlich eingesetzt werden, um in unwegsamen Gelände Autos aufzubocken. Auf der Baustelle wurden diese Air-Jacks auf vorgefertigten Stahlböcken mit Holzauflage ausgebreitet. Die Böcke wurden daraufhin unter der Brücke auf deren zukünftigem Betonauflager gestellt. Nach Räumen der Brücke, Verteilen der Sensoren und Vorbereiten der Messinstrumente wurde mit dem Aufblasen begonnen. Leider stellte sich heraus, dass die Tragfähigkeit der Air-Jacks geringer als angegeben war. Die Ventile der Air-Jacks versagten und die Messungen konnten leider nicht durchgeführt werden.



Bild 7.15: Aufgeblasener Air-Jack auf Stahlböcken (links); gerissenes Ventil am Air- Jack (rechts)

#### 7.2.4 Schwingungsmessung im eingebauten Zustand

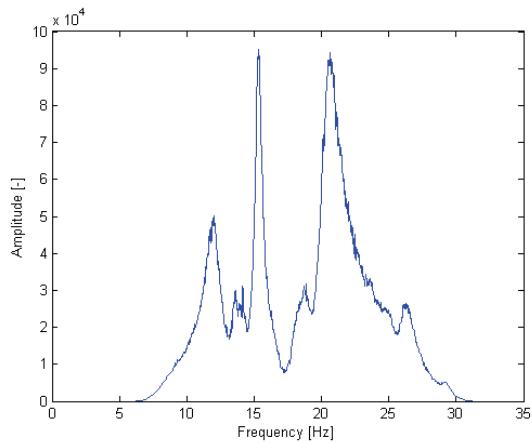
Anfang April konnten sodann Messungen an der fertig erstellten Brücke (Bild 7.16) durchgeführt werden. Hierzu wurde wiederum ein Raster auf die Brücke gezeichnet, das 6 x 6 Punkte enthielt und auf denen sehr empfindliche Beschleunigungssensoren (PCB 393B31) verteilt wurden. Nahe der Plattenmitte wurde ein Shaker aufgestellt. In einem Abstand von 120 cm zu diesem wurden 2 Referenzsensoren platziert, welche (wie auch der Shaker) bei jeder Messung an ihrem Standort blieben. Insgesamt wurden 6 Messungen durchgeführt. Es wurden pro Messung je 2 x 6 Sensoren verteilt. Für jede Messung wurde die Brücke für den Verkehr (incl. Fussgängerverkehr) während ca. 5 Minuten gesperrt. In diesen 5 Minuten wurden zuerst Ambientmessungen durchgeführt. Ambientschwingungen sind feine Vibrationen, die durch kleine Störungen aus der Umgebung wie z.B. Verkehr und Wind entstehen. Dann wurden die Schwingungen aufgrund der Anregung des Shakers während 3 Minuten gemessen. Der Shaker regte die Brücke mit einem so genannten weissen Rauschen an, einem Zufallssignal zwischen 5 Hz und 100 Hz (Bild 7.16 rechts).



Bild 7.16: Fertig gestellte Trachtbachbrücke (links); Sensoren und Shaker auf der einen Fahrspur (rechts)

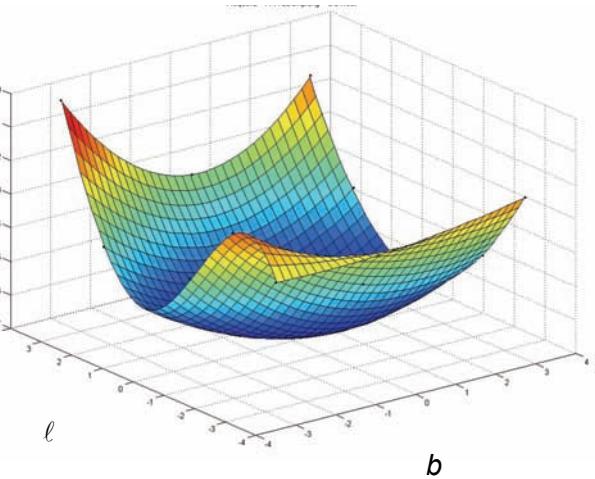
Wenn man auf der Brücke stand und gleichzeitig ein Lastwagen darüber fuhr, konnte man die Schwingungen deutlich spüren. Diese Schwingungen bauten sich jedoch sehr schnell wieder ab. In Bild 7.17 werden die gemessenen Eigenfrequenzen der Trachtbachbrücke als Fourier-Transformation dargestellt und die ersten 3 Schwingungsformen gezeigt. Die Eigenfrequenzen betragen 11.7 Hz, 15.4 Hz und 20.3 Hz.

Fourier-Transformation

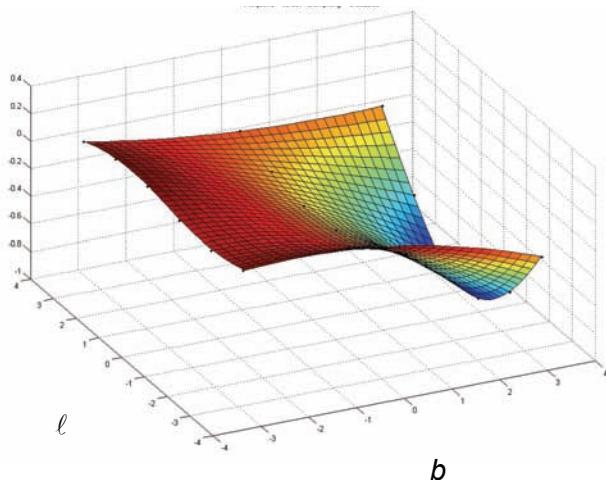


$f = 15.4 \text{ Hz}, \zeta = 6.3\%$

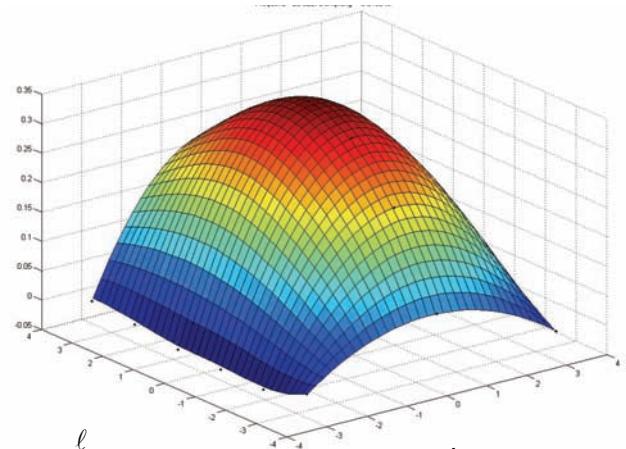
$f = 11.7 \text{ Hz}, \zeta = 4.20\%$



$f = 20.3 \text{ Hz}, \zeta = 1.63\%$



$b$



$b$

Bild 7.17: Darstellung der Eigenfrequenzen als Fourier-Transformation (links oben) und Eigenformen, Eigenfrequenzen und Dämpfungsrate der Trachtbachbrücke

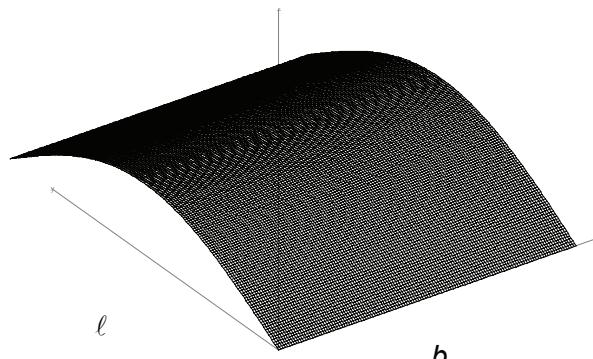
Um die dynamisch bestimmten Steifigkeiten zu verifizieren, wurden die Schwingungen der in situ überprüften Platte zusätzlich mit dem Finite-Element Programm „Cedrus“ [6] berechnet. Die im Werk dynamisch bestimmten Steifigkeiten wurden hierzu als Materialparameter eingesetzt und die Eigenformen und Eigenfrequenzen der Platte im eingebauten Zustand berechnet. Der gesamte Aufbau (Sperrsicht, Asphaltbelag, Geländer, ...) wurde als eine Flächenlast von 0.2t / m<sup>2</sup> angenommen. Die berechneten Eigenfrequenzen sind in Tabelle 7.10, die berechneten Eigenformen in Bild 7.18 dargestellt.

### Eigenfrequenzen für Massenverteilung M

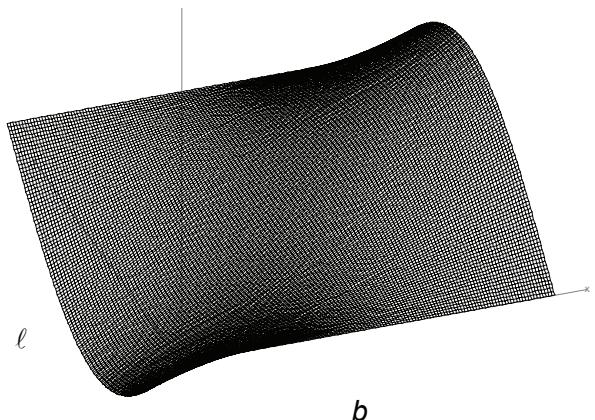
Eigenmode	$\omega^2$ [(rad/s) <sup>2</sup> ]	$\omega$ [rad/s]	Frequenz [s <sup>-1</sup> ]
1	5017	70.84	11.27
2	8508	92.24	14.68
3	36380	190.74	30.36
4	163380	404.20	64.33

Tabelle 7.10: Mit Cedrus [6] berechnete Eigenfrequenzen

$f = 11.3 \text{ Hz}$



$f = 14.7 \text{ Hz}$



$f = 30.36 \text{ Hz}$

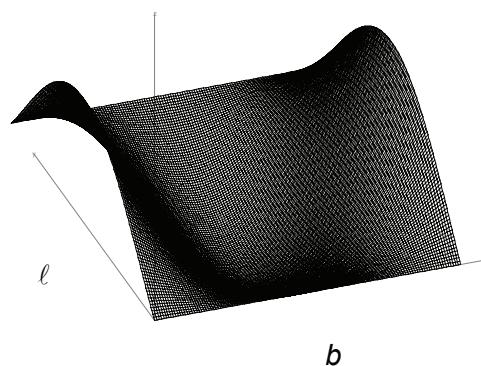


Bild 7.18: In Cedrus berechnete Eigenformen

Die gemessenen und berechneten Eigenformen der Platte sind grundsätzlich sehr ähnlich. Ein grosser Unterschied zwischen Modell und realer Brücke besteht im Auflagerbereich, der von einem U-Stahlprofil ummantelt ist. Dieser bleibt im Modell sehr steif. Messungen haben jedoch gezeigt, dass dieser Bereich auch mitschwingt. Die Berechnungen der ersten 2 Eigenformen (Bild 7.18), sowie die dazugehörigen Eigenfrequenzen sind sehr ähnlich. Die dritte gemessene Eigenform und Eigenfrequenz konnte mit dem Programm nicht berechnet werden. Eine mögliche Erklärung hierfür ist die fehlende Kenntnis über den Einfluss des Asphaltbelags auf die Steifigkeit und somit auch auf die Schwingeigenschaften der Brücke.

### 7.3 Wiggerbrücke Egolzwil

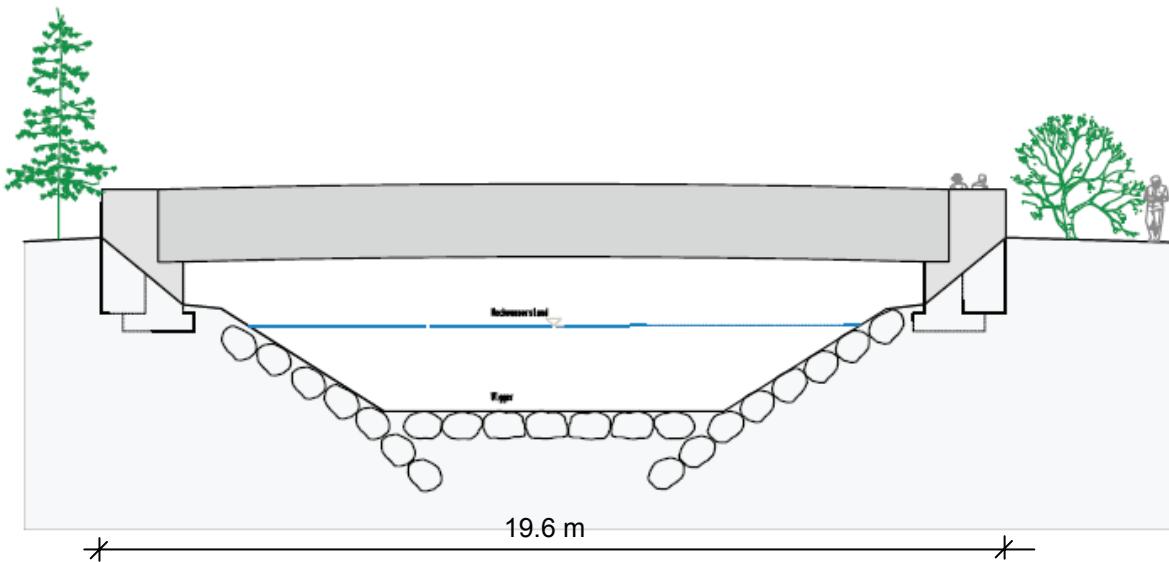


Bild 7.19: Ansicht der Wiggerbrücke in Egolzwil

Beim Hochwasser Ende August 2005 wurde die alte Betonbrücke über die Wigger in Egolzwil durch die Wassermassen und das Schwemmmholz zerstört. Eine neue Betonbrücke wurde geplant und anlässlich einer Gemeindeversammlung der Bevölkerung vorgestellt. Die Gemeindebehörde wurde daraufhin aufgefordert auch eine Holzvariante zu prüfen, wie es das kantonale Waldgesetz für kantonal und kommunal finanzierte Bauten vorschreibt.

Die PIRMIN JUNG Ingenieure für Holzbau GmbH aus Rain, plante daraufhin eine Brücke in Holzbauweise (Bild 7.19). Die Gemeinde Egolzwil entschied sich trotz minimaler Mehrkosten gegenüber der Betonvariante für die Holzkonstruktion, weil sie selber grosse Waldflächen besitzt.

Die Brückenkonstruktion ist in Bild 7.20 dargestellt. Zwei Einfeldträger überbrücken die Spannweite von 20 m. Eine daran aufgehängte 32 cm dicke 7-schichtige Massivholzplatte übernimmt die Lasten von der Fahrbahn und gibt diese an die Träger weiter. Die Platte ist durch einen Asphaltbelag und eine Kunststoffabdichtung, die Träger durch eine erneuerbare Verkleidung konstruktiv vor der Witterung geschützt. Die Holzbrücke, ohne Abdichtung und Asphaltbelag, hat ein Eigengewicht von rund 30 t.

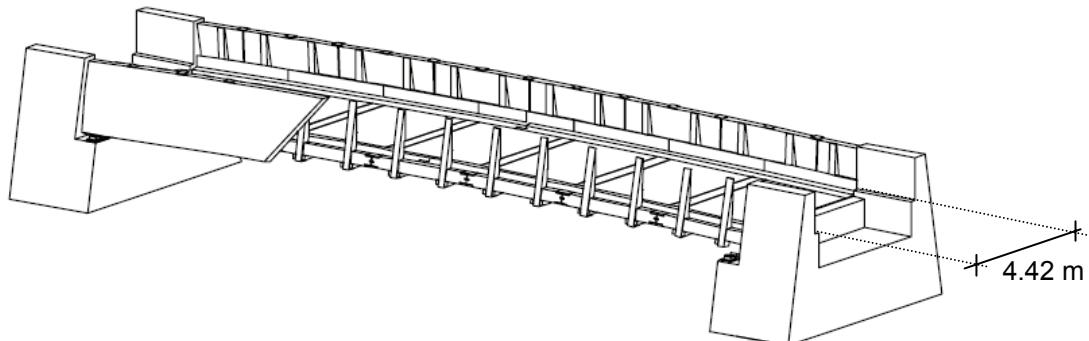


Bild 7.20: Holzskelett der Konstruktion

### 7.3.1 Berechnung der elastischen Eigenschaften der Brückenplatten

In einem ersten Schritt wurden die Steifigkeiten der Brückenplatte nach der Verbundtheorie [5] berechnet. Alle Schichten der Platte entsprechen laut Hersteller der Festigkeitsklasse C24. In der Berechnung wird jede Schicht mit ihrer spezifischen Steifigkeit, ihrem Flächenträgheitsmoment und ihrem Steineranteil berücksichtigt und eine „verschmierte“ Steifigkeit über die Gesamtplatte berechnet (Bild 7.21).

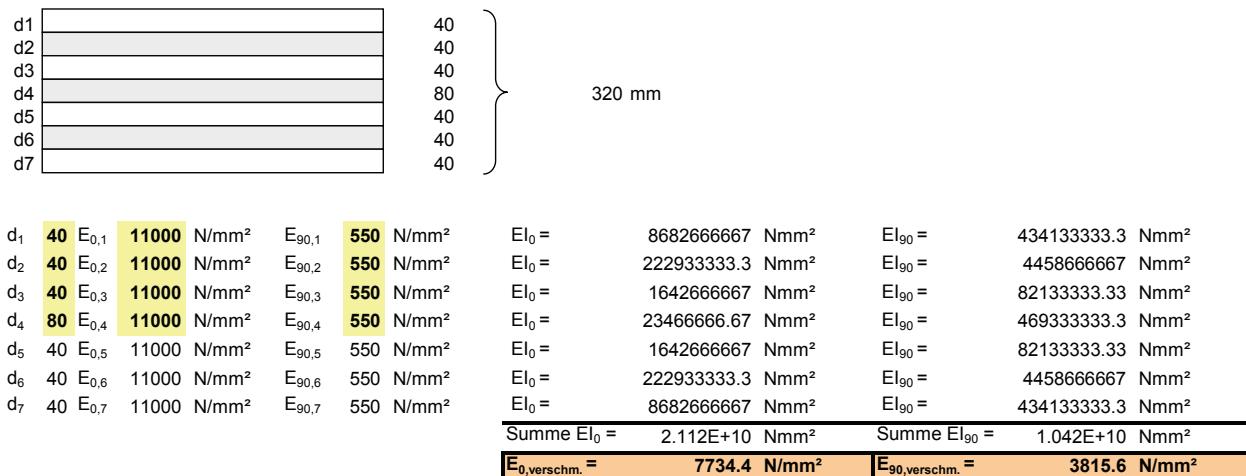


Bild 7.21: Aufbau und Steifigkeiten der Massivholz-Brückenplatte der Wiggerbrücke Egolzwil

Die berechneten Parameter der Steifigkeitsmatrix, die berechneten Schub- und Elastizitätsmoduln sowie die berechneten Querdehnungszahlen der Platten sind in Tabelle 7.11 dargestellt.

		Schubmoduln G [N/mm <sup>2</sup> ]	
		G <sub>12</sub> * = 688	G <sub>13</sub> * = 138
		G <sub>23</sub> * = 53	
Parameter C <sub>ik</sub> der Steifigkeitsmatrix [N/mm <sup>2</sup> ]		Elastizitätsmoduln [N/mm <sup>2</sup> ]	
C <sub>11</sub> * = 7935	C <sub>23</sub> * = 93	E <sub>11</sub> * = 7734	E <sub>22</sub> * = 3816
C <sub>22</sub> * = 3915	C <sub>44</sub> * = 53	Querdehnungszahlen ν [-]	
C <sub>33</sub> * = 578	C <sub>55</sub> * = 138	v <sub>12</sub> * = 0.011	v <sub>31</sub> * = 0.151
C <sub>12</sub> * = 281	C <sub>66</sub> * = 688	v <sub>21</sub> * = 0.011	v <sub>23</sub> * = 0.160
C <sub>13</sub> * = 94		v <sub>13</sub> * = 0.16	v <sub>32</sub> * = 0.151

Tabelle 7.11: Berechnete Steifigkeitsparameter, Querdehnungszahlen, Schubmoduln und Elastizitätsmoduln der Brückenplatte

### 7.3.2 Steifigkeitsmessung im Werk

Eine 7-schichtige Massivholzplatte, die der Brücke als Fahrbahn dient, wurde im Werk der Schilliger Holz AG hergestellt. Es wurden 7 einzelne Massivholzplatten mit den Abmessungen von je ca. 4.75m x 3m produziert, die anschliessend vor Ort zusammengeklebt werden sollten (Bild 7.22).

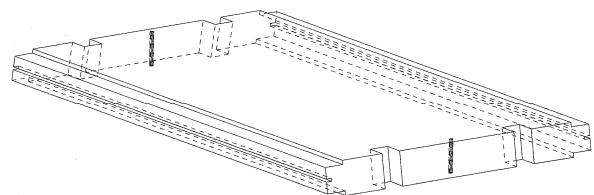


Bild 7.22: Bild und Zeichnung einer von 7 Massivholzplatten für die Fahrbahn der Wiggerbrücke

Die Mittellagen der Platten wurden seitlich verklebt. Für die Aufhängung wurden Aussparungen ausgesägt, in welche später Aufhängepfosten (Bild 7.20) eingeklebt werden. An den Plattenlängsseiten wurden Nuten eingefräst, um die einzelnen Platten auf der Baustelle zu einer grossen Platte zusammenzukleben (Bild 7.22 und Bild 7.23).



Bild 7.23: Aussparungen (links) und Nuten (rechts) in den Platten

Am 9. August 2006 wurden 2 der 7 Platten im Werk dynamisch geprüft. Zuerst wurden die Platten an einen Kran gehängt und mit einer digitalen Wage die Masse bestimmt (Bild 7.24).

Die Platte musste an 2 Gurten gehoben werden. Diese wurden genau ausgerichtet, um zu gewährleisten, dass jeder Gurt genau die Hälfte der Plattenmasse trägt. Die Masse der Platte 1 betrug 1952 kg, die Masse der Platte 2 2016 kg. Daraus resultiert für Platte 1 eine Feucht-Rohdichte von 440 kg/m<sup>3</sup>, für Platte 2 eine Feucht-Rohdichte von 443 kg/m<sup>3</sup>. Für die Ermittlung der Rohdichte wurden die Aussparungen der Platten nicht berücksichtigt. Die Holzfeuchte beider Platten wurde in 3 cm Tiefe im Mittel zu 14.8% gemessen.



Bild 7.24: Bestimmung der Plattenmasse mittels einer Waage

Die Platten waren zu schwer, um vertikal aufgehängt zu werden. Sie wurden daher auf die in Kapitel 7.2.3 vorgestellten Air Jacks aufgelegt, um freie Schwingungen zu gewährleisten. Der Luftdruck in den Air-Jacks betrug 0.5 bar.



Bild 7.25: Auflager der Platte auf „Air-Jacks“

Daraufhin wurden sie mit einem Impulshammer (PCB Modell 086D20) entlang des Plattenrandes zum Schwingen auf Biegung angeregt. Gemessen wurden die Schwingungen mit zwei Beschleunigungssensoren (Kistler 8636C10), die zum einen in den Ecken der Platte und zum anderen nahe der Plattenmitte angebracht wurden. Die verschiedenen Eigenfrequenzen lassen sich mit einer Fourier-Transformation deutlich darstellen (Bild 7.26).

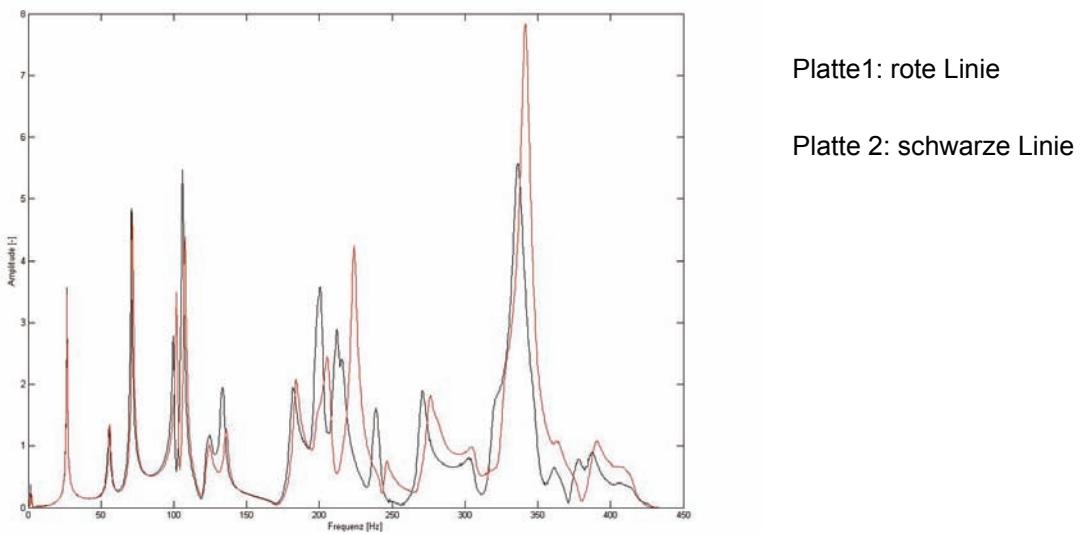


Bild 7.26: Darstellung der Eigenfrequenzen beider Platten als Übertragungsfunktion

Im Optimierungsprozess konnten für Platte 1 zehn, für Platte 2 zwölf korrespondierende Eigenfrequenzen und Eigenformen (Modes) identifiziert werden. Die höchste korrespondierende Eigenform (Mode 12) wies bei Platte 1 eine Eigenfrequenz von 207 Hz, bei Platte 2 eine Eigenfrequenz von 219 Hz (Mode 14) auf. Der Vergleich zwischen den gemessenen und den (auf Basis der dynamisch bestimmten Steifigkeiten) berechneten Eigenfrequenzen zeigt, dass die maximale Abweichung beider Platten bei 3.0% liegt. Der Mittelwert aller Abweichungen beträgt 0.81%. In Tabelle 7.12 sind alle experimentell bestimmte ( $f_{exp}$ ) und berechnete ( $f_{ber}$ ) Eigenfrequenzen, die prozentuellen Abweichungen zwischen diesen Frequenzen, die MAC-Werte, die Nummer der korrespondierenden Eigenformen und zugehörige Dämpfungsrate der Platte 1 angegeben. Die entsprechenden Werte von Platte 2 können Tabelle 7.13 entnommen werden.

<b><math>f_{exp}</math></b>	<b><math>f_{ber}</math></b>	<b>Abw [%]</b>	<b>MAC</b>	<b>Mode</b>	<b><math>\zeta [\%]</math></b>
26.52	26.50	0.10	1.00	1	-0.94
56.16	56.21	0.08	0.99	2	-1.19
71.73	72.50	1.07	1.00	3	-0.79
101.99	101.00	0.99	0.98	4	-0.70
107.53	108.89	1.26	0.99	5	-0.76
124.65	124.95	0.24	0.97	6	-2.22
136.18	136.21	0.02	0.89	7	-0.89
141.18	136.87	3.05	0.88	8	-0.93
184.55	183.89	0.36	0.98	9	-0.96
196.81	198.73	0.97	0.85	10	-1.04
206.51	207.96	0.70	0.83	12	-0.96

Tabelle 7.12: Experimentell bestimmte ( $f_{exp}$ ) und berechnete ( $f_{ber}$ ) Eigenfrequenzen, prozentuelle Abweichung, MAC-Werte, Nummer der korrespondierenden Eigenformen und zugehörige Dämpfungsrate  $\zeta$  der Platte 1

$f_{exp}$	$f_{ber}$	Abw [%]	MAC	Mode	$\zeta$ [%]
26.5	26.25	-1.17	1.00	1	-0.92
55.25	54.96	-0.53	1.00	2	-0.48
70.85	71.48	0.89	1.00	3	-0.79
99.89	98.66	-1.23	0.98	4	-0.75
106.00	107.29	1.22	0.99	5	-0.75
121.90	121.87	-0.02	0.98	6	-1.52
132.90	134.25	1.02	0.84	7	-0.92
134.35	135.75	1.05	0.89	8	-1.06
181.51	183.19	0.93	0.96	9	-1.13
196.37	193.51	-1.45	0.87	10	-1.00
212.93	212.46	-0.22	0.81	12	-0.65
219.24	218.08	-0.53	0.95	15	-0.87

Tabelle 7.13: Experimentell bestimmte ( $f_{exp}$ ) und berechnete ( $f_{ber}$ ) Eigenfrequenzen, prozentuelle Abweichung, MAC-Werte, Nummer der korrespondierenden Eigenformen und zugehörige Dämpfungsrate  $\zeta$  der Platte 2

Die mittlere Dämpfungsrate  $\zeta$  beider Platten beträgt 1.0%. In Bild 7.27 sind die gemessenen Dämpfungsichten beider Platten dargestellt. Auf der x-Achse ist die Nummer der Eigenform (Mode) aufgetragen, auf der y-Achse die Dämpfungsrate. Die Dämpfungsichten beider Platten liegen sehr eng beieinander. Der hohe Mittelwert der Dämpfungsichten weist wiederum darauf hin, dass die Luftlager sehr viel Energie absorbieren.

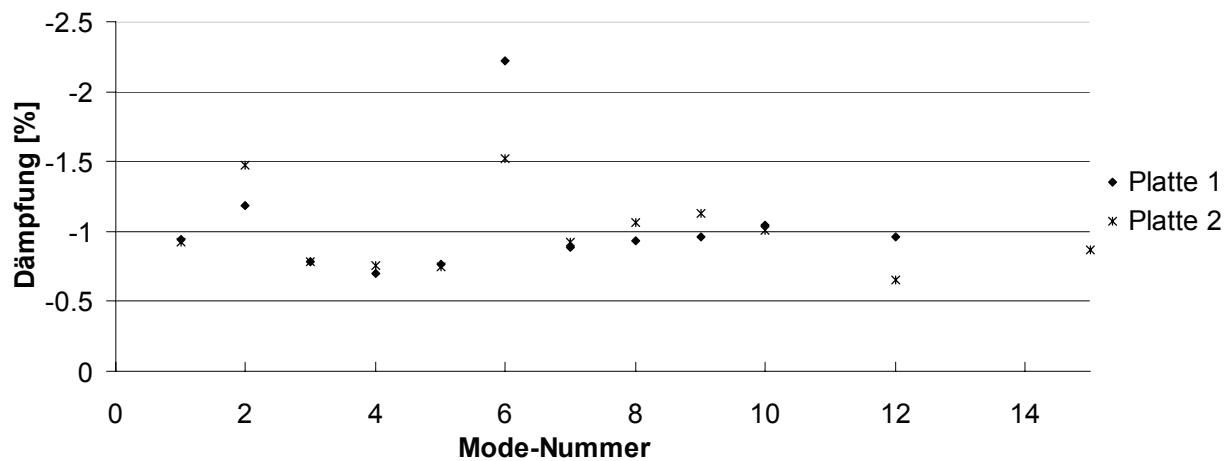


Bild 7.27: Dämpfungsrate der Brückenplatten Egolzwil

Die dynamisch bestimmten Ingenieurskonstanten sind graphisch im Vergleich zu den berechneten in Bild 7.28 dargestellt. Die berechneten und die dynamisch bestimmten Werte liegen bei den Platten sehr eng beieinander.

Der dynamisch bestimmte Elastizitätsmodul parallel zur Faserrichtung der Decklage ( $E_{11}$ ) ist bei Platte 1 höher als der berechnete (+5.1%), bei Platte 2 fast genau gleich (-0.1%).

Die dynamisch bestimmten Elastizitätsmodulen senkrecht zur Faserrichtung der Decklagen ( $E_{22}$ ) sind bei beiden Platten grösser als der berechnete Elastizitätsmodul.

Der dynamisch bestimmte Schubmodul  $G_{12}$  ist bei beiden Platten geringfügig kleiner als der berechnete (8.5% bei Platte 1, 4.6% bei Platte 2).

Die restlichen dynamisch bestimmten Ingenieurskonstanten sind grösser als die berechneten, also auf der „sicheren Seite“.

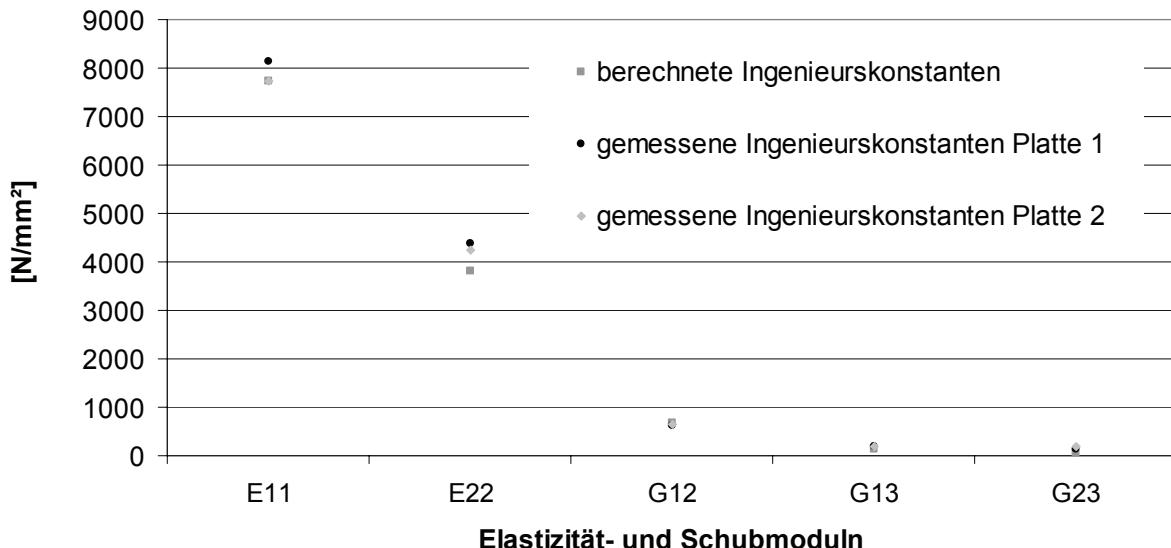


Bild 7.28: Vergleich der dynamisch bestimmten mit den berechneten Ingenieurskonstanten

Tabelle 7.14 gibt die dynamisch bestimmten Steifigkeiten als Ingenieurmodul (linke Seite) und als elastische Parameter der Steifigkeitsmatrix  $C_{ik}$ (rechte Seite) an.

Dynamisch bestimmte Ingenieurskonstanten			Dynamisch bestimmte elastische Parameter		
[N/mm²]	Platte 1	Platte 2	[N/mm²]	Platte 1	Platte 2
$E_{11}$	8130	7726	$C_{11}$	8339	7925
$E_{22}$	4387	4233	$C_{22}$	4500	4342
$G_{12}$	634	654	$C_{66}$	634	654
$G_{13}$	188	177	$C_{55}$	188	177
$G_{23}$	140	199	$C_{44}$	140	199

Tabelle 7.14: Dynamisch bestimmte Steifigkeiten als Ingenieurskonstanten und elastische Parameter der Steifigkeitsmatrix  $C_{ik}$  beider Platten

### 7.3.3 Schwingungsmessung im eingebauten Zustand ohne Asphalt

Ende August wurden Messungen an der erstellten Brücke, auf die noch kein Asphaltbelag aufgebracht wurde, durchgeführt. Hierzu wurde ein Raster auf die Brücke gezeichnet, das 7 x 3 Punkte enthielt und auf denen sehr empfindliche ( $10^{-6} \cdot g$ ) Beschleunigungssensoren (PCB 393B31) verteilt wurden. Im Viertelpunkt der Platte wurde nahe des Randes ein Shaker

aufgestellt, gegenüber am anderen Rand ein Referenzsensor (R1) und punktsymmetrisch zum Mittelpunkt der Brücke ein zweiter Referenzsensor (R2). Diese blieben, wie auch der Shaker, bei jeder Messung an ihrem Standort (Bild 7.29). Insgesamt wurden 6 Messungen durchgeführt.

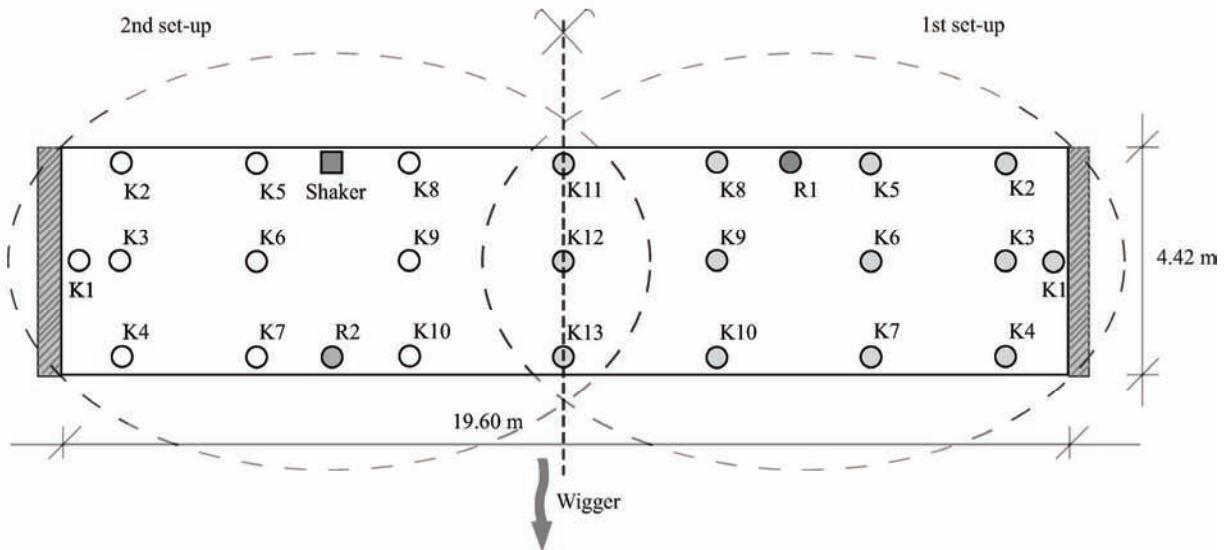


Bild 7.29: Versuchsaufbau: Shaker, Beschleunigungssensoren (K1-K13), Referenzsensoren (R1, R2)

Es wurden pro Messung je  $4 \times 3$  Sensoren auf einer Plattenhälfte verteilt (K2 – K13). Zusätzlich wurde ein Sensor über dem Auflager angebracht. Bei der ersten Messanordnung wurde die Brücke 3 Minuten lang durch einen Shaker mit einem Zufallssignal (weisses Rauschen) zwischen 1 und 50 Hz angeregt. Daraufhin wurde die Energie des Zufallssignals halbiert, um den Einfluss der Energie auf die Dämpfung der Brücke zu untersuchen. Als dritte Messung wurden Ambientmessungen durchgeführt. Bei der zweiten Messanordnung wurden wiederum 12 Sensoren auf der anderen Brückenhälfte verteilt und die gleichen Messungen wiederholt.

### Auswertung der Messdaten

Die gemessenen Zeitsignale wurden daraufhin mit einem Chebyshev Type II Tiefpassfilter bis 50 Hz gefiltert, um ungewollte hohe Frequenzen zu entfernen. Daraufhin wurden von jedem Messpunkt Übertragungsfunktionen berechnet und zurück in das Zeitsignal transformiert, was zu den Impulsantworten führt. Die Impulsantwort des Punktes der Struktur kann, wie in Gleichung (7.1) gezeigt, als Summe von Exponentialfunktionen dargestellt werden:

$$x_j(t) = \sum_{m=1}^M A_j^m \cdot e^{i\omega_m^* t} + w(t) \quad \text{mit } w_m^* = \omega_m + i\delta_m \quad (7.1)$$

mit  $A_j^m$  als komplexe Amplitude des Messpunktes  $j$ ,  $\omega_m$  der Resonanzfrequenz und  $\delta$  dem Dämpfungsfaktor der  $m$ -ten Schwingungsform.  $w(t)$  stellt das Messrauschen dar. In linearen

mechanischen Systemen sind die Resonanzfrequenzen Invariante und die Dämpfungsfaktoren werden als konstant über die ganze Struktur angenommen, daher werden die komplexen Frequenzen  $\omega_m^*$  parallel für alle Messpunkte bestimmt. Hierfür wird die von Tufts & Kumaresan [7] entwickelte „Linear Prediction“ - Methode verwendet. Daraufhin werden diese bestimmten Eigenfrequenzen in Gleichung (7.1) gesetzt, woraus ein überbestimmtes lineares Gleichungssystem folgt. Wird dieses lineare Gleichungssystem mit einer Methode der Kleinsten Fehlerquadrate berechnet, können die komplexen Amplituden an allen Messpunkten und somit auch die Eigenformen bestimmt werden.



Bild 7.30: Fertig gestellte Wiggerbrücke (links); Sensoren und Shaker auf der Fahrbahn (rechts)

In Bild 7.31 sind die gemessenen Eigenfrequenzen der Wiggerbrücke als Übertragungsfunktion dargestellt. Die gemessenen Eigenfrequenzen, welche in Blau eingezeichnet sind, wurden durch den Shaker bei voller Energie angeregt, die Eigenfrequenzen, welche in Rot eingezeichnet sind, durch den Shaker bei halber Energie.

## Fourier-Transformation

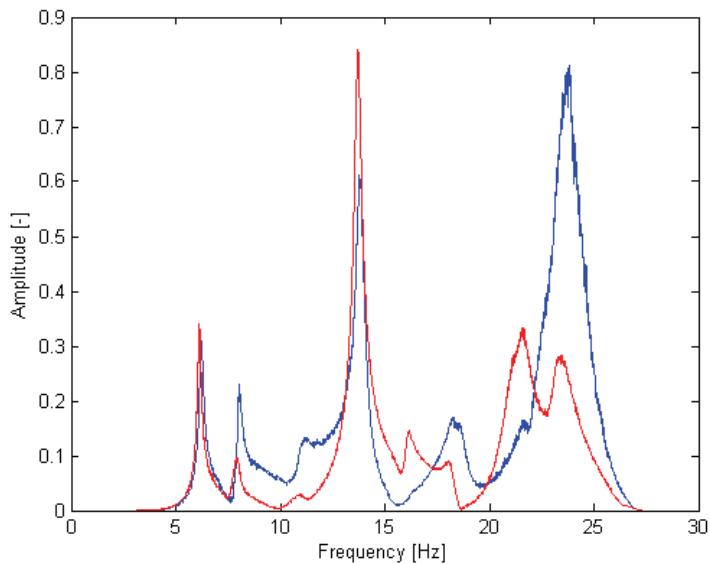


Bild 7.31: Eigenfrequenzen als Übertragungsfunktion, blaue Linie = Anregung mit voller Energie, rote Linie = Anregung mit halber Energie

Es ist gut zu erkennen, dass die Anregungsenergie bei halber Energie teilweise zu gering war, um die entsprechenden Eigenformen anzuregen. Bild 7.32 stellt das so genannte „Powerspektrum“ dar, welches mit den Referenzsensoren (R1, R2) gemessen wurde.

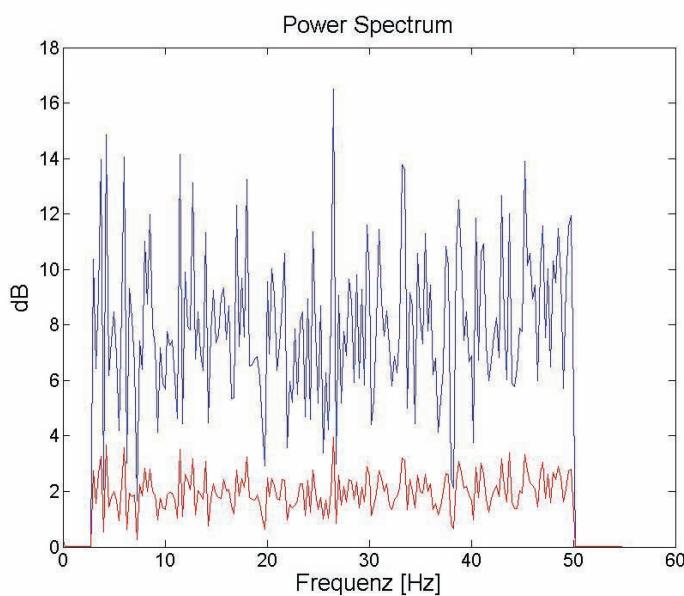
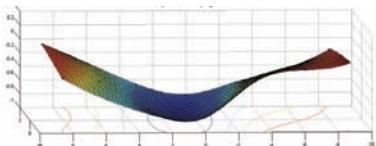


Bild 7.32: Gemessene Energie bei voller Anregung (blaue Linie) und bei halber Anregung (rote Linie)

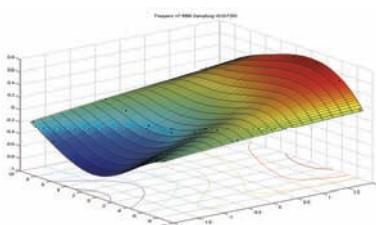
In Tabelle 7.15 sind alle gemessenen Eigenfrequenzen, Schwingungsformen und Dämpfungsrraten ( $\zeta$ ) der Wiggerbrücke dargestellt. Bei Anregung mit weniger Energie konnte eine Schwingungsform nicht mehr gemessen werden. Die Auswertung der anderen Schwingungsformen stellte sich als schwieriger heraus. Die Dämpfungsrraten nehmen bei höher werdenden Eigenfrequenzen bei geringerer Energiezufuhr ab.

Shaker, volle Energie

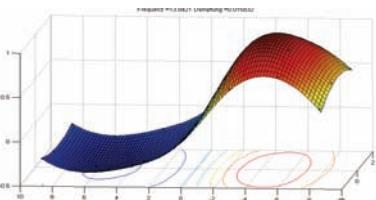
$f = 6.2 \text{ Hz}, \zeta = -1.7\%$



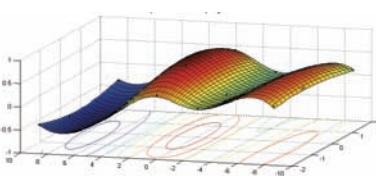
$f = 8.0 \text{ Hz}, \lambda = -1.7\%$



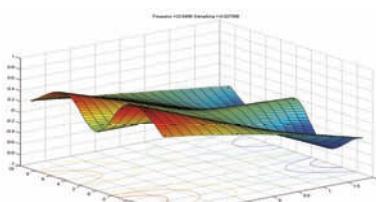
$f = 13.8 \text{ Hz}, \zeta = -1.6\%$



$f = 18.7 \text{ Hz}, \zeta = -1.4\%$

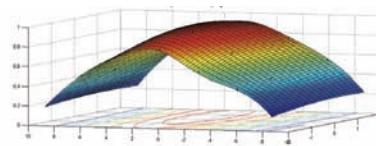


$f = 23.6 \text{ Hz}, \zeta = -2.8\%$



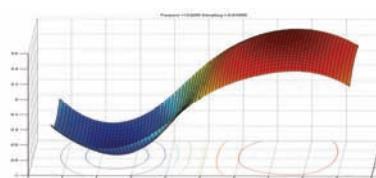
Shaker, halbe Energie

$f = 6.2 \text{ Hz}, \zeta = -1.3\%$

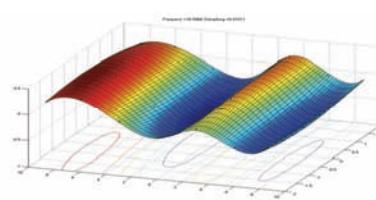


Nicht messbar

$f = 13.8 \text{ Hz}, \zeta = -1.6\%$



$f = 18.6 \text{ Hz}, \zeta = -1.0\%$



$f = 23.9 \text{ Hz}, \zeta = -0.5\%$

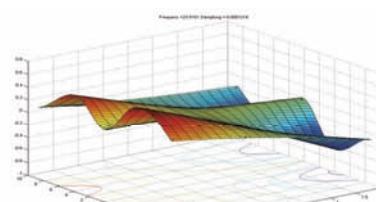


Tabelle 7.15: Schwingungsformen der Wiggerbrücke mit Angabe der Eigenfrequenzen und Dämpfungsrraten  $\zeta$  bei Anregungen mit verschieden hoher Energie

## 7.4 Literatur zu Kapitel 5-7

- [1] Czaderski, C., Steiger, R., Howald, M., Olia, S., GÜLZOW, A. and Niemz, P. 'Versuche und Berechnungen an allseitig gelagerten 3-schichtigen Brettsperrholzplatten', *submitted to Journal Holz als Roh- und Werkstoff* (2006)
- [2] CEN 'EN 338: Bauholz für tragende Zwecke - Festigkeitsklassen' 2003)
- [3] Hearmon, R.F.S. 'Elasticity of wood and plywood' (Department of Scientific and Industrial Research, London, 1948)
- [4] Görlicher, R. 'Ein neues Messverfahren zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Holz', *Holz als Roh- und Werkstoff* **42** (1984) 219-222
- [5] Bodig, J. and Jayne, B.A. 'Mechanics of wood and wood composites' (Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, 1993)
- [6] Cubus Engineering Software AG 'CEDRUS-5: Handbuch ab Programmversion 1.16' Zurich, 2005)
- [7] Tufts, d.W. and Kumaresan, R. 'Estimation of frequencies of multiple sinusoids: Making linear prediction perform like maximum likelihood'. Proceedings of the IEEE, 1982, 975-989

## 8 Schlussfolgerungen

Ziel des Forschungsprojektes war die Entwicklung eines praxisnahen Verfahrens zur zerstörungsfreien Bestimmung der Steifigkeit von Massivholzplatten in den orthogonalen Hauptrichtungen und die Ermittlung der Dämpfung, welche bei der Beurteilung der Schwingungsanfälligkeit von Brettspernholzplatten von Bedeutung ist.

Zur zerstörungsfreien Bestimmung der Steifigkeiten von Massivholzplatten wurde eine neue Methode entwickelt und in 3 Phasen untersucht:

- Phase 1: Experimente an quadratischen Platten
- Phase 2: Experimente an handelsüblichen Platten (auch rechteckiger Form)
- Phase 3: Versuche an Platten für konkrete Bauprojekte

Ziel und Zweck war es, die Methode im ganzen Spektrum d.h. bei Laborbedingungen, im Herstellerwerk und auf der Baustelle zu überprüfen und anhand der sich jeweils ändernden Randbedingungen weiter zu entwickeln. Die Dämpfungswerte sollten im Rahmen der Signalauswertung voll automatisch als zusätzliche Information bestimmt werden. Zusammenfassend können folgende Aussagen gemacht werden:

### 8.1 Anwendbarkeit der Methode

- Für fast alle Platten konnten die Steifigkeiten  $C_{11}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{44}$ ,  $C_{55}$  und  $C_{66}$  bestimmt werden. Der Schubmodul  $C_{44}$  ( $G_{23}$ ) ist schwer zu ermitteln, da die Bestimmbarkeit stark von den hochfrequenten Schwingungsformen abhängt, die sehr schwer anzuregen sind. Je grösser die Plattendicke und je dünner die Decklage ist, desto besser kann der Steifigkeitsparameter  $C_{44}$  bestimmt werden.
- Für alle Platten konnten die Dämpfungseigenschaften bestimmt werden.
- Das Verfahren hat sich als praxisnah erwiesen:
  - Die Methode wurde an Platten mit Dicken von 70 mm bis zu 480 mm und mit Längen von 2.5 m bis 8 m erfolgreich angewandt. Stets konnten mindestens 4 Steifigkeiten bestimmt werden.
  - Die Platten zur Steifigkeitsbestimmung müssen nicht zwingend aufgehängt werden, sondern können auch auf Luftlagern aufgelegt werden.
  - Die Methode ist robust genug, um die Steifigkeiten von Massivholzplatten auch im Werk beim Hersteller im Rahmen der laufenden Produktion (Schwingungen durch Maschinen, Gabelstapler, etc.) zuverlässig zu bestimmen.

- Es wurden Programme entwickelt, mit denen nach Eingabe der Schichtdicken, der Geometrie und der Rohdichte der Platten die Steifigkeiten voll automatisch bestimmt werden können.
- Die dynamisch ermittelten Steifigkeiten lassen sich direkt in Statikprogramme wie z.B. „Cedrus“ einbinden und dynamische (Eigenfrequenzen) sowie statische Berechnungen (Durchbiegungen) durchführen. Eingabeversuche haben gezeigt, dass gängige Projekte einfach und zuverlässig zu berechnen sind, komplexe Schwingungsanalysen jedoch stark von Auflagerbedingungen und der Modellierung abhängen.
- Alle Steifigkeiten werden auch als so genannte Ingenieurskonstanten, also Elastizitäts- und Schubmoduln dargestellt, um den Anwender gängige Materialeigenschaften zu präsentieren.
- Im Rahmen der Normierung des Produktes Brettsperrholz (z.B. CE-Kennzeichnung) ist die Deklaration der mechanischen Eigenschaften des Produktes unerlässlich. Zur zuverlässigen Bestimmung der orthogonalen Plattensteifigkeiten liegt nun ein Verfahren vor, welches die Streuung der Materialeigenschaften der Schichten und die Einflüsse der Produktion (Entlastungsnuten, seitliche Verklebung, Stösse) gut erfasst.

## 8.2 Dynamisch bestimmte Steifigkeiten

- Alle Steifigkeiten sind stark abhängig von den Eigenschaften des Rohmaterials, von der Produktionsart (Grad der Homogenisierung) und dem seitlichen Verkleben der Mittellagen.
- Die Plattensteifigkeiten sind je nach Produkt unterschiedlich: Die Steifigkeiten des Produktes B waren durchwegs höher als die Steifigkeiten der Platten des Produktes A und die Streuung der Steifigkeiten waren bei Produkt B durchweg geringer als bei Produkt A.
- Die mit der Verbundtheorie, unter Annahme, dass alle Schichten der Festigkeitsklasse C24 entsprechen, berechneten E-Moduln waren teilweise höher als die dynamisch bestimmten, also auf der unsicheren Seite. Die Anwendung der Verbundtheorie führt daher nur zu korrekten Plattensteifigkeiten, wenn man die mechanischen Eigenschaften der einzelnen Schichten genauer kennt (z.B. durch mechanische Sortierung) und die Bretter aller Schichten seitlich miteinander verklebt sind.

### **8.3 Verifikation der dynamisch bestimmten Steifigkeiten mittels statischen Versuchen**

Gemessene Durchbiegungen waren immer grösser (im Mittel 7%) als berechnete. Eine Erklärung für die Überschätzung der elastischen Parameter ist die Abhängigkeit der elastischen Eigenschaften von den Belastungsgeschwindigkeiten. Bei den dynamischen Tests ist diese viel grösser, wie auch andere Forschungsarbeiten zeigten.

## **9 Ausblick**

Ein nächstes Ziel ist die Integration der Methode in den Produktionsfluss. Hierzu wird eine Zusammenarbeit mit Verfahrenstechnikern, Plattenherstellern und Sortiermaschinenherstellern angestrebt, um das Verfahren für eine praktische, voll automatische, wirtschaftliche und schnelle Anwendung zu optimieren. Des Weiteren soll die Applikation der Methode auf weitere Holzwerkstoffe und Holzmischprodukte verschiedener Abmessungen und Geometrien ausgeweitet werden.

## 10 Verdankung

Die Durchführung eines solch komplexen und umfangreichen Forschungsprojektes, welches sich von Laborversuchen über Versuche bei den Herstellern bis hin zu Feldversuchen erstreckt, ist nur durch umfangreiche Unterstützung möglich. Daher danken wir ganz besonders:

- dem Fonds zur Förderung der Wald- und Holzforschung für die finanzielle Unterstützung,
- der Pius Schuler AG und der Schilliger Holz AG für die Produktion der Platten und die gute Zusammenarbeit. Die Experimente konnten optimal in den Produktionswerken mit Unterstützung der dortigen Mitarbeiter durchgeführt werden.
- Herrn Lebel von der Theiler Ingenieur AG, Thun, der die Messungen vor Ort in Brienz ermöglicht, uns mit Plänen versorgt und in seinen straffen Zeitplan eingeschoben hat, Herrn Christoph Fuhrmann, Berater der Theiler Ingenieur AG und Herrn Peter Liechti (Tiefbauamt Bern), der die Messungen an der Brücke in Brienz genehmigt hat.
- Herrn Werner Leibundgut (Schilliger Holz AG) und Herrn Jurt mit Kollegen (Ingenieurbüro Pirmin Jung), die die Messungen an der Wiggerbrücke in Egolzwil ermöglicht und uns mit weiteren wichtigen Informationen versorgt haben.
- den Herren Bruno Maag, Heinrich Lippuner und Max Heusser (Techniker der Abteilung 116 der Empa) für deren technische Unterstützung bei den Laborversuchen.
- Herrn Robert Widmann (Abt. 115) und Frau Sandy Schubert (Abt 116) für deren tatkräftige Unterstützung bei den Versuchen *in situ*.
- Herrn Prof. Mario Fontana (ETH Zürich) für die wissenschaftliche Begleitung der Arbeit

# Anhang

## A. Methodik

### A.1 Lösungsansatz

Die zerstörungsfreie Bestimmung elastischer Eigenschaften anisotroper Materialien ist ein gut erforschtes Gebiet. Im Wesentlichen beruhen alle Methoden darauf, dass die zu untersuchende Struktur mechanisch beansprucht und deren Verformungen gemessen werden. Um die elastischen Eigenschaften zu bestimmen, wird ein geeignetes physikalisches Modell benutzt, welches den Zusammenhang zwischen der Beanspruchung und der gemessenen Verformung beschreibt.

Es können zum Beispiel elastische Wellenausbreitungsphänomene herangezogen werden. Dritti [1] und Rose [2] messen Phasengeschwindigkeiten ebener elastischer Wellen in unterschiedliche Materialrichtungen. Durch die Lösung der so genannten Christoffel-Gleichungen können die elastischen Eigenschaften bestimmt werden. Bucur und Archer [3] haben diese Technik auf kleine Holzproben angewendet. Da die mechanischen Wellen nur partielle Gebiete der Struktur durchlaufen oder nur kleine Proben untersucht werden können, ermöglichen diese Methoden nur die Bestimmung quasi lokaler Materialeigenschaften. Die Eigenschaften von Holz können jedoch örtlich stark variieren. Deshalb ist es sinnvoll, globale, verschmierte Eigenschaften zu bestimmen. Dazu benutzten Chimenti [4] und Gsell [5] geführte mechanische Wellen in platten- und hohlzylinderförmigen Strukturen. Diese Methoden sind experimentell jedoch sehr anspruchsvoll.

Ein anderer Ansatz zur Bestimmung globaler elastischer Eigenschaften sind statische oder dynamische Experimente an grossen Bauteilen. Statische Versuche sind kostenintensiv und deshalb eher weniger geeignet. Im Gebiete der dynamischen Versuche zeigt die Modal Analyse sich als effiziente und präzise Alternative, um elastische Eigenschaften zu bestimmen (Frederiksen [6], [7], Larsson [8] und Gsell [9]). Diese dynamischen Verfahren basieren auf drei Hauptschritten:

- Im Experiment, der so genannten experimentellen Modalanalyse, werden die Resonanzfrequenzen, Schwingungsformen und Dämpfungsparameter der Struktur bestimmt. Die Grundlagen der experimentellen Modal Analyse sind in Maia [10] ausführlich beschrieben. Aufgrund ihrer Effizienz wird hier die Matrix-Pencil-Methode von Hua [11] in Kombination mit dem Modell-Wahl Kriterium von Akaike [12] implementiert.
- Ein physikalisches Modell der Struktur wird herangezogen, welches den Zusammenhang der Resonanzfrequenzen und Schwingungsformen in Funktion der zu bestimmenden, elastischen Eigenschaften beschreibt. Verschiedenste Platten-theorien sind veröffentlicht worden; angefangen mit der Theorie von Kirchhoff, welche das dynamische Verhalten dünner, isotroper Platten im niedrigen Frequenzbereich beschreibt. Aufgrund des schubweichen Verhaltens der Holzplatten müssen Schubverformungen berücksichtigt werden. Reissner-Mindlin [13] Plat-

tentheorien beinhalten dies. Die Schubspannungen werden hier als konstant über die Plattendicke angenommen, weshalb ein Schubkorrekturfaktor eingefügt werden muss. Um dies zu umgehen, wird der Ansatz von Reddy [14] verwendet: Kubische Ansatzfunktionen werden über die Plattendicke angesetzt. Daraus resultiert eine quadratische Schubspannungsverteilung, so dass auf die Einführung der Korrekturfaktoren verzichtet werden kann.

- Durch systematisches Anpassen der unbekannten, elastischen Parameter werden dann die mit Hilfe des Modells berechneten Resonanzfrequenzen mit den im Experiment bestimmten Frequenzen optimal in Übereinstimmung gebracht. Das inverse Problem wird mit dem nichtlinearen Parameterschätzalgorithmus von Britt und Luecke [15] gelöst, was einen iterativen Prozess zur Folge hat. Um eine voll automatische Methode zu erhalten werden mit Hilfe der MAC-Werte (Maia [10]) jeweils die theoretisch bestimmten den entsprechenden experimentell ermittelten Schwingungsformen zugeordnet. MAC-Werte sind ein Mass für die Übereinstimmung der Schwingungsformen.

## A.2 Analytisches Modell

Im ersten Teil (Abschnitt A.2.1) wird auf die theoretische Modalanalyse eingegangen. Es wird ein Modell vorgestellt, welches die Eigenschwingungsformen und die Resonanzfrequenzen in Abhängigkeit der elastischen Konstanten darstellt. Im zweiten Teil (Abschnitt A.2.2) wird dieses Modell so angepasst, dass es auch für die Modellierung von statischen Versuchen mit Punktlasten oder verteilten Lasten abgebildet werden kann.

### A.2.1 Theoretische Modalanalyse

#### **Material**

Es werden ausschliesslich Biegeschwingungen der Platte betrachtet. Im untersuchten Frequenzbereich (kleiner als 1 kHz) sind die auftretenden Wellenlängen deutlich grösser als die Dicke der Platte und auch deren Mikrostruktur. Als gute Approximation kann daher das Material als homogen angenommen werden (Kapitel 3), und das Modell kann somit auf effektiven Materialeigenschaften basieren. Aufgrund der Makrostruktur der Platten sowie der Mikrostruktur des Holzes, wird angenommen, dass sich die Massivholzplatten orthotrop verhalten (siehe Kapitel 3). Das Materialgesetz für linear elastische Werkstoffe schreibt sich

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (A.1)$$

Dabei sind  $C_{ik}$  die neun unabhängigen Elemente des Steifigkeitstensors,  $\sigma_{ij}$  und  $\varepsilon_{kl}$  die Spannungen bzw. die Dehnungen. Aufgrund der geringen Dicke der Platte, wird ein ebener Spannungszustand  $\sigma_{33} = 0$  angenommen, was zu folgender Beziehung führt:

$$\varepsilon_{33} = -\frac{C_{13} \cdot \varepsilon_{11} + C_{23} \cdot \varepsilon_{22}}{C_{33}}. \quad (A.2)$$

Eine Skizze einer Platte mit eingetragenen Vermassungen sowie dem verwendeten Koordinatensystem ist in Bild A.1 zu sehen.

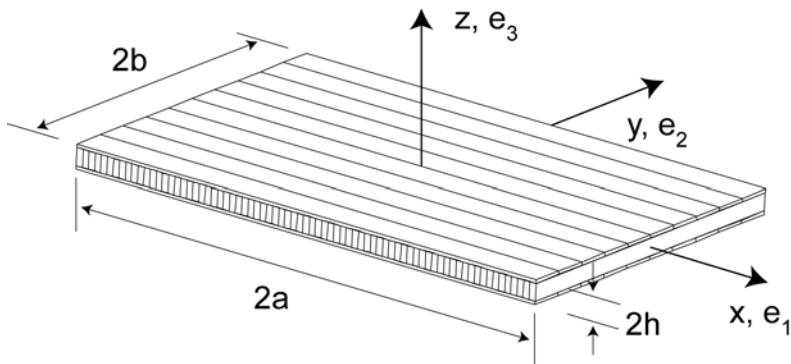


Bild A.1: Schematische Darstellung einer Platte mit dem verwendeten Koordinatensystem.

### ***Kinematische Relationen und Energieprinzip***

Da im Baustoff Holz der Elastizitätsmodul in Richtung der Faser um mehr als eine Größenordnung grösser ist als die Schubmoduln senkrecht dazu, müssen Schubdeformationen berücksichtigt werden. Dazu führt Reddy [14] in seiner Plattentheorie im Verschiebungsfeld der Platte Rotationsfreiheitsgrade ein, die neben einer linearen Abhängigkeit in Dickenrichtung zusätzlich quadratische und kubische Terme enthalten. So schreibt sich die Verschiebung  $u_k$  (wobei  $k = 1,2$  die Richtung der Verschiebung anzeigt) als:

$$u_k(x, y, z) = z \cdot \psi_k(x, y) + z^2 \cdot \zeta_k(x, y) + z^3 \cdot \chi_k(x, y) \quad (A.3)$$

Dieser Ansatz gilt für Platten mit einem bezüglich der Mittelfläche symmetrischen Aufbau. Aufgrund der Spannungsrandbedingungen  $\sigma_{13}(z = \pm h) = 0$  und  $\sigma_{23}(z = \pm h) = 0$  existieren keine quadratischen Terme und eine Beziehung für die kubischen kann hergeleitet werden. Das führt zu folgendem, dreidimensionalen Verschiebungsfeld

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} z - \frac{z^3}{3h^2} & 0 & -\frac{z^3}{3h} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & z - \frac{z^3}{3h^2} & -\frac{z^3}{3h} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \psi_1(x, y) \\ \psi_2(x, y) \\ u_{30}(x, y) \end{Bmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

$u_{30}$  ist die Querverschiebung der Plattenmittelfläche und  $\psi_i$  sind die Rotationen der Normalen zur Mittelebene. Somit wird angenommen, dass die Verschiebung  $u_3$  unabhängig von der Dickenkoordinate ist, was im betrachteten Frequenzbereich zulässig ist. In der Zeit wird ein harmonischer Ansatz, mit  $\omega$  als Kreisfrequenz, angenommen.

Die zweidimensionalen Rotations- und Verschiebungsfelder werden mit dem Produkt von zwei vollständigen Reihen von Legendre-Polynomen parametrisiert. Die Felder können dargestellt werden als

$$\psi_1 = \mathbf{p} \cdot \mathbf{q}_1, \quad \psi_2 = \mathbf{p} \cdot \mathbf{q}_2 \quad \text{und} \quad u_3 = \mathbf{p} \cdot \mathbf{q}_3, \quad (\text{A.5})$$

wobei  $\mathbf{q}_i$  die Koeffizientenvektoren sind und  $\mathbf{p}$  der Vektor mit den Legendre Polynomen der Ordnung  $L$ . Mit der Gleichung (A.5) kann (A.4) geschrieben werden als

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\Gamma} \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} \cdot e^{i\omega t} \quad (\text{A.6})$$

wobei  $\boldsymbol{\Gamma}$  die Operatormatrix der Gleichung (A.4) ist.

Mit linearen, kinematischen Relationen,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{u}; \quad \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{xz} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

in denen die Dehnungen  $\boldsymbol{\varepsilon}$  über die Operatormatrix  $\mathbf{D}$  mit den Verschiebungen  $\mathbf{u}$  verknüpft sind, und durch Anwendung des Hamilton'schen Prinzips (Extremal-Prinzip der Mechanik), unter Annahme von spannungsfreien Rändern, kann das dynamische Verhalten der Platte in Integralform wie folgt beschrieben werden:

$$\delta \mathbf{q}^T \cdot \int \mathbf{p}^T \cdot \boldsymbol{\Gamma}^T \cdot \mathbf{D}^T \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\Gamma} \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} \cdot dV - \delta \mathbf{q}^T \cdot \int \rho \omega^2 \cdot \mathbf{p}^T \cdot \boldsymbol{\Gamma}^T \cdot \boldsymbol{\Gamma} \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} \cdot dV = 0 \quad (\text{A.8})$$

Der erste Term stellt die Variation der elastischen Energie und der zweite Term die Variation der kinetischen Energie dar. Wird die Gleichung (A.8) über das Plattenvolumen integriert, resultiert das folgende Eigenwertproblem

$$(\mathbf{K} - \omega \cdot \mathbf{M}) \cdot \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (\text{A.9})$$

$\mathbf{K}$  ist die Steifigkeitsmatrix und  $\mathbf{M}$  stellt die Massenmatrix dar. Aufgrund der Orthogonalität der Legendre-Polynome ist  $\mathbf{M}$  diagonal, wodurch das Eigenwertproblem einfach und effizient gelöst werden kann.

### Genauigkeit des Modells

Die Genauigkeit des beschriebenen Modells ist von der Wahl der Polynomordnung  $L$  abhängig. Diese Untersuchung wurde mit den Material- und Geometrieeigenschaften durchgeführt, wie sie in Kapitel A.4 beschrieben sind. In Bild A.2 sind einige ausgewählte Frequenzen in Funktion der Polynomordnung dargestellt. Die relativen Änderungen sind auf die jeweilige Frequenz bezogen, die mit der Polynomordnung  $L = 19$  berechnet wurde. Die grösste relative Differenz einer Resonanzfrequenz berechnet zwischen Polynomordnungen  $L = 17$  und  $L = 19$  (erste 25 Schwingungsformen), was einen Frequenzbereich bis 1 kHz abdeckt, beträgt weniger als 0.1%. Somit ist der Ansatz der Rotations- und Verschiebungsfelder basierend auf Legendre-Polynomen der Ordnung  $L = 19$  für das Plattenmodell hinreichend genau.

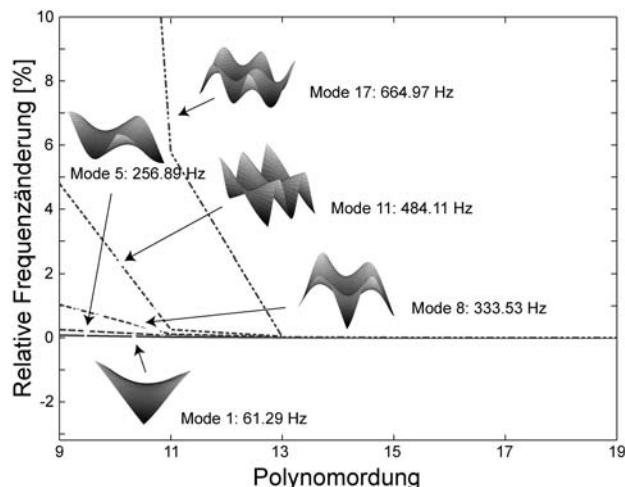


Bild A.2: Konvergenz einiger Resonanzfrequenzen der untersuchten Massivholzplatte bei Erhöhung der Polynomordnung.

### A.2.2 Statisches Modell

Das statische Modell basiert auf denselben mechanischen Grundüberlegungen, wie das oben beschriebene dynamische Modell. Bei der Formulierung des Hamilton'schen Prinzips (Gl. A.8) entfällt der Anteil der kinetischen Energie. Dafür muss die äussere Arbeit berücksichtigt werden. Somit schreibt sich die Variation der Energie zu

$$\delta \mathbf{q}^T \cdot \int \mathbf{p}^T \cdot \boldsymbol{\Gamma}^T \cdot \mathbf{D}^T \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\Gamma} \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} \cdot dV = \delta \mathbf{q}^T \cdot \int \mathbf{p}^T \cdot P_0 \cdot \delta(x_0, y_0) \cdot dA \quad (\text{A.10})$$

wobei  $P_0$  eine Einzelkraft,  $\delta(x_0, y_0)$  die Dirac Distribution und  $dA$  ein infinitesimales Flächenelement darstellt. Kinematische Randbedingungen, wie die hier verwendeten einfachen Auflager, werden am einfachsten erfüllt, indem die parametrisierten Verschiebungsfelder (Gl.

A.5) mit Funktionen multipliziert werden, welche die Randbedingungen erfüllen. So lässt sich zum Beispiel die Verschiebung  $u_3$  einer allseitig einfach aufgelegten Platte darstellen als

$$u_3 = \left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right) \left(1 - \left(\frac{y}{b}\right)^2\right) \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{q}_3 \quad (\text{A.11})$$

Die Rotationsfelder sind analog zu behandeln. Nach dem Ausintegrieren der Gl. A.10 erhält man aus der linken Seite wiederum die Steifigkeitsmatrix während die rechte Seite einen Belastungsvektor ergibt. Das entstandene lineare Gleichungssystem kann nach den gesuchten Verschiebungen aufgelöst werden.

## A.3 Experimentelle Modalanalyse

### A.3.1 Messung

In dynamischen Versuchen sind Randbedingungen wie Einspannungen oder einfache Auflager kaum sauber realisierbar, da immer ein Teil der mechanischen Energie abfließt, anstatt vollständig reflektiert zu werden. Deshalb wird hier die freie Konfiguration untersucht. Um freie Ränder zu realisieren, wird die Platte an leichten, dünnen und langen Fäden aufgehängt. Ein Impulshammer (PCB 086D20) wird verwendet, um die Struktur anzuregen. Durch die Wahl einer harten Hammerspitze erfolgt eine breitbandige Anregung möglichst vieler Eigenschwingungen. Die Platte wird an Punkten angeschlagen, welche auf einem gleichmäßigen Gitter angeordnet sind, wie dies in Bild A.3 ersichtlich ist.

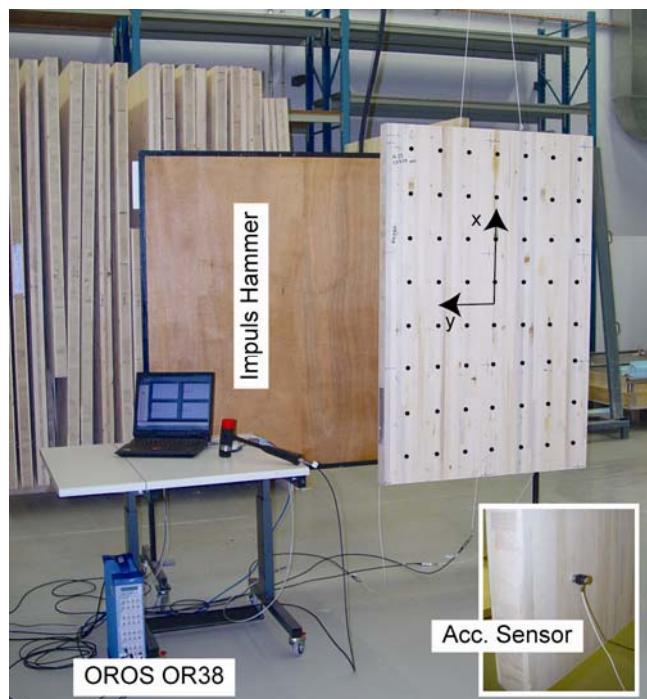


Bild A.3: Experimenteller Aufbau im klimatisierten Raum. Die schwarzen Punkte auf der Platte bezeichnen die Messpunkte.

Jeder Punkt wird 10-mal angeschlagen und die Messresultate werden gemittelt. Die dynamische Antwort der Platte wird mit kleinen, leichten Beschleunigungssensoren (Kistler 8636C10) detektiert. Die Sensoren sind auf der Rückseite der Platte angeordnet. Damit möglichst jede Schwingungsform erfasst wird, werden zwei Sensoren im Bereich der Ecken der Platte und einer etwas neben der Mitte angebracht. Die analogen Signale werden digitalisiert und gespeichert (OROS OR38). Da die elastischen Eigenschaften von Holz stark von der Feuchtigkeit als auch von der Temperatur abhängen, werden die Versuche im klimatisierten Raum durchgeführt, wo die Platten während 2 bis 3 Monaten gelagert wurden.

### A.3.2 Auswertung

An jedem Messpunkt wird die Übertragungsfunktion für jeden Hammerschlag berechnet. Die Mittelung der 10 Signale des gleichen Messpunktes erfolgt im Frequenzbereich. Die gemittelten Übertragungsfunktionen werden zurück in den Zeitbereich transformiert, was zu den Impulsantworten führt. Diese Vorgehensweise ist schematisch in Bild A.4 dargestellt. Die Impulsantwort  $x_j(n \cdot \Delta t)$  des Punktes  $j$  der Struktur kann, wie in Gleichung (A.12) gezeigt, als Summe von  $M$  Exponentialfunktionen dargestellt werden

$$x_j(n \cdot \Delta t) = \sum_{m=1}^M A_j^m \cdot e^{i\omega_m^* n \cdot \Delta t} + w(n \cdot \Delta t) \quad \text{mit} \quad \omega_m^* = \omega_m + i\delta_m \quad (\text{A.12})$$

$A_j^m$  ist die komplexe Amplitude des Messpunktes  $j$ ,  $\omega_m$  die Resonanzfrequenz und  $\delta_m$  der Dämpfungsfaktor der  $m$ -ten Schwingungsform.  $w(n \cdot \Delta t)$  stellt das Messrauschen dar.  $\Delta t$  entspricht dem Zeitschritt, mit welchen die Messsignale digitalisiert werden.

In einem ersten Schritt wird die unbekannte Anzahl harmonischer Funktionen  $M$  für alle Punkte simultan bestimmt. Dazu wird Akaike's Modell-Auswahl-Kriterium verwendet ([12] und [16]). In linearen mechanischen Systemen sind die Resonanzfrequenzen Invariante und die Dämpfungsfaktoren werden als konstant über die ganze Struktur angenommen. Daher werden die komplexen Frequenzen  $\omega_m^*$  parallel für alle Messpunkte bestimmt. Die Signalpole  $s_m = e^{i\omega_m^* \Delta t}$  werden mit Hilfe des *Forward-Backward-Matrix-Pencil* Algorithmus, wie er von [11] vorgestellt wurde, bestimmt. Aus den Signalpolen berechnen sich die Frequenz und die Dämpfung als:

$$\omega_m = \frac{\arg(s_m)}{\Delta t} \quad \text{und} \quad \delta_m = \frac{\ln(|s_m|)}{\Delta t \cdot \omega_m} \quad (\text{A.13})$$

Werden die extrahierten, komplexen Frequenzen in Gl. A.12 eingesetzt, entsteht ein überbestimmtes lineares Gleichungssystem, dessen Lösungen den Amplituden  $A_j^m$  der Schwingungsform  $m$  an der Stelle  $j$  entsprechen.

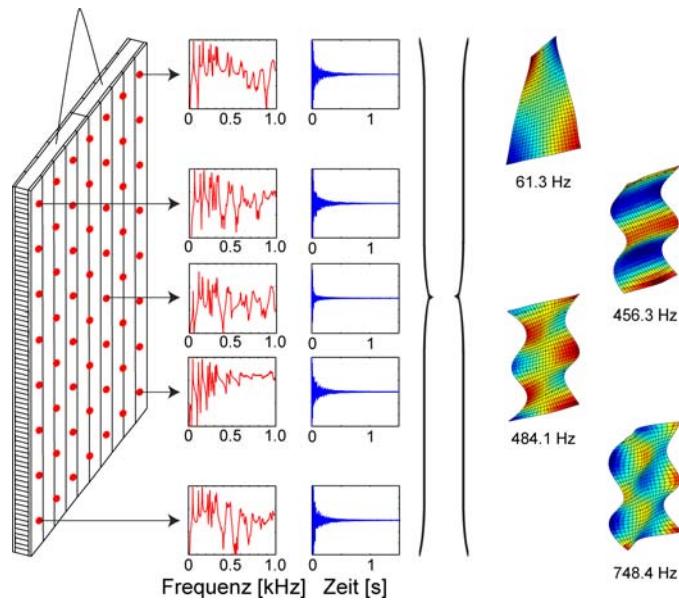


Bild A.4: Schematisches Vorgehen zur Bestimmung der Resonanzfrequenzen und Schwingungsformen.

## A.4 Inverses Problem

### A.4.1 Einfluss der elastischen Eigenschaften (Sensitivität)

Das analytische Modell benötigt neun unabhängige elastische Eigenschaften, um das mechanische Verhalten der Massivholzplatte zu beschreiben. Da nicht alle dieser Parameter  $C_{ij}$  im untersuchten Frequenzbereich einen hinreichend grossen Einfluss auf das dynamische Verhalten haben, wird vorerst eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt, damit diese sauber bestimmt werden können. Dazu wurde eine Platte mit den Dimensionen  $2a = 1.5m$ ,  $2b = 1.0m$  und der Dicke  $2h = 0.07m$  verwendet. Die angenommenen Steifigkeiten entsprechen Werten wie sie im Rahmen dieses Projektes bestimmt wurden. Es wurde eine Sensitivitätsanalyse für die neun Steifigkeitselemente durchgeführt. Dabei wurde jeweils eine einzelne Eigenschaft um 10% erhöht und der relative Einfluss auf die Resonanzfrequenzen dargestellt (Bild A.4). Die Elemente  $C_{33}, C_{31}, C_{32}$  und  $C_{12}$  haben nur einen sehr kleinen Einfluss auf die Resonanzfrequenzen; die maximale relative Änderung beträgt 0.15%. Deshalb scheint es nicht möglich zu sein, diesen Parameter mit der vorgeschlagenen Methode zu bestimmen. Die Einflüsse der anderen fünf untersuchten Steifigkeitselemente liegen zwischen 0.7 und 4.7% und sind somit signifikant höher.

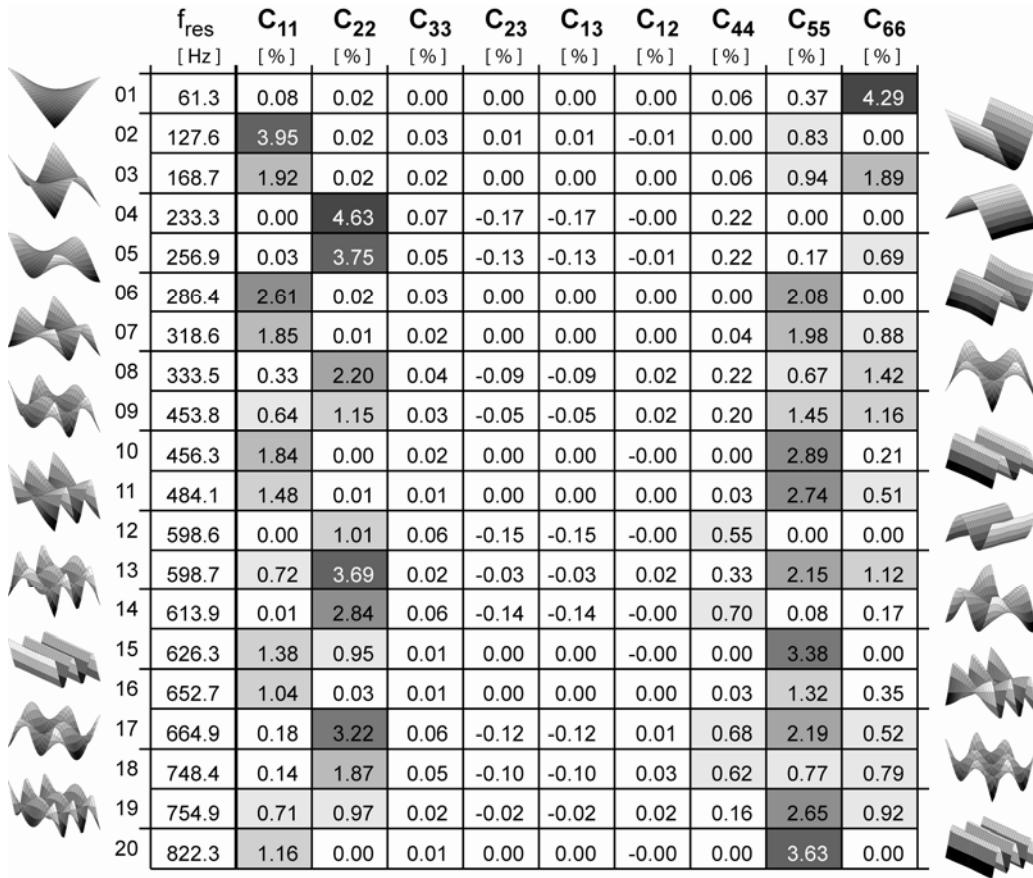


Bild A.5: Sensitivitätsanalyse der ersten 20 Schwingungsformen einer Massivholzplatte. Die relativen Änderungen der Resonanzfrequenzen sind aufgelistet. Die Hintergrundfarbe der Zellen ist ein visueller Indikator für die Grösse der Änderung.

#### A.4.2 Nichtlineares Optimierungsproblem

Die unbekannten Steifigkeitselemente werden simultan mit einem Best-Fit-Algorithmus nach Britt [15] bestimmt. Das Optimierungsproblem kann analytisch wie folgt beschrieben werden:

$$\text{minimiere} [\mathbf{e}^T \mathbf{Q}_{\mathbf{ff}}^{-1} \mathbf{e}] \text{ wobei } \mathbf{g}(\mathbf{C}, \mathbf{f}) = \mathbf{0}. \quad (\text{A.14})$$

$\mathbf{f} = \tilde{\mathbf{f}} + \mathbf{e}$  ist der Vektor der ungestörten Resonanzfrequenzen,  $\tilde{\mathbf{f}}$  der Vektor der gemessenen Resonanzfrequenzen und der Vektor  $\mathbf{e}$  beschreibt die Messfehler. Es wird angenommen, dass die Messfehler normalverteilt sind. Die Kofaktormatrix  $\mathbf{Q}_{\mathbf{ff}}$  wird benötigt, um die verschiedenen Genauigkeitsstufen der Beobachtungen zu beschreiben und kann somit als Gewichtungsmatrix interpretiert werden. Um alle Frequenzen gleich zu gewichten, werden die  $i$ -ten Diagonalelemente von  $\mathbf{Q}_{\mathbf{ff}}$  dem Quadrat der entsprechenden Resonanzfrequenz gleich gesetzt. Die Modelfunktion  $\mathbf{g}(\mathbf{C}, \mathbf{f}) = \mathbf{0}$  entspricht hier dem Eigenwertproblem der Gleichung (A.9), welches die Beziehung zwischen den Frequenzen und den zu bestimmenden Parametern  $C_{ij}$  beschreibt. Sie kann beschrieben werden als

$$\mathbf{g}(\mathbf{C}, \mathbf{f}) = \text{eig}(\mathbf{K}(\mathbf{C}), \mathbf{M}) - (2\pi\mathbf{f})^2 \quad (\text{A.15})$$

Solche Optimierungsprobleme können durch Einführung von Lagrange'schen Multiplikatoren  $\Lambda$  gelöst werden

$$\Phi = \mathbf{e}^T \mathbf{Q}_{ff}^{-1} \mathbf{e}^T - 2\Lambda \cdot \mathbf{g}(\mathbf{C}, \mathbf{f}) \quad (\text{A.16})$$

Da die Modellfunktion nichtlineare Terme in  $\mathbf{C}$  und  $\mathbf{f}$  enthält, kann keine geschlossene Lösung gefunden werden. Das Problem wird um die momentanen Schätzwerte  $\hat{\mathbf{C}}_j$  und die Frequenzen  $\mathbf{f}$  linearisiert. Minimiert man nun  $\Phi$ , entsteht ein iterativer Prozess, wobei in jedem Schritt eine Verbesserung  $\Delta\mathbf{C}$  berechnet wird.

#### A.4.3 Zuordnung der Schwingungsformen

Für diesen Prozess müssen im ersten Schritt Startwerte angenommen werden. Da es sich lediglich um grobe Schätzungen handelt, stimmt die Reihenfolge der experimentell bestimmten und der theoretisch berechneten Schwingungsformen nicht zwingend überein. Um sicherzustellen, dass nur die Frequenzen von jeweils zusammengehörenden Schwingungsformen zur Schätzung der elastischen Eigenschaften gebraucht werden, verwendet man sogenannte MAC (Modal Assurance Criterion) Werte.

$$\text{MAC}(\xi\mathbf{x}_i, \xi\mathbf{a}_j) = \frac{|\xi\mathbf{x}_i^* \cdot \xi\mathbf{a}_j|^2}{(\xi\mathbf{x}_i^* \cdot \xi\mathbf{x}_i) \cdot (\xi\mathbf{a}_j^* \cdot \xi\mathbf{a}_j)} \quad (\text{A.17})$$

Dabei sind  $\xi\mathbf{x}_i$  und  $\xi\mathbf{a}_j$  die Amplitudenvektoren der i-ten experimentell bestimmten und der j-ten berechneten Schwingungsform. Für jede experimentelle Schwingungsform wird die zugehörige analytisch bestimmte Form über den höchsten MAC-Wert identifiziert. Einander zugeordnete Schwingungsformen mit MAC-Werten unter einem bestimmten Grenzwert, werden als nicht zuverlässig klassifiziert und vom momentanen Iterationsschritt ausgeschlossen.

### A.5 Literatur zum Anhang

- [1] Difri, J.J. 'On the Determination of the Elastic-Moduli of Anisotropic Media from Limited Acoustical Data', *J. Acoust. Soc. Am.* **95** (4) (1994) 1761-1767
- [2] Rose, J.L. 'Ultrasonic waves in solid media' (Cambridge University Press, Cambridge, 1999)
- [3] Bucur, V. and Archer, R.R. 'Elastic-Constants for Wood by an Ultrasonic Method', *Wood Sci. Technol.* **18** (4) (1984) 255-265
- [4] Chimenti, D. 'Guided waves in plates and their use in materials characterization', *Applied mechanics reviews* **50** (5) (1997) 247-284
- [5] Gsell, D. and Dual, J. 'Non-destructive evaluation of elastic material properties in anisotropic circular cylindrical structures', *Ultrasonics* **43** (2) (2004) 123-132
- [6] Frederiksen, P.S. 'Experimental procedure and results for the identification of elastic constants of thick orthotropic plates', *J. Compos Mater.* **31** (4) (1997) 360-382
- [7] Frederiksen, P.S. 'Numerical studies for the identification of orthotropic elastic constants of thick plates', *Eur. J. Mech. A-Solids* **16** (1) (1997) 117-140
- [8] Larsson, D. 'Using modal analysis for estimation of anisotropic material constants', *J. Eng. Mech.-ASCE* **123** (3) (1997) 222-229

- [9] Gsell, D., Feltrin, G., Schubert, S., Steiger, R. and Motavalli, M. 'Cross-laminated timber plates: Evaluation and verification of homogenized elastic properties', *Journal of Structural Engineering-Asce* **133** (1) (2007) 132-138
- [10] Maia, N.M.M. and Silva, J.M.M. 'Theoretical and experimental modal analysis' (Research Studies Press [etc.], Taunton, Somerset, England, 1997)
- [11] Hua, Y. and Sarkar, T.K. 'Matrix Pencil Method for Estimating Parameters of Exponentially Damped Undamped Sinusoids in Noise', *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing* **38** (5) (1990) 814-824
- [12] Akaike, H. 'New Look at Statistical-Model Identification', *IEEE Trans. Autom. Control* **AC19** (6) (1974) 716-723
- [13] Mindlin, R.D. 'Influence of Rotatory Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic, Elastic Plates', *J. Appl. Mech.-Trans. ASME* **18** (1) (1951) 31-38
- [14] Reddy, J.N. 'A Simple Higher-Order Theory for Laminated Composite Plates', *J. Appl. Mech.-Trans. ASME* **51** (4) (1984) 745-752
- [15] Britt, H.I. and Luecke, R.H. 'Estimation of Parameters in Nonlinear, Implicit Models', *Technometrics* **15** (2) (1973) 233-247
- [16] Reddy, V.U. and Biradar, L.S. 'Svd-Based Information-Theoretic Criteria for Detection of the Number of Damped Undamped Sinusoids and Their Performance Analysis', *IEEE Trans. Signal Process.* **41** (9) (1993) 2872-2881

## B. Biegelinien von Massivholzplatten, geprüft in Phase 2

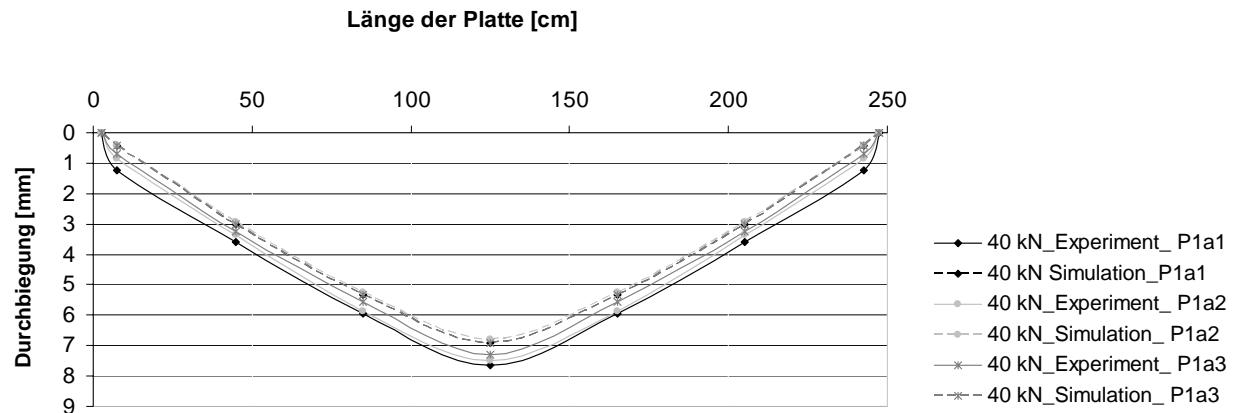


Bild B.1: Berechnete und gemessene Biegelinien der Platten P1a parallel zur Faserrichtung der Decklagen

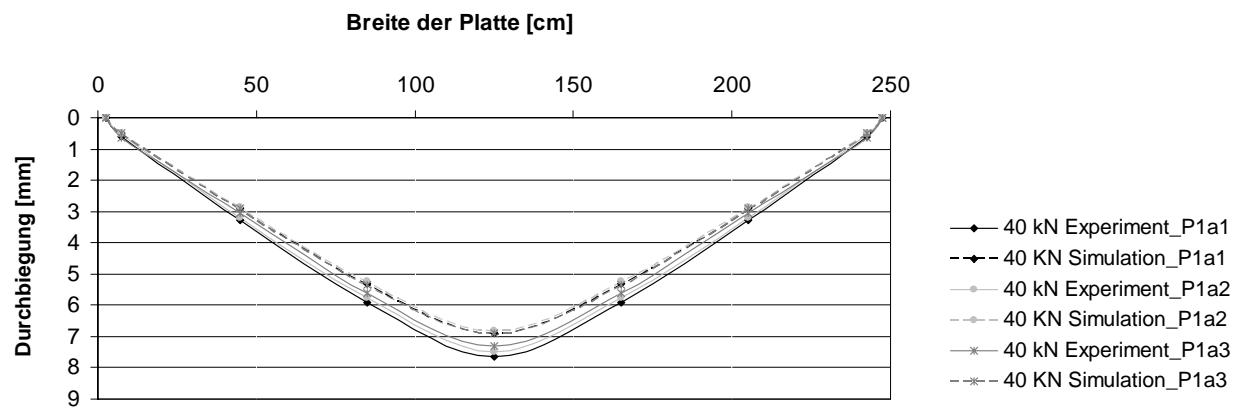


Bild B.2: Berechnete und gemessene Biegelinien der Platten P1a senkrecht zur Faserrichtung der Decklagen

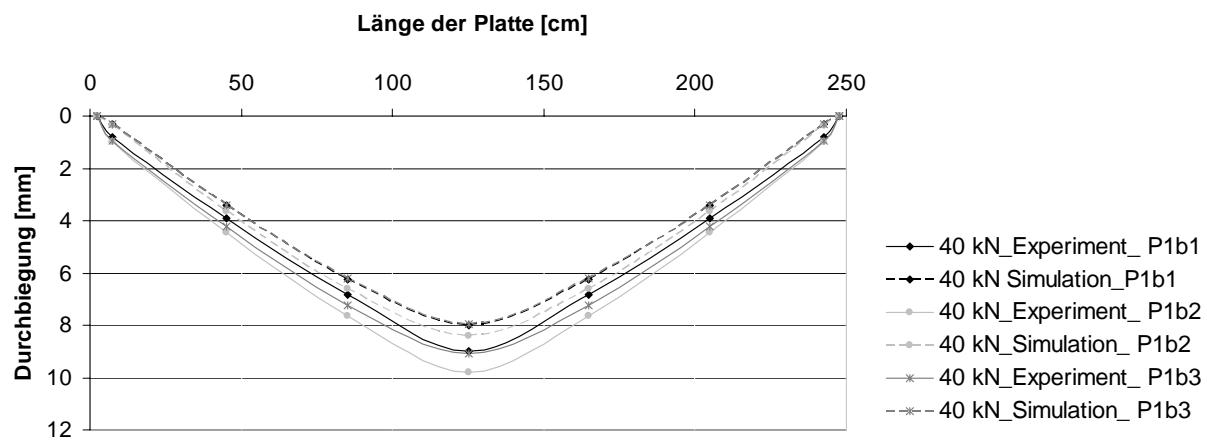


Bild B.3: Berechnete und gemessene Biegelinien der Platten P1b parallel zur Faserrichtung der Decklagen

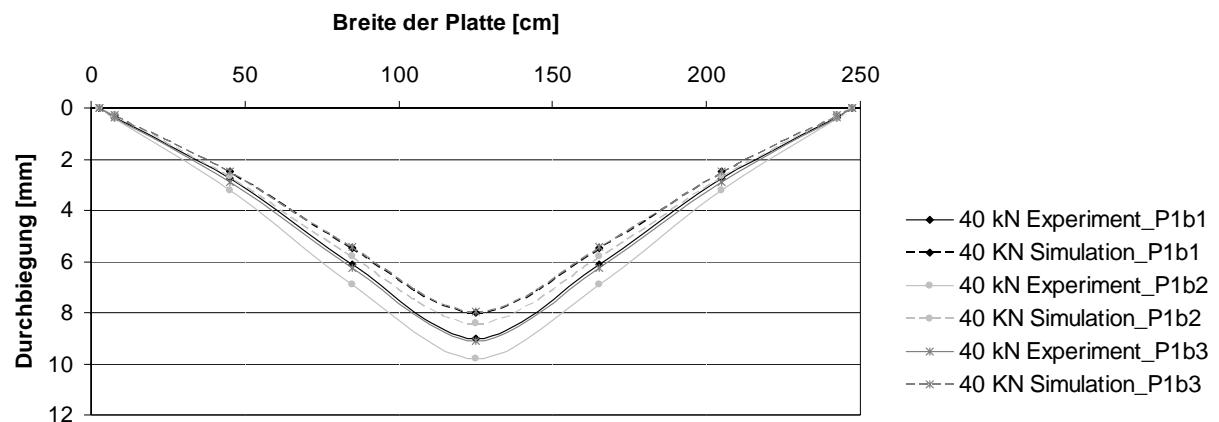


Bild B.4: Berechnete und gemessene Biegelinien der Platten P1b senkrecht zur Faserrichtung der Decklagen

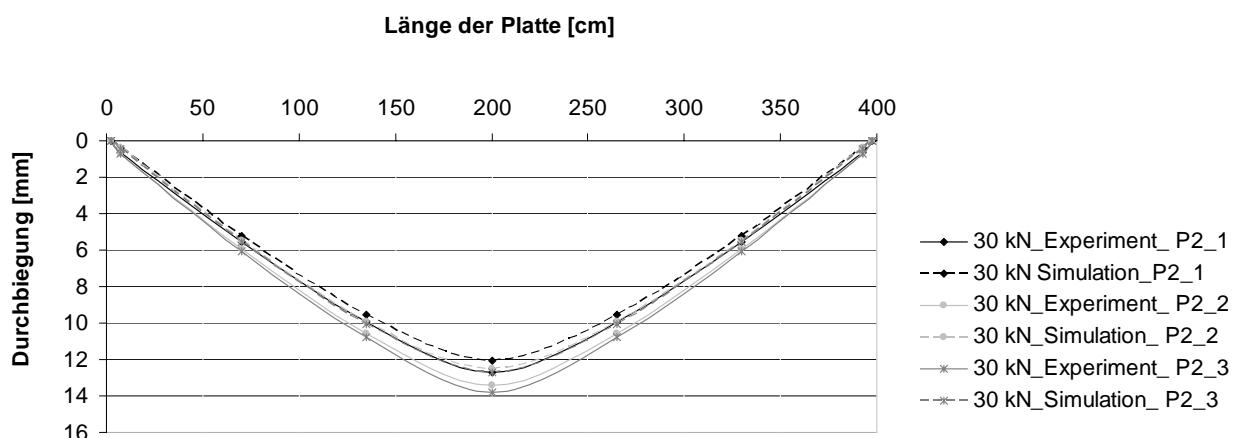


Bild B.5: Berechnete und gemessene Biegelinien der Platten P2 parallel zur Faserrichtung der Decklagen

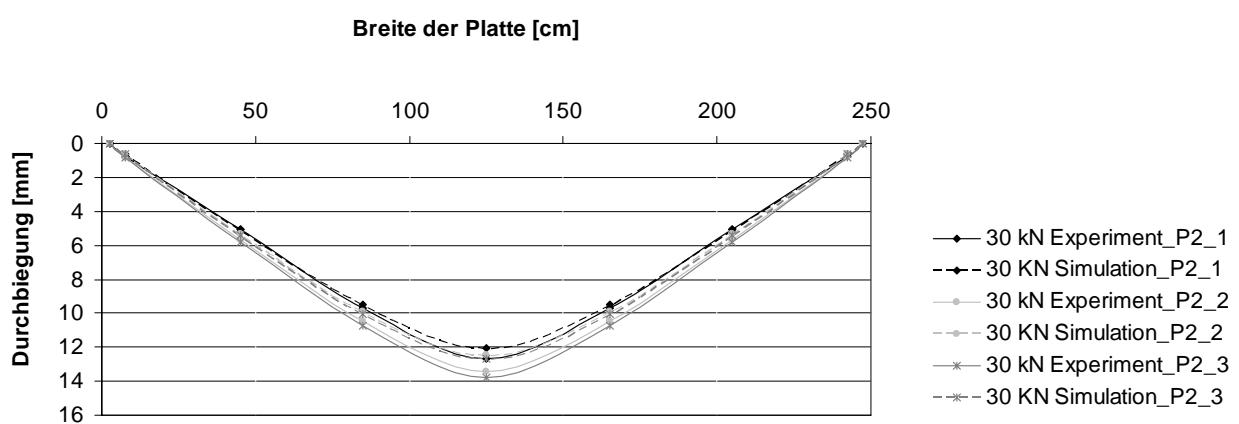


Bild B.6: Berechnete und gemessene Biegelinien der Platten P2 senkrecht zur Faserrichtung der Decklagen

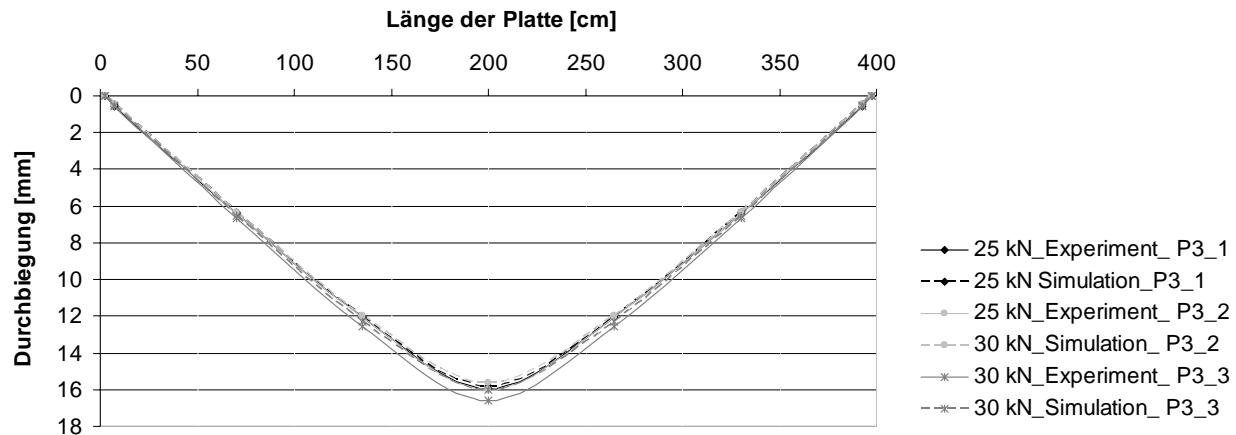


Bild B.7: Berechnete und gemessene Biegelinien der Platten P3 parallel zur Faserrichtung der Decklagen

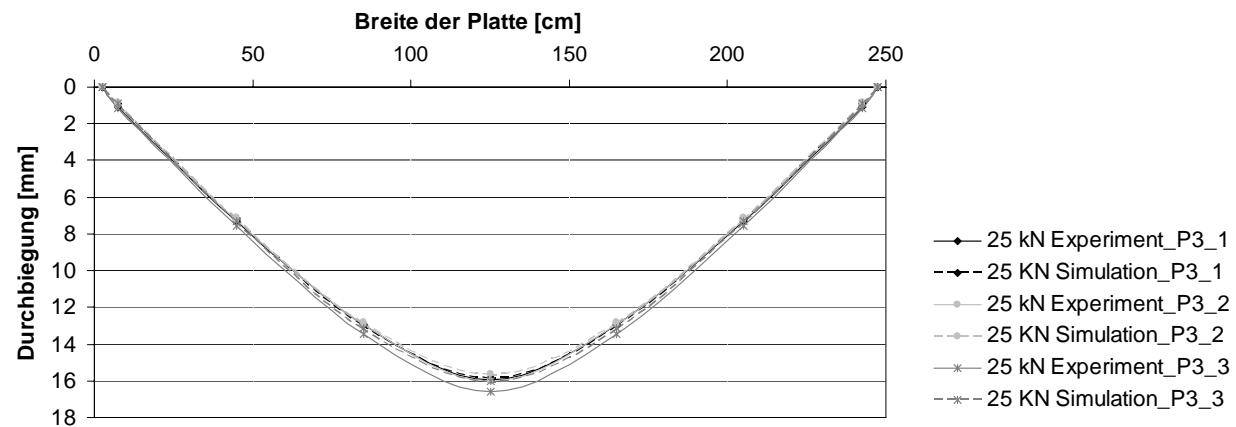


Bild B.8: Berechnete und gemessene Biegelinien der Platten P3 senkrecht zur Faserrichtung der Decklagen

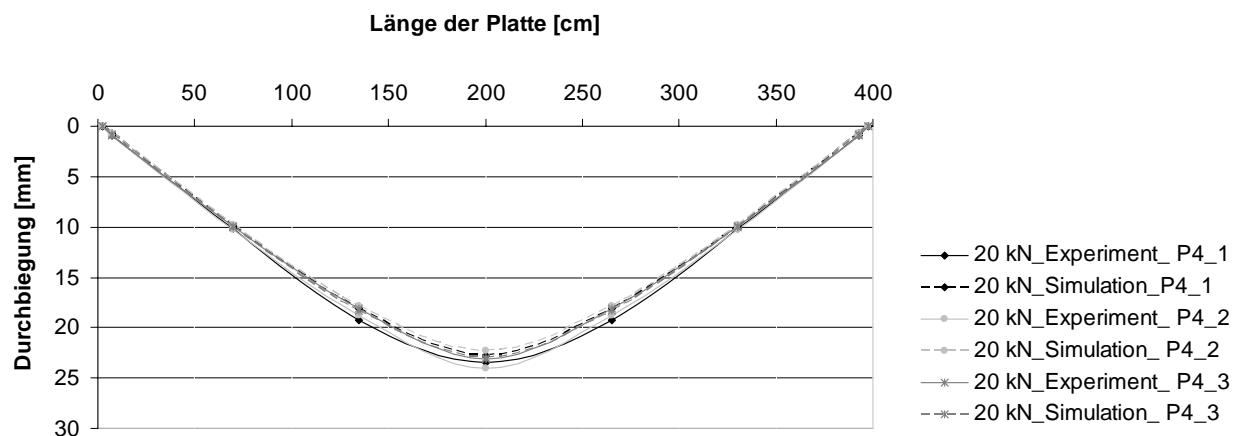


Bild B.9: Berechnete und gemessene Biegelinien der Platten P4 parallel zur Faserrichtung der Decklagen

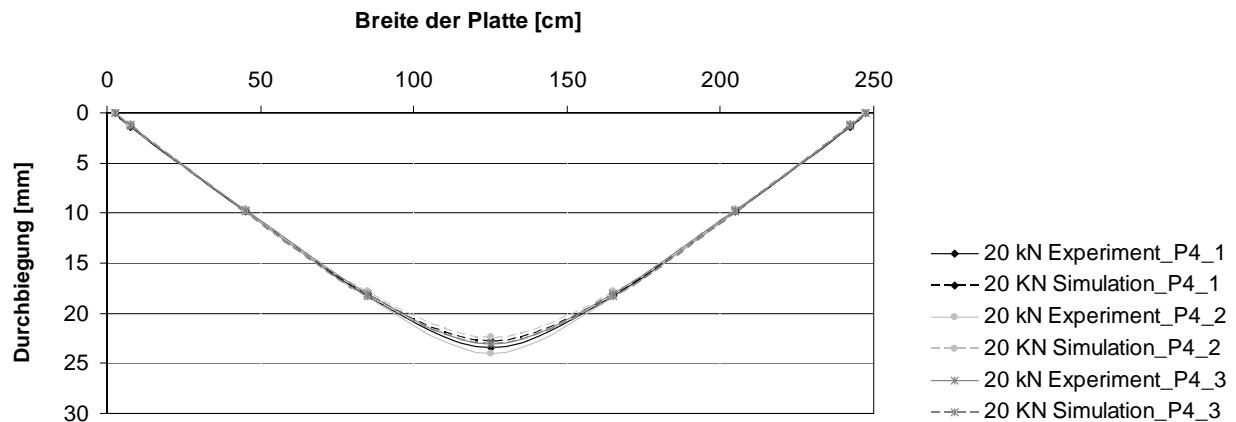


Bild B.10: Berechnete und gemessene Biegelinien der Platten P4 senkrecht zur Faserrichtung der Decklagen

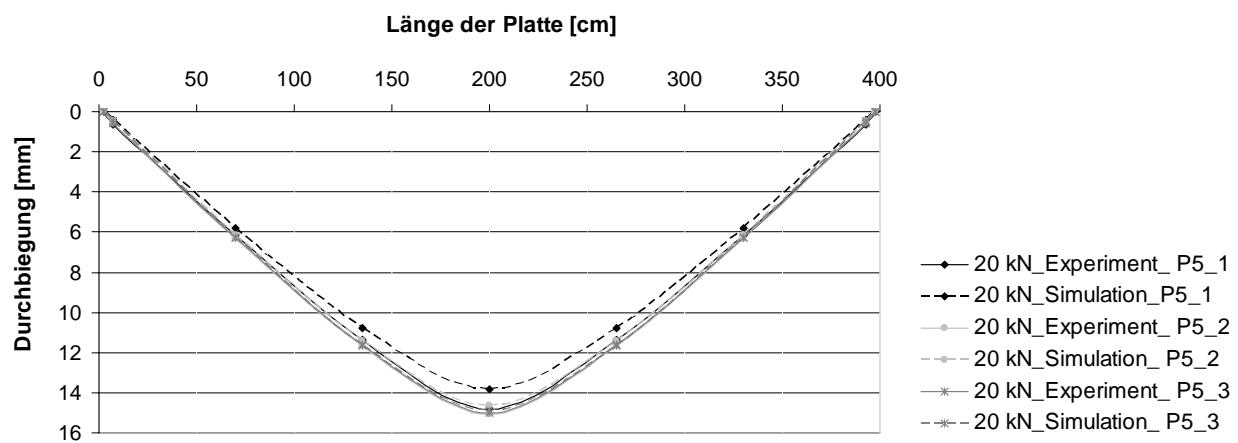


Bild B.11: Berechnete und gemessene Biegelinien der Platten P5 parallel zur Faserrichtung der Decklagen

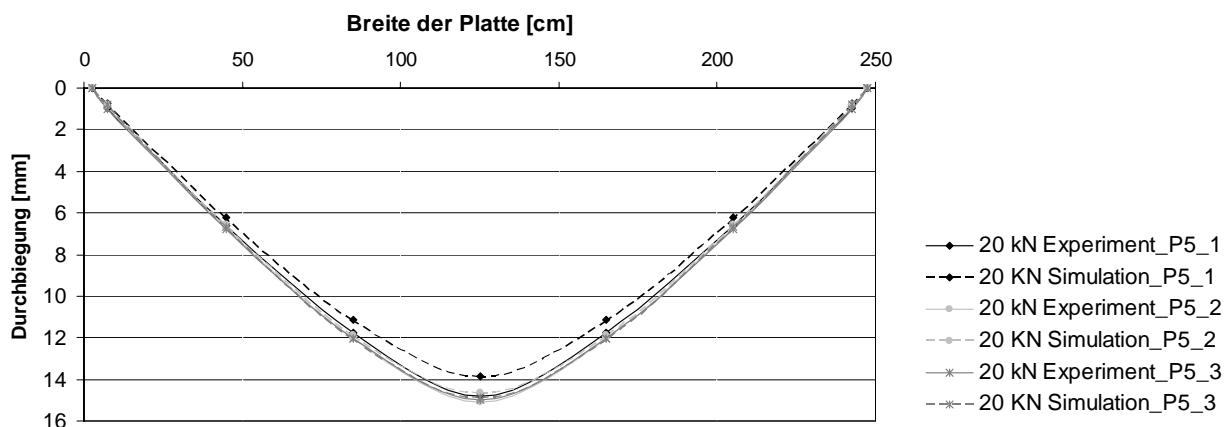


Bild B.12: Berechnete und gemessene Biegelinien der Platten P5 senkrecht zur Faserrichtung der Decklagen