



Sierre, janvier 2016

**Projet n° 2014.09 – Subsides au Fonds pour les recherches
forestières et l'utilisation du bois**

Titre :

**UTILISATION DES GÉODÉSIQUES POUR LA CONSTRUCTION
DE STRUCTURES INNOVANTES EN BOIS
(DÉVELOPPEMENT DANS GEOCURVE)**

Chef de projet :

**M. Alexandre Masserey
Ycoor Systems SA
Technopôle n°10**

CH – 3960 Sierre

Table des matières

1. Introduction	3
1.1 Structure du document	3
2. Partenaires du projet.....	4
2.1 Ycoor Systems (www.ycoorsystems.com) (YS)	4
2.2 CADWORK SA (www.cadwork.ch) (CW).....	4
2.3 Consultants académiques et privés (Cs)	4
2.4 ENSTIB (Ecole Nationale Supérieure des Technologies et Industries du Bois) (EB)	4
3. Présentation de geocurve	5
3.1 Gestion d'un projet.....	5
3.2 Conception d'une forme libre	6
3.3 Définition d'un plan de connectivité	6
3.4 Calcul des géodésiques.....	7
3.5 Exploitation des résultats (post-traitement).....	7
3.6 Exportation des résultats	8
4. Deux notions théoriques importantes.....	9
4.1 Surface paramétrée et notion de patch.....	9
4.2 Qu'est-ce qu'une géodésique ?	10
5. Développements effectués et résultats	11
5.1 Approximation de surfaces existantes	11
5.2 Développements métiers et améliorations générales	16
5.3 Assemblage de charpentes suivant un tracé de géodésiques.....	29
6. Travaux futurs et perspectives.....	37
6.1 Travaux futurs.....	37
6.2 Perspectives	37
7. Promotion et mise en valeur	39
8. Remerciements.....	40
9. Conclusions	41
10. Références	42
Annexes :	43
Annexe A : Synoptique du noyau de geocurve.....	44
Annexe B : Exemple d'utilisation de geocurve.....	45
Annexe C : Présentation sur l'approximation de surfaces existantes	49
Annexe D : Document théorique sur le calcul de géodésiques sur des surfaces de révolution.....	58

1. *Introduction*

Ce rapport présente les résultats obtenus pour le projet intitulé : « Utilisation des géodésiques pour la construction de structures innovantes en bois ».

Les résultats présentés font référence au document qui concerne le projet et aux objectifs énoncés dans ce dernier [1]. Uniquement les aspects liés aux améliorations effectuées dans le logiciel **geocurve** dans le cadre de ces travaux sont discutés. Pour des informations complémentaires, le lecteur peut s'appuyer sur la bibliographie donnée à la section [10] et/ou contacter Ycoor Systems SA (masserey@ycoorsystems.com).

Ce rapport se veut factuel, il ne donne pas le détail des problèmes rencontrés et des essais effectués. Il présente les résultats finaux obtenus. Une série d'annexes a été ajoutée afin de préciser certains éléments importants pouvant aider à la compréhension des différents travaux effectués.

Finalement ce projet concerne des améliorations d'un logiciel informatique, ce dernier implémentant des notions liées aux calculs scientifiques. D'un point de vue technique, la problématique fait donc intervenir des mathématiques (notions de géométrie, de surface paramétrée, de géodésiques, d'optimisation, etc.) mais également des notions informatiques (GUI, langages de programmation (C#, C++, CLI), représentation informatique de surfaces, etc.). Le but de ce document n'étant pas d'aborder ces notions de façon précise, uniquement les grandes lignes sont données. L'objectif du projet étant de mettre à disposition des utilisateurs finaux un outil « métier » proche de leurs activités, les résultats présentés font la part belle aux aspects graphiques et fonctionnels.

1.1 Structure du document

Le document est divisé en plusieurs sections. Suite à cette introduction figure une brève présentation des partenaires du projet et du logiciel **geocurve** pour poser le contexte. Dans la section suivante, deux notions « théoriques » de base sont introduites. La suite du document concerne les résultats obtenus qui sont regroupés dans une section spécifique contenant des sous-sections. Finalement, le rapport se termine par les perspectives et travaux futurs, par une section concernant la promotion et la mise en valeur, puis par les remerciements et les conclusions finales.

2. Partenaires du projet

Les partenaires sont intervenus principalement en tant que consultants et experts de différents domaines lors de la réalisation du projet. S'agissant de consultance transdisciplinaire, leur apport spécifique n'est pas détaillé par la suite, sauf dans de rares exceptions.

2.1 Ycoor Systems (www.ycoorsystems.com) (YS)

M. Alexandre Masserey.

Téléphone : +41 78 608 45 21

E-mail : masserey@ycoorsystems.com

2.2 CADWORK SA (www.cadwork.ch) (CW)

Cadwork SA
Ch. du Paradis 16
1807 Blonay M. Stefan Stamm.

Téléphone : +41 21 943 00 40 Téléphone : +41 79 355 21 64

E-mail : blonay@cadwork.ch E-mail : stefan@lestamm.ch

2.3 Consultants académiques et privés (Cs)

- Dr. Johannes Natterer (EPFL – ENAC - SGC – ICOM).

Téléphone : +41 78 802 59 00

E-mail : johannes.natterer@epfl.ch

- Dr. Roland Rozsnyo (Chargé d'Enseignement - hepia - HES-SO)

Téléphone : +41 76 616 40 73

E-mail : roland.rozsnyo@gmail.com

2.4 ENSTIB (Ecole Nationale Supérieure des Technologies et Industries du Bois) (EB)

M. Jean-François Bocquet

Téléphone : +33 (3) 292 961 11

E-mail : jean-francois.bocquet@enstib.uhp-nancy.fr

3. Présentation de geocurve

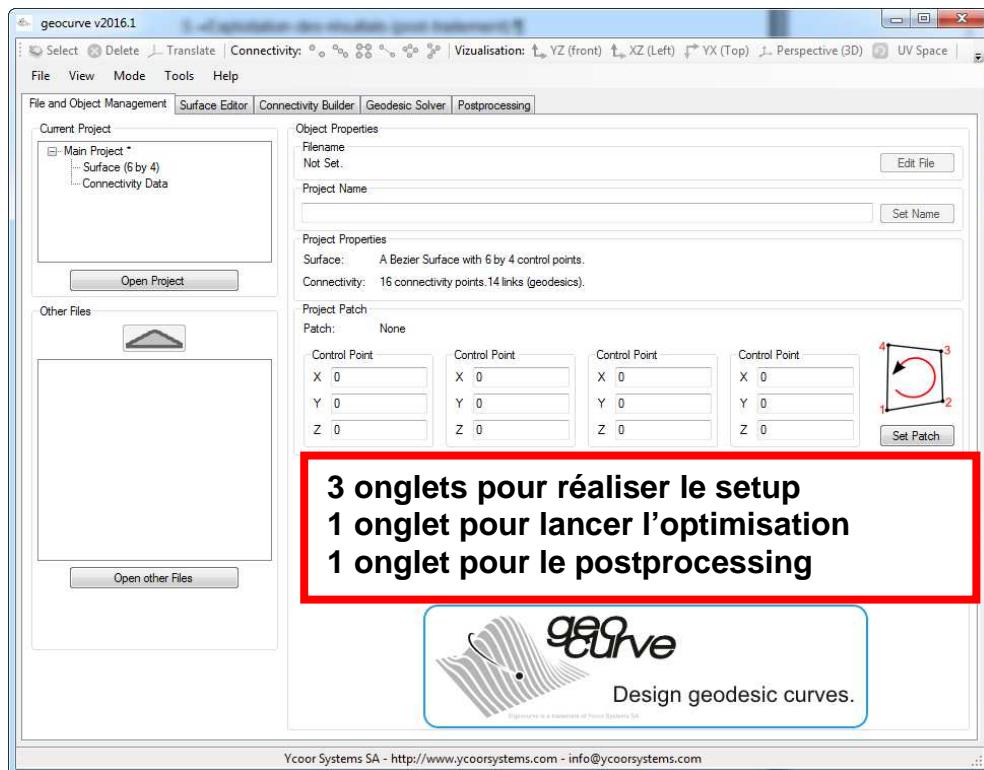
Dans cette section, le fonctionnement du logiciel **geocurve** est présenté brièvement. Cette étape semble indispensable pour assurer la compréhension des travaux effectués ainsi que des résultats présentés par la suite.

Sans entrer dans le détail, les éléments principaux de fonctionnement du logiciel sont donnés ci-après. Ce dernier permet d'accomplir les 6 étapes suivantes :

1. Gestion d'un projet.
2. Conception d'une forme libre.
3. Définition d'un plan de connectivité.
4. Calcul des géodésiques.
5. Exploitation des résultats (post-traitement).
6. Exportation des résultats.

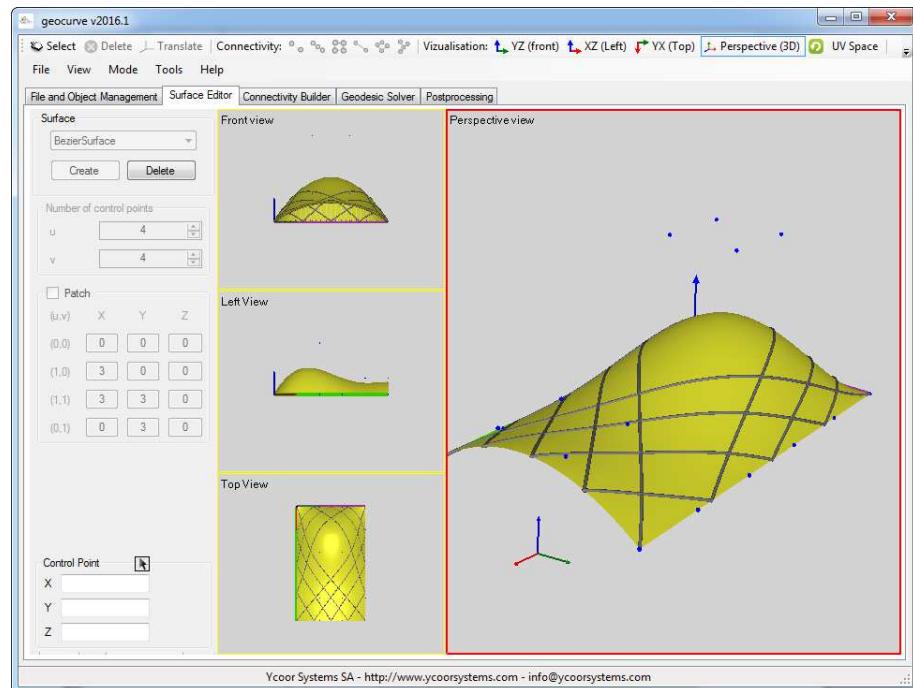
Pour chaque étape, nous donnons une capture d'écran avec quelques commentaires. Les captures d'écran correspondent à la version 2016.1 du logiciel.

3.1 Gestion d'un projet



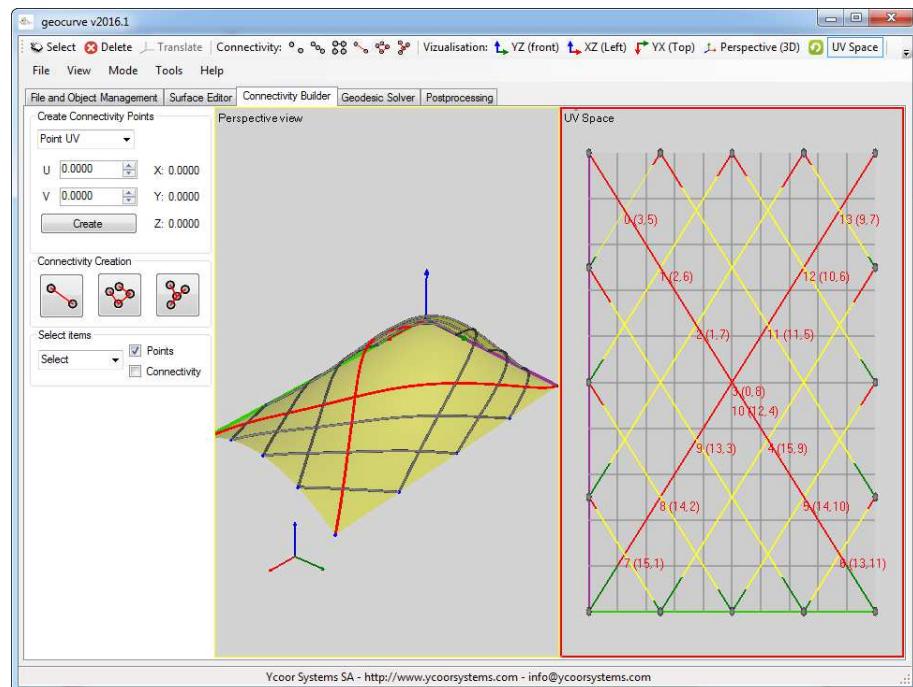
Un onglet qui permet de gérer les différents projets et de synthétiser les informations générales sur ces derniers.

3.2 Conception d'une forme libre



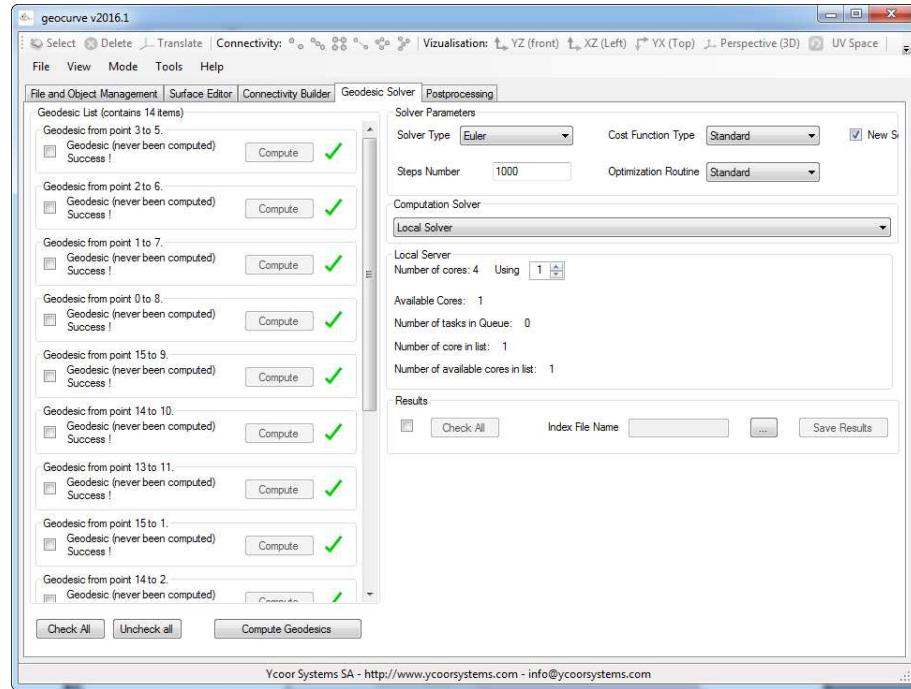
Un onglet qui permet de créer et modifier une surface (de Bézier ou B-Spline) en utilisant des points de contrôle.

3.3 Définition d'un plan de connectivité



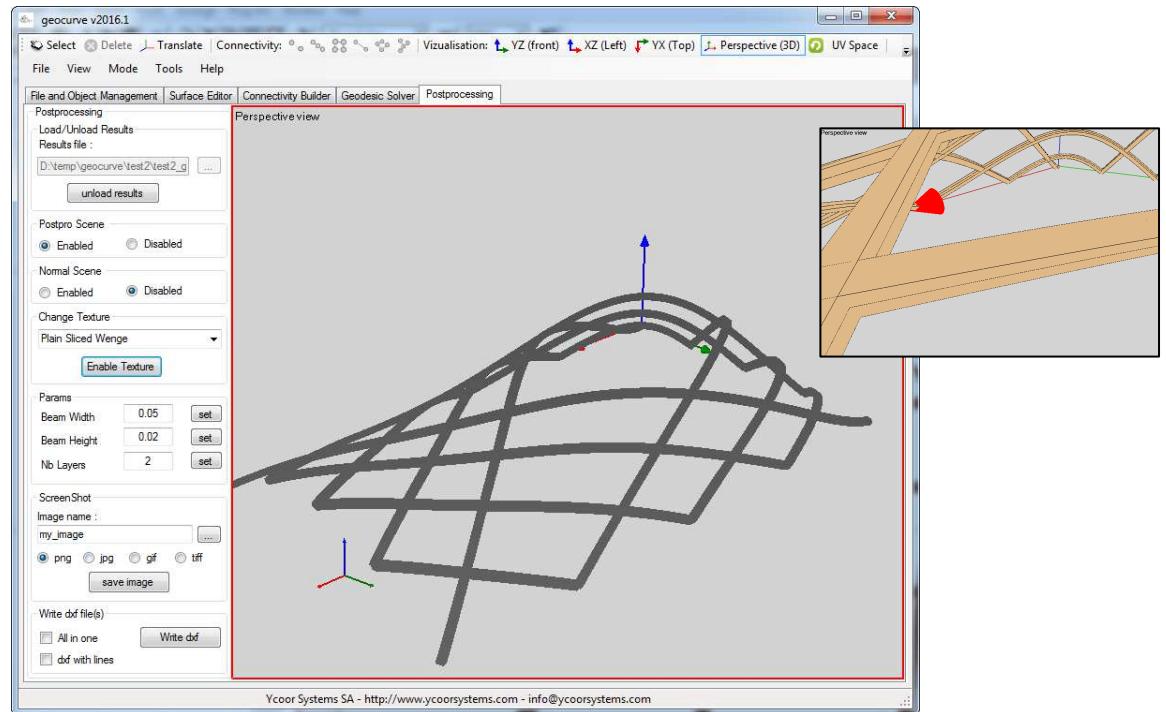
Un onglet qui permet de choisir et de créer les points de connectivité ainsi que de tracer le ou les faisceaux de géodésiques. Le but du calcul est de relier les points de connectivité deux à deux par une courbe géodésique sur la surface.

3.4 Calcul des géodésiques



Un onglet qui permet de gérer le calcul des géodésiques. Se cache derrière cette fonctionnalité la partie solveur qui donne la puissance au logiciel et qui est le moteur de toute cette activité. Il s'agit d'un programme de calcul scientifique faisant intervenir de la géométrie, du calcul discret et de l'optimisation.

3.5 Exploitation des résultats (post-traitement)



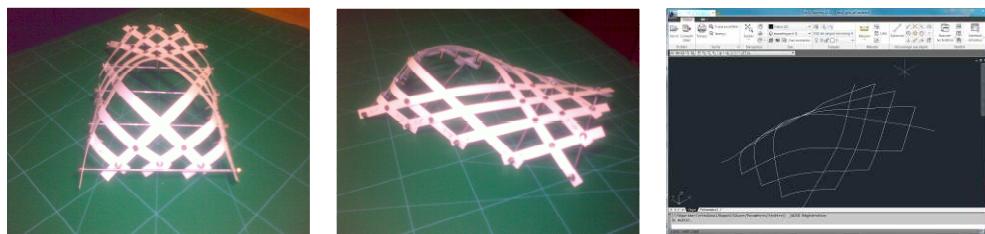
Un onglet qui permet de post-traiter les résultats, de choisir le nombre de couches formant les faisceaux, d'imposer une texture, de vérifier la courbure et la flexion, etc.

3.6 Exportation des résultats

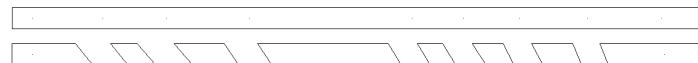
Il est possible d'exporter des résultats afin de pouvoir réaliser une découpe et un montage. Les sorties actuelles sont :

- Un fichier au format xml comprenant:
 - o Le nom de projet.
 - o La surface.
 - o Les points de connectivité, les connexions ainsi que les directions.
 - o Les informations liées au solveur.
- Un fichier par géodésique au format ASCII :
 - o Contient toutes les informations sur la géodésique.
- Un fichier dxf pour les géodésiques :
 - o Complet et/ou par géodésique avec/sans bords.

Maquette réalisée avec les fichiers résultats :



Exemple : La figure ci-dessous représente les deux premières couches d'une même géodésique. La deuxième couche est découpée pour permettre les croisements avec d'autres géodésiques.



4. Deux notions théoriques importantes

Dans ce rapport, il est mentionné à plusieurs reprises les notions de patch et de géodésiques. Il est indispensable de comprendre ces deux concepts, qui sont à la base des travaux effectués.

Etant donné la nature du présent document, les définitions sont données sans faire appel à la rigueur mathématique habituelle, qui reste cependant nécessaire lors de leur l'implémentation informatique.

4.1 Surface paramétrée et notion de patch

Il existe plusieurs façons de définir une surface. En termes géométriques, la définition du Larousse est relativement simple et compréhensible :

« En mathématique, une **surface** est l'image, dans un espace affine E de dimension supérieure ou égale à trois, d'une partie U de \mathbb{R}^2 par f application de U dans E , telle que (U, f) est une surface paramétrée. »

(<http://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/surface/75694>).

Nous allons utiliser uniquement des surfaces paramétrées. La figure ci-dessous illustre la notion de paramétrage dans le plan U d'une surface de \mathbb{R}^3 :

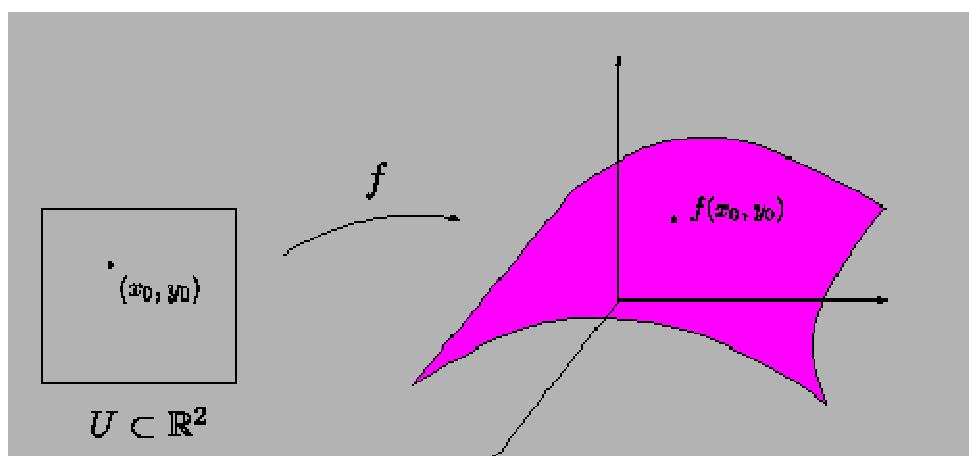


Figure prise sur internet (<http://ljk.imag.fr/membres/Bernard.Ycart/mel/cs/node6.html>)

Figure illustrant une surface paramétrée

Dans **geocurve**, nous utilisons $U = [0,1] \times [0,1]$ et $E = \mathbb{R}^3$. Les points de l'espace des paramètres U sont notés (u,v) et les points sur la surface sont notés (x,y,z) . Le **patch** correspondant à la surface est représenté par le quadrilatère défini par les quatre coins de la surface (i.e., les images par f des couples (u,v) valant $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$ et $(0,1)$).

4.1.1 Surface B-Spline

Une surface B-Spline est obtenue par un produit tensoriel de deux courbes B-Splines. Ces dernières sont caractérisées par un degré, un nombre de points de contrôle et un vecteur de nœuds.

Une propriété intéressante est que, de façon générale, uniquement les coins de la surface coïncident avec des points de contrôles de cette dernière. Le patch dans \mathbb{R}^3 est donc donné les valeurs des points de contrôle de la surface pour les couples (u,v) valant $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$ et $(0,1)$.

4.2 Qu'est-ce qu'une géodésique ?

Dans wikipedia, une géodésique est définie de la façon suivante :

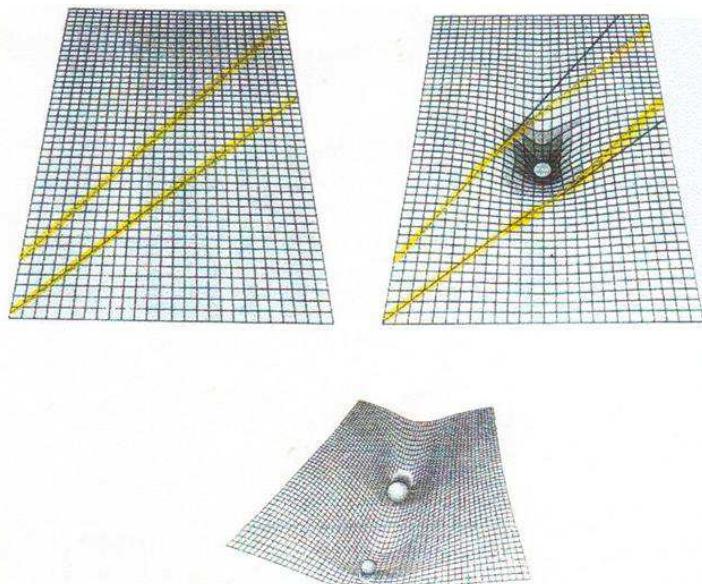
« En géométrie, une **géodésique** désigne le chemin le plus court, ou *l'un des* plus courts chemins s'il en existe plusieurs, entre deux points d'un espace pourvu d'une métrique (un moyen de mesurer les distances). Lorsque l'on change cette notion de distance, les géodésiques de l'espace peuvent prendre une allure très différente » (<https://fr.wikipedia.org/wiki/G%C3%A9od%C3%A9sique>)

4.2.1 Propriétés des géodésiques et des faisceaux de géodésiques

La liste ci-dessous énumère quelques propriétés des géodésiques :

- On peut voir la géodésique comme la généralisation de la notion de « ligne droite » aux « espaces courbes »,
- Les géodésiques sont des trajectoires physiques naturelles,
- Un faisceau de géodésiques apporte de l'esthétique à une structure,
- **Une structure géodésique est particulièrement stable** (contraintes minimales, courbure géodésique nulle),
- **Une « planche géodésique » est droite dans le plan.**

Les deux dernières propriétés sont particulièrement importantes pour la constructibilité et, à elles seules, peuvent justifier de l'intérêt d'une telle approche pour la fabrication de charpentes ou plus généralement de structure en bois.



(Image prise sur internet)

Image illustrant le tracé obtenu pour deux géodésiques sur une surface plane (deux droites) puis sur une surface déformée.

5. Développements effectués et résultats

La présentation des résultats obtenus suit la présentation des objectifs du projet [1]. Chaque sous-section traite d'une amélioration et présente les grandes lignes des travaux effectués. Les buts principaux des développements sont rappelés en tête de chaque sous-section.

5.1 Approximation de surfaces existantes

5.1.1 *But du développement*

Cette recherche devait permettre d'ajouter une fonctionnalité à **geocurve** permettant d'approcher de façon semi-automatique des surfaces ayant été créées par d'autres logiciels (modeleurs, outils de dessin, etc.).

5.1.2 *Aspects théoriques et algorithmiques*

Des recherches bibliographiques ont été effectuées afin de déterminer la meilleure façon d'aborder ce problème. Le lecteur peut consulter notamment les références [9], [10], [11], [12] et [13]. Pour des détails sur l'algorithme, l'Annexe C fournit certaines précisions.

D'un point de vue algorithmique, la démarche est la suivante :

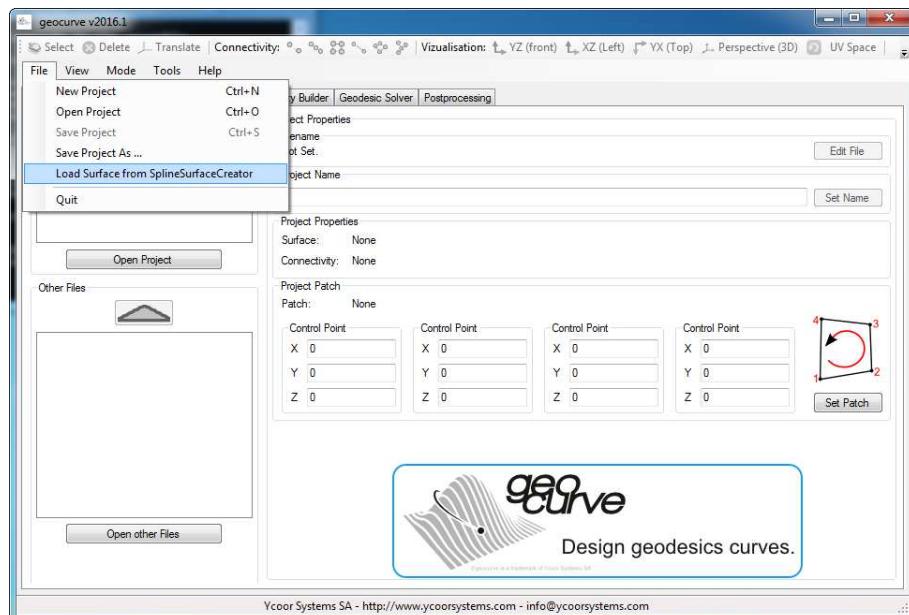
1. Reprise des points de la surface depuis un fichier existant,
2. Calcul de la paramétrisation de la surface,
3. Choix des courbes B-Splines à utiliser pour approcher la surface,
4. Routine d'optimisation permettant d'approcher la surface de façon optimale,
5. Export de l'approximation obtenue directement dans **geocurve**.

5.1.3 *Fichiers d'entrée pour l'approximation*

Les formats retenus pour la donnée des points d'entrée en vue de l'approximation des surfaces sont : soit un fichier comprenant les coordonnées des points dans l'espace (x,y,z), soit un fichier .stl ASCII (fichier de maillage). Ces deux formats permettent de récupérer les données venant d'un scanner et celles venant de logiciels tiers. Le format .stl est un format d'export figurant dans beaucoup de softwares.

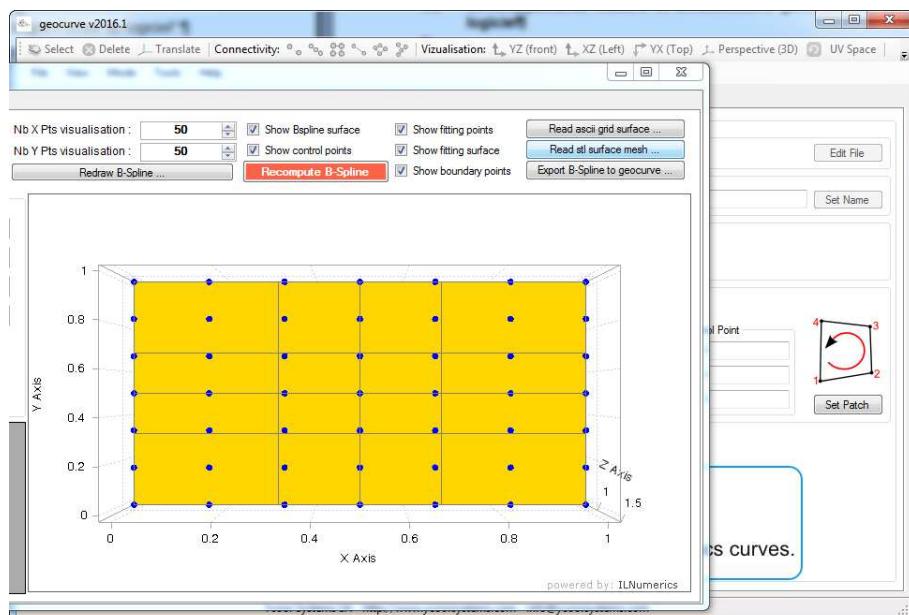
5.1.4 Résultats obtenus (*SplineSurfaceCreator*)

L'approximation de surfaces existantes par des surfaces B-Spline a été implémentée dans l'outil indépendant ***SplineSurfaceCreator***, dont l'accès peut se faire directement au travers du menu *File* du logiciel ***geocurve***:



Capture d'écran du menu *File* de *geocurve*

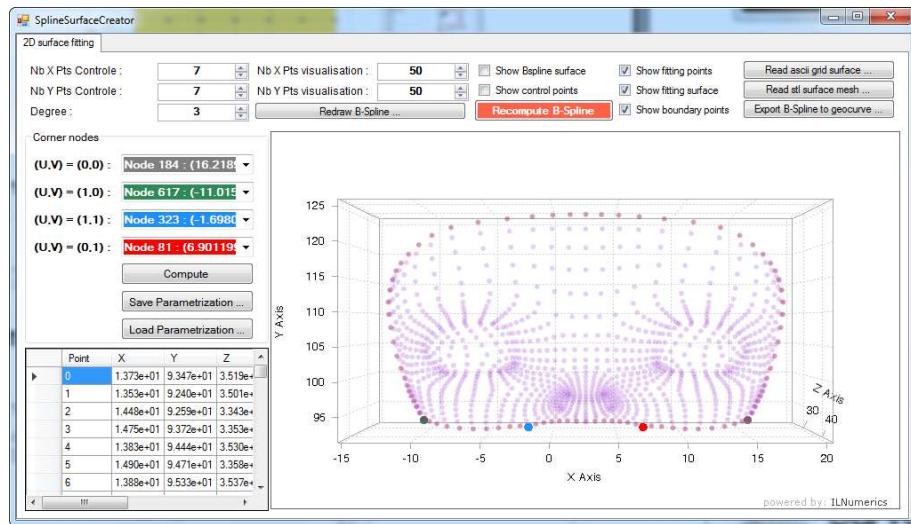
Une fois l'option sélectionnée, la fenêtre *SplineSurfaceCreator* apparaît :



Capture d'écran de la fenêtre *SplineSurfaceCreator*

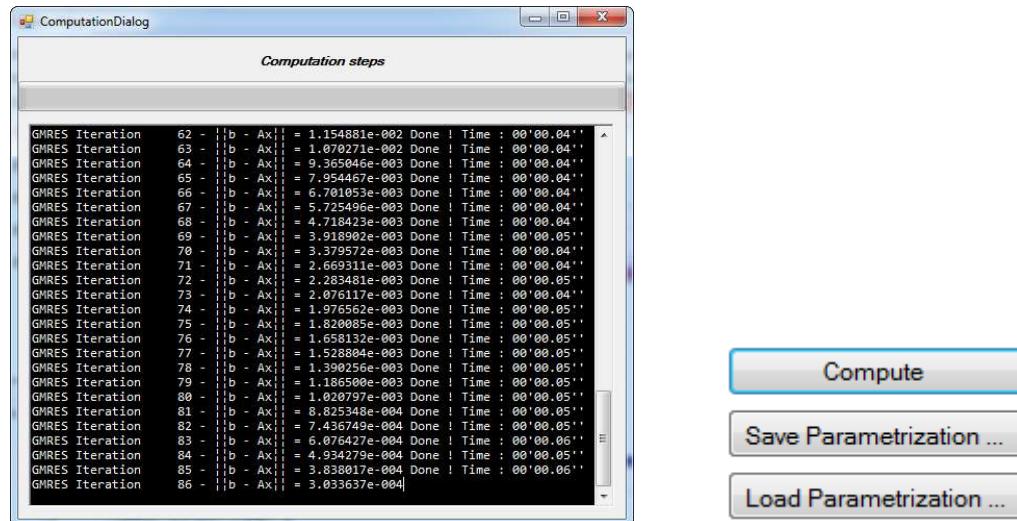
Projet 2014.09 - Rapport final

Il est maintenant possible de charger les points d'une surface via le bouton *Read stl surface mesh* :



Capture d'écran pour un fichier stl : masque.stl

On peut ensuite calculer une paramétrisation de la surface définie par ces points :

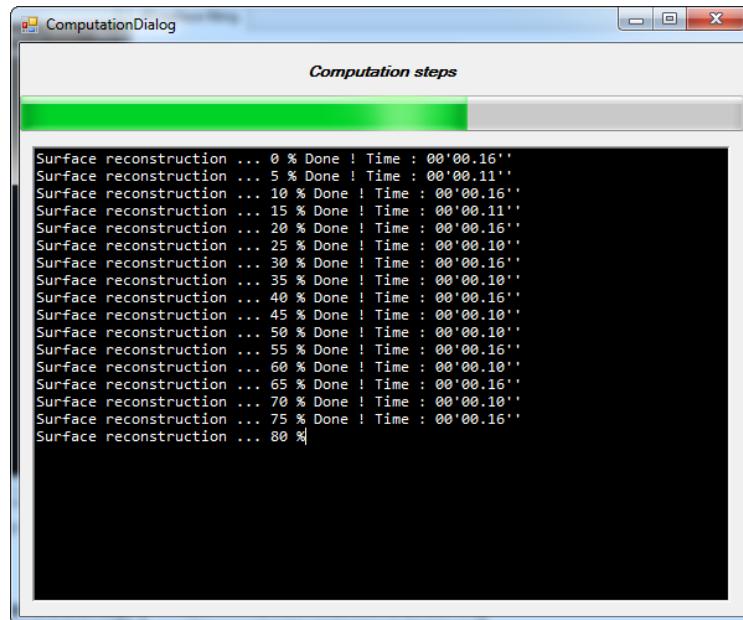


Capture d'écran du calcul de la paramétrisation et des options de sauvegarde et chargement de cette dernière

Une fois la paramétrisation calculée, les paramètres des courbes b-Splines qui vont être utilisées pour l'optimisation peuvent être choisis :

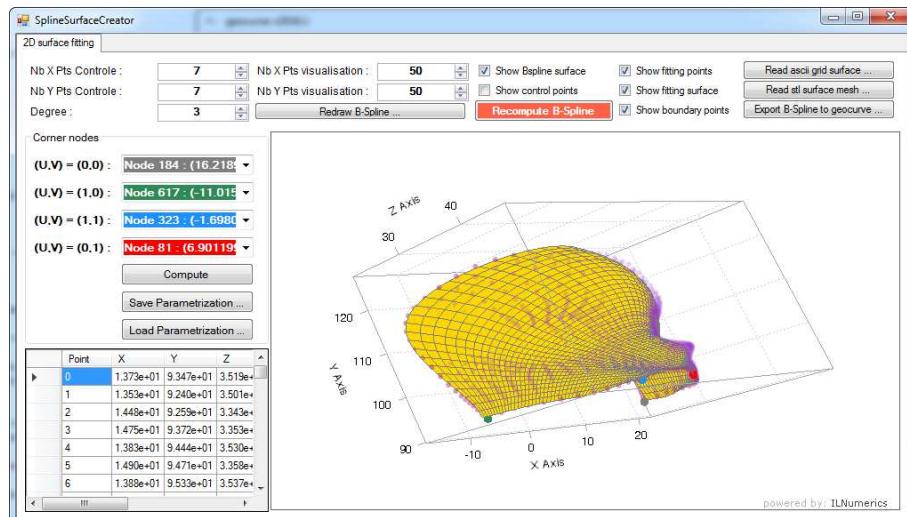
Nb X Pts Contrôle :	7	Nb X Pts visualisation :	50	<input checked="" type="checkbox"/> Show Bspline surface	<input checked="" type="checkbox"/> Show fitting points
Nb Y Pts Contrôle :	7	Nb Y Pts visualisation :	50	<input checked="" type="checkbox"/> Show control points	<input checked="" type="checkbox"/> Show fitting surface
Degree :	3	Redraw B-Spline ...		<input type="button" value="Recompute B-Spline"/>	<input checked="" type="checkbox"/> Show boundary points

Capture d'écran des paramètres des B-Splines et du nombre de points de contrôle qui vont être utilisés pour l'optimisation



Capture d'écran du calcul de l'optimisation

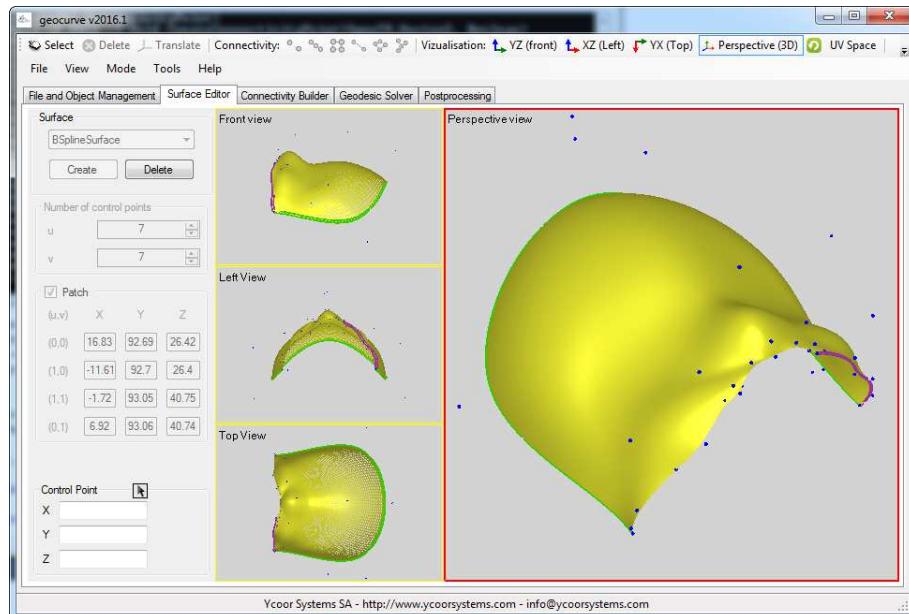
Finalement, on obtient la surface approchée (en jaune) :



Capture d'écran représentant la surface approchée obtenue

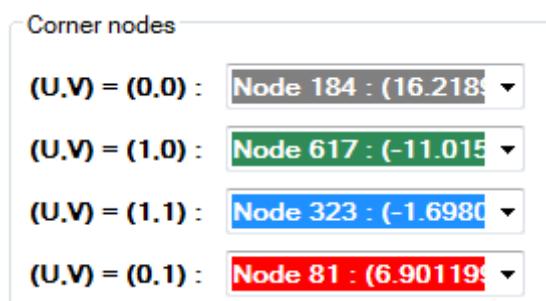
Si l'approximation n'est pas satisfaisante, il est naturellement possible de changer les paramètres et de relancer l'optimisation.

Une fois la solution finale obtenue, on peut directement exporter le résultat dans **geocurve** en utilisant le bouton *Export B-Spline to geocurve* :



Capture d'écran de la surface récupérée dans **geocurve**.

Remarque : Les coins (*corner nodes*) correspondent à la donnée des points fixes du patch. Ils peuvent être sélectionnés parmi les points existants qui vont être utilisés pour l'optimisation. Par défaut, les coins sont automatiquement détectés.



Capture d'écran de l'outil de sélection des coins.

5.1.5 Conclusions

Les résultats obtenus sont très bons et le but est pleinement atteint.

5.1.6 Exemple d'utilisation dans un cas concret

En Annexe B, vous trouverez un exemple d'utilisation de cet outil et d'un tracé de géodésiques obtenu avec **geocurve**.

5.2 Développements métiers et améliorations générales

5.2.1 Ajout de la possibilité d'utiliser des surfaces de révolution

5.2.1.1 But du développement

L'objectif de cette recherche était d'ajouter une fonctionnalité à **geocurve** permettant la création de surfaces de révolution.

5.2.1.2 Aspects théoriques et algorithmiques

Les développements concernant les surfaces de révolution sont basés sur la référence [8]. Des modifications de fond ont été apportées au cœur du programme. A l'origine, **geocurve** n'était pas prévu pour réaliser des surfaces de révolutions. D'autre part, la notion d'objet au sens de la programmation n'a pas toujours été bien implémentée.

Une refonte complète du solveur a donc été entreprise, le but étant d'avoir des objets de base desquels découlent les entités plus complexes. De même, des travaux ont été entrepris afin de rendre accessibles, directement dans le C#, des classes C++ afin de ne pas dupliquer les informations. Cela s'est fait à travers l'utilisation du langage CLI. Finalement, une librairie contenant les objets mathématiques les plus couramment utilisés dans le calcul scientifique (matrice, vecteur, etc.) a été ajoutée. Le lecteur intéressé peut consulter notamment les références [14], [15].

Pour rendre les surfaces de révolution accessibles à l'utilisateur, il a fallu premièrement revoir la partie de l'interface où les surfaces sont construites, puis la partie où l'on définit les géodésiques, et finalement la partie solveur pour le calcul et l'optimisation de ces dernières.

Un synoptique du logiciel est donné en Annexe D avec la présentation schématique des modifications effectuées. Ce travail était très important pour les futures modifications de **geocurve** et pour sa cohérence d'un point de vue de la programmation. Grâce à l'ancien solveur, il a été possible de faire tous les tests nécessaires permettant de valider la nouvelle solution.

D'un point de vue schématique, le logiciel est à présent sous la forme suivante :

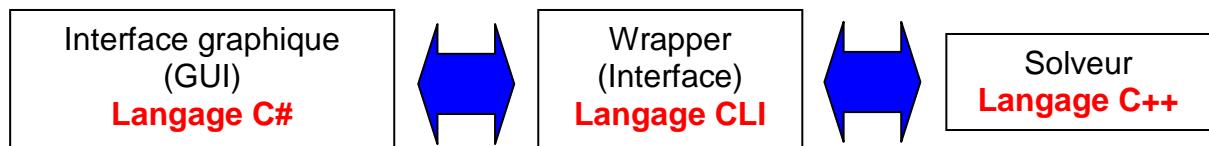
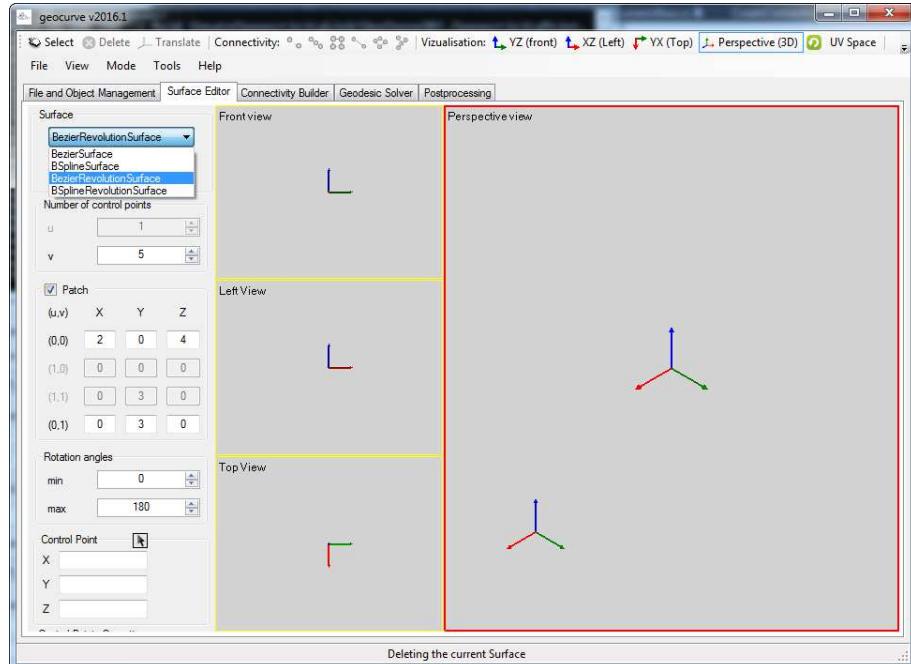


Figure représentant la structure actuelle du logiciel

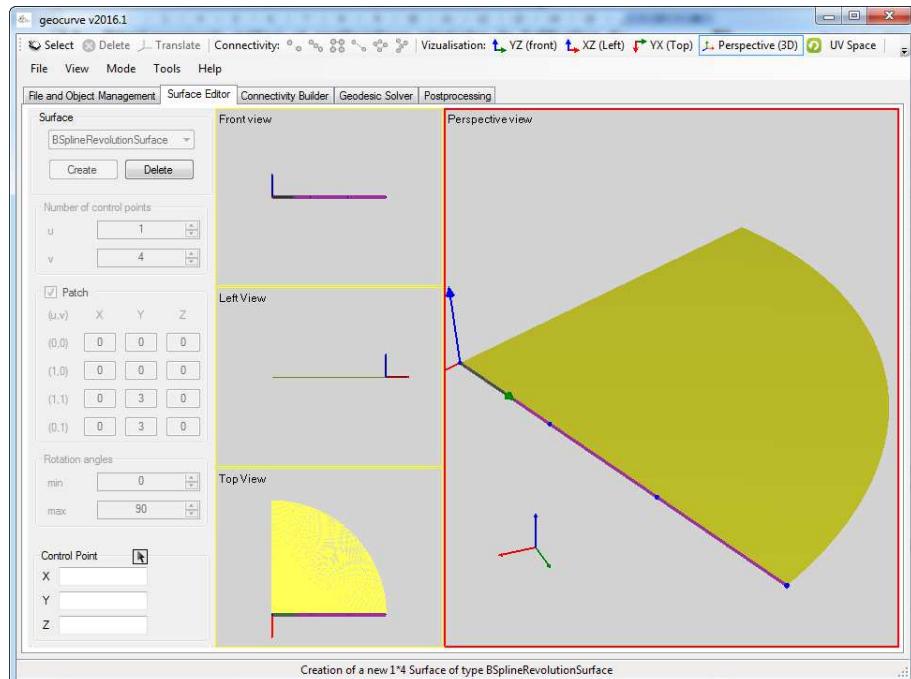
5.2.1.3 Résultats obtenus

L'accès aux surfaces de révolution se fait directement par l'onglet *Surface Editor*:



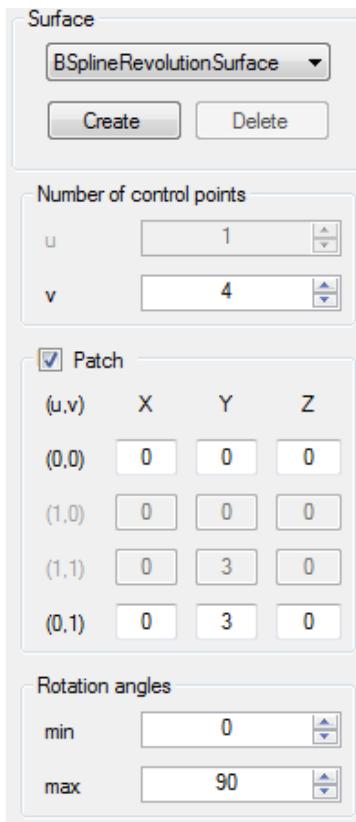
Capture d'écran de l'onglet *Surface Editor* de geocurve

Il est possible de créer des surfaces de rotation basées sur une courbe B-Spline ou sur une courbe de Bézier.

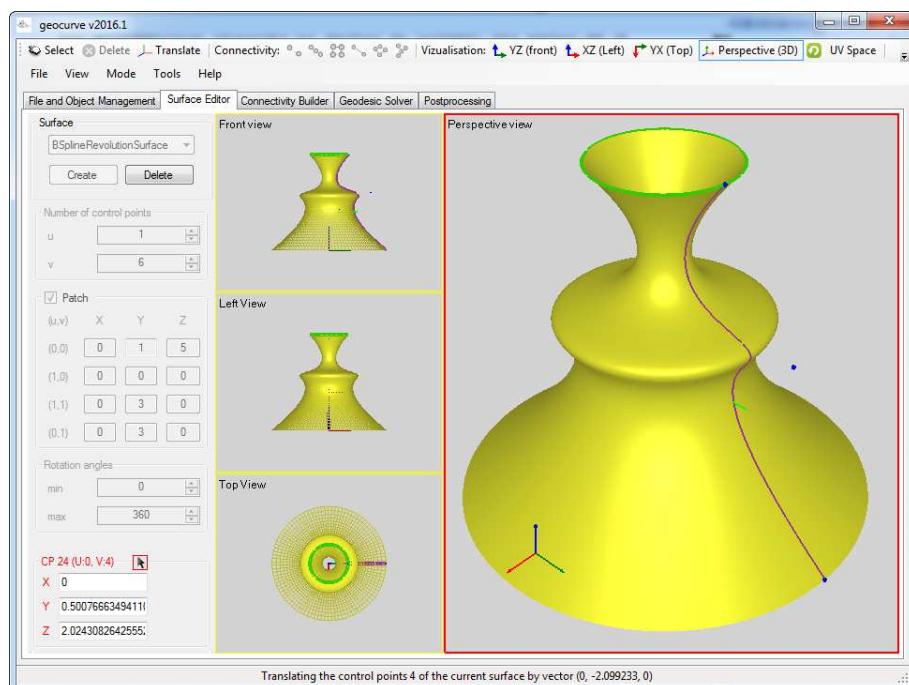


Capture d'écran montrant la surface de révolution créée par défaut

Plusieurs paramètres sont accessibles lors de la création de la surface, comme le nombre de points de contrôle, les angles min et max et éventuellement la position du patch initial.



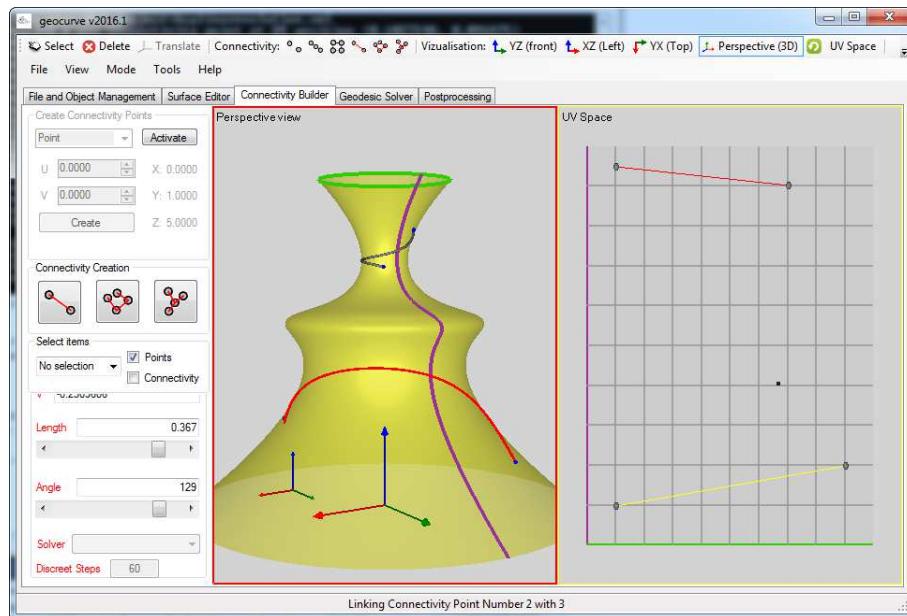
Capture d'écran des paramètres accessibles lors de la création de la surface.



Capture d'écran pour une surface de rotation de 360 degrés

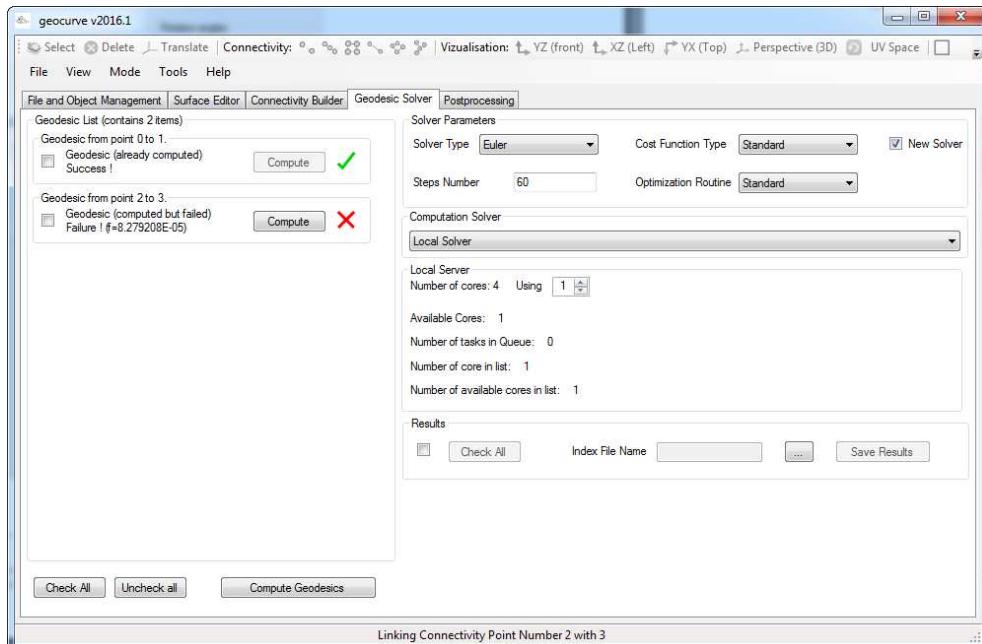
Projet 2014.09 - Rapport final

L'onglet *Connectivity Builder* permet ensuite de définir des géodésiques sur la surface :



Capture d'écran de l'onglet *Connecivity Builder*.

Il est ensuite possible de calculer les géodésiques dans l'onglet *Geodesic Solver* :



Capture d'écran de l'onglet *Geodesic Solver*.

Dans l'exemple ci-dessus, une des géodésiques a atteint son but, l'autre non.

Naturellement, il est possible d'écrire les géodésiques calculées dans un fichier afin de les récupérer pour le post-traitement.

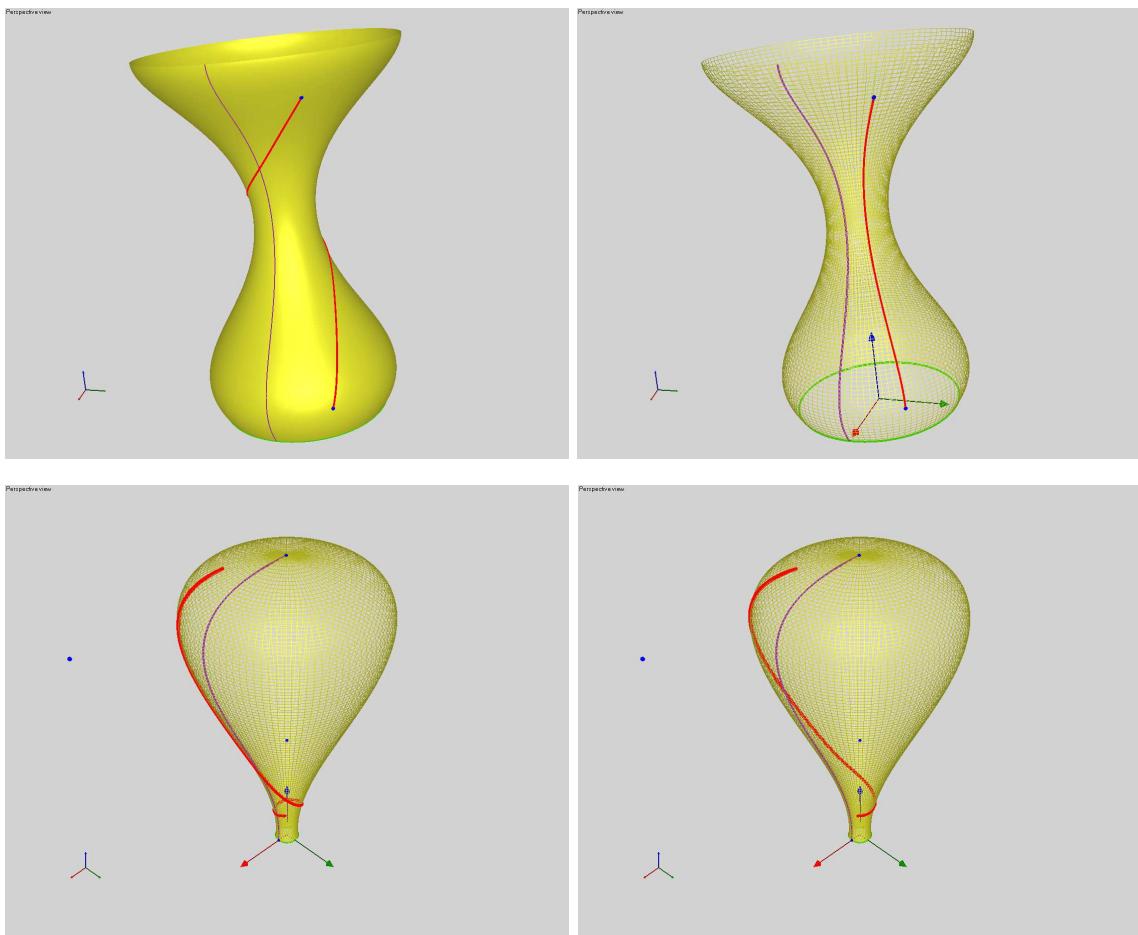


Figure représentant deux autres exemples de surfaces de révolution avec le tracé d'une géodésique.

5.2.1.4 Géodésiques faisant plusieurs tours

Sans entrer dans les détails, il est possible de réaliser des surfaces de révolution permettant de forcer les géodésiques à faire plusieurs tours avant d'atteindre leur point d'arrivée. Cette fonctionnalité n'est pas immédiate à prendre en main, mais elle permet d'étendre les possibilités pour le calcul de géodésiques sur des surfaces de révolution.



Figure illustrant le tracé d'une géodésique d'un ou plusieurs tours sur un cylindre

5.2.1.5 Conclusions

Les résultats obtenus sont très bons et le but est pleinement atteint.

5.2.1.6 Remarque

Des améliorations ont également été apportées concernant les autres types de surfaces, notamment en ce qui concerne les paramètres de création de ces dernières.

5.2.2 **Création de points de connectivité à partir de leurs coordonnées (x,y,z)**

5.2.2.1 *But du développement*

Il s'agissait d'ajouter dans l'interface les éléments permettant d'introduire des points de connectivité sous la forme de coordonnées d'espace (x,y,z).

5.2.2.2 *Aspects théoriques et algorithmiques*

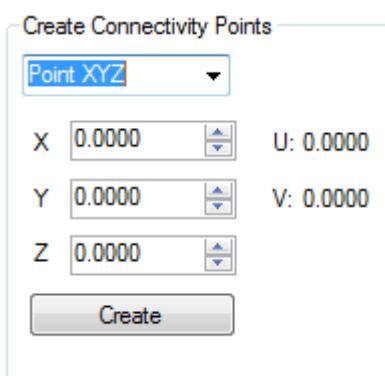
Deux approches ont été retenues :

- l'entrée manuelle de chaque point directement dans l'interface.
- le chargement d'un fichier externe contenant les coordonnées de ces points.

Un algorithme de Newton est ensuite utilisé afin de déterminer les valeurs (u,v) dans le plan de paramètres correspondant aux coordonnées (x,y,z) du point donné dans l'espace. Des tests ont également été ajoutés afin de vérifier l'existence du point (x,y,z) sur la surface.

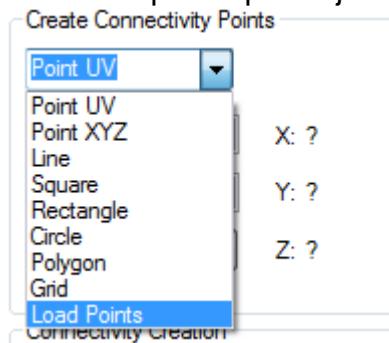
5.2.2.3 *Résultats obtenus*

L'entrée se fait directement dans l'interface par la donnée du point (x,y,z) :



Capture d'écran illustrant l'entrée d'un point par l'intermédiaire de ses coordonnées dans \mathbb{R}^3 .

L'entrée de points par l'intermédiaire d'un fichier se fait directement via « *Load Points* » dans la liste déroulante des options pour ajouter des points de connectivité.



Capture d'écran de la liste déroulante des options de création des points de connectivité

5.2.2.4 *Conclusions*

Les résultats obtenus sont très bons et le but est pleinement atteint.

5.2.3 *Ajout de la possibilité d'utiliser des « grilles structurées »*

5.2.3.1 *But du développement*

Le but était de pouvoir disposer des grilles structurées directement sur la surface afin de créer automatiquement des points de connectivité et les connections entre ces derniers.

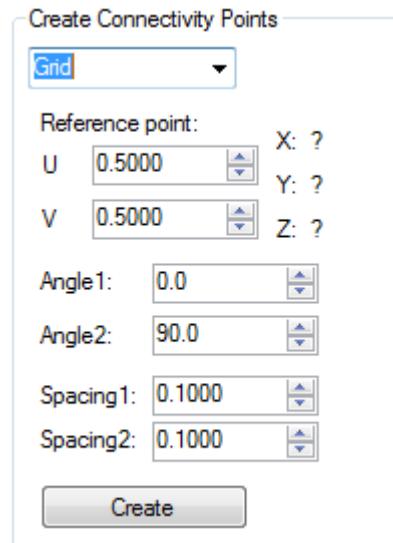
5.2.3.2 *Aspects théoriques et algorithmiques*

Des grilles peuvent être facilement créées dans le plan (u,v) par la donnée de certains paramètres, comme par exemple les angles et les espacements des différentes lignes parallèles constituant les grilles.

Cependant, le but était de placer des points de façon structurée *sur* la surface (i.e., équidistant sur la surface) afin de créer également des grilles de façon automatique. Les tests effectués ont montré que ceci est impossible à réaliser avec la même technique que celle utilisée pour la création de grilles dans le plan (u,v). En revanche, afin de faciliter la construction de telles grilles, une option a été ajoutée à l'outil de création de points sur une ligne afin de permettre de placer des points de façon équidistante sur la surface le long d'une ligne donnée dans le plan (u,v). Cette dernière fonctionnalité est obtenue via un algorithme de dichotomie.

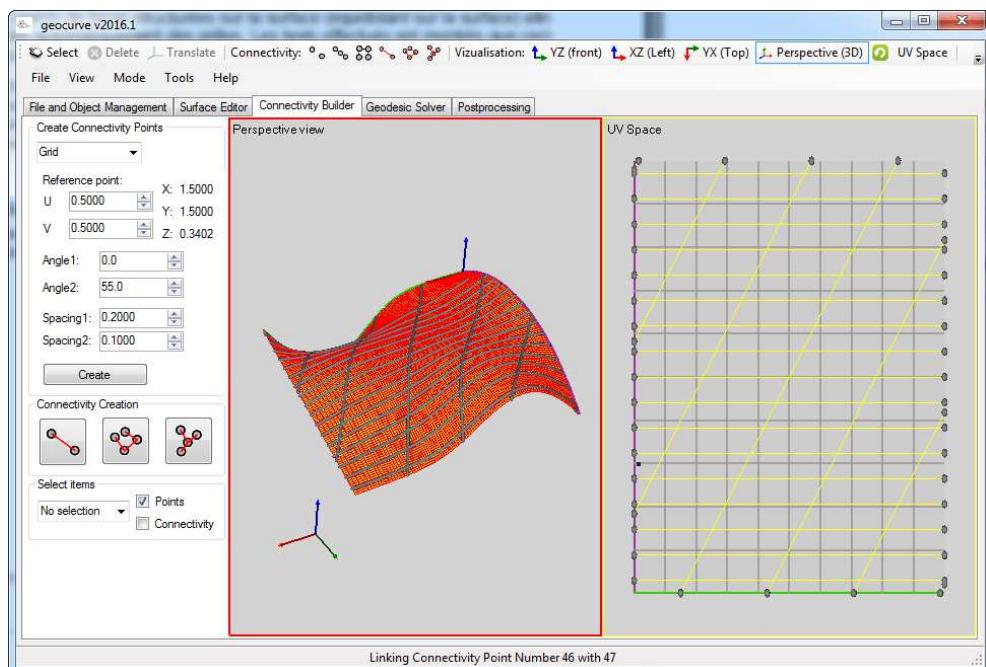
5.2.3.3 *Résultats obtenus*

Un outil permettant de tracer directement une variété de grilles structurées dans le plan (u,v) a été ajouté au logiciel. Une grille est générée en entrant les paramètres suivant :



Capture d'écran de l'outil de l'onglet *Connecivity Builder* permettant de créer une grille structurée dans le plan (u,v)

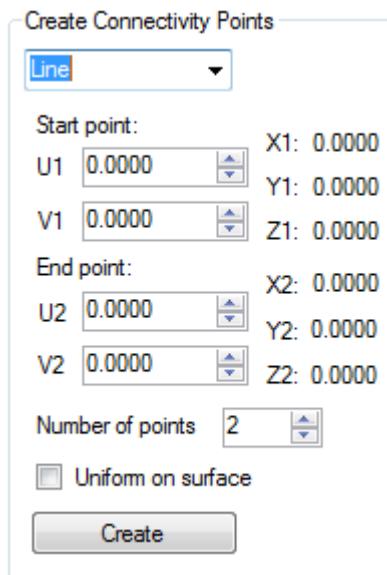
Exemple de résultats obtenus avec l'utilisation d'une grille structurée



Capture d'écran illustrant l'utilisation d'une grille structurée automatiquement créée

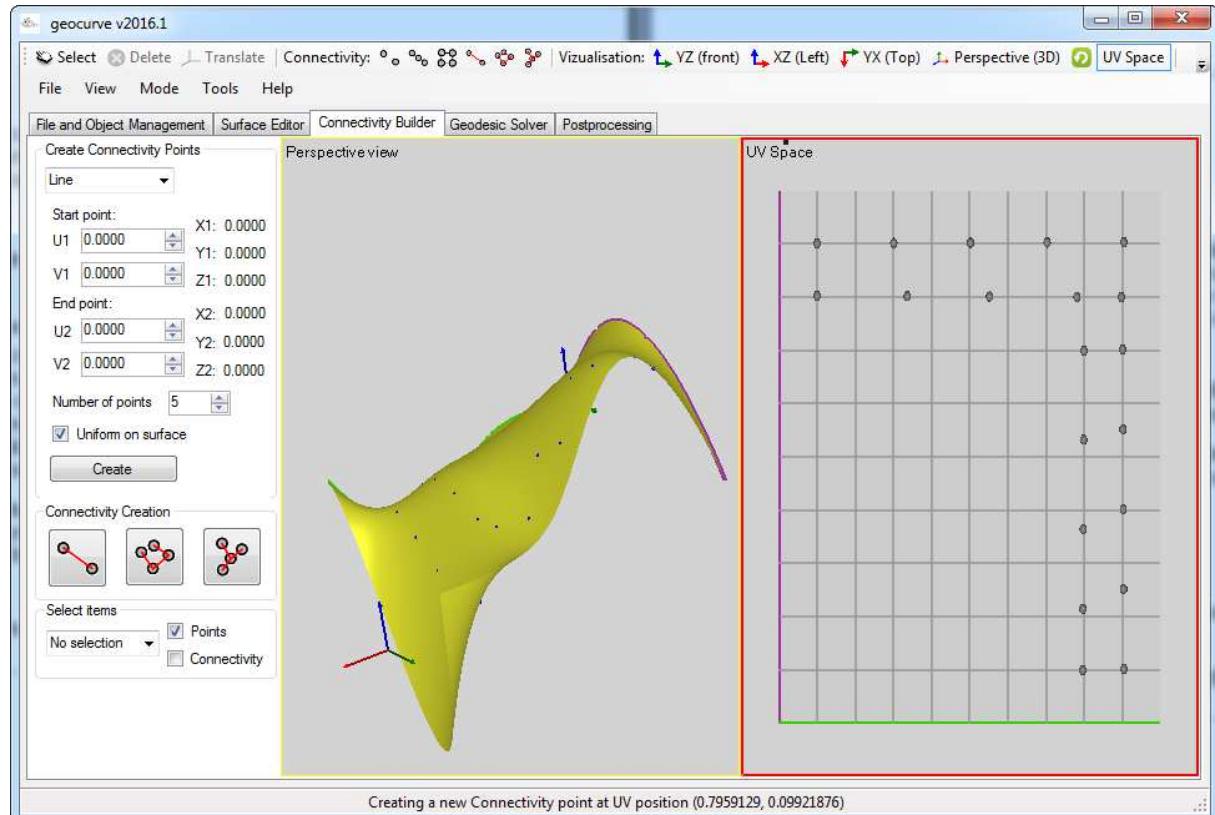
Concernant la deuxième problématique, une option permettant de choisir si l'on veut répartir des points uniformément sur la surface ou dans le plan (u,v) a été ajoutée. Cela permet de créer des points de connectivité selon une ligne définie dans le plan (u,v), tout en imposant qu'ils soient uniformément répartis sur la surface.

Onglet permettant de créer des points de connectivité de façon équidistante sur la surface en utilisant l'option *Uniform on surface* :



Capture d'écran de l'option lignes pour la création des points de connectivité

Ci-dessous un exemple de tracé de quatre lignes parallèles deux à deux dans le plan (u,v). La ligne la plus haute et la ligne la plus à droite disposent des points de connectivité de façon équidistante dans le plan (u,v). Les deux autres lignes répartissent les points de façon uniforme sur la surface.



Capture d'écran de points de connectivité générés selon une ligne en utilisant ou non l'option : « *Uniform on surface* »

5.2.3.4 Remarques sur l'export « *non géodésiques* »

Le but énoncé dans le projet était de créer des grilles structurées non seulement dans le plan (u,v) mais aussi sur la surface. Cette dernière notion n'a pas vraiment de sens dans le contexte des géodésiques. En effet, étant donné une surface, rien ne permet de contrôler l'espacement entre deux géodésiques. Nous avions alors envisagé de permettre la création de grilles structurées sur la surface à l'aide de courbes qui ne sont pas des géodésiques.

Des tests ont été faits dans ce sens. Bien qu'il soit relativement simple de tracer des structures non géodésiques, il semble difficile d'intégrer cette approche dans l'interface. En effet, la notion d'optimisation perd complètement son sens et toutes les grandeurs géométriques liées aux géodésiques ne peuvent plus être calculées. Les fichiers résultats devraient donc être également revus pour ne pas y inclure de fausses informations.

Il ne parait donc pas opportun de faire ces modifications à l'heure actuelle. Si un client en a besoin, Ycoor Systems fera le nécessaire pour lui exporter les résultats désirés, mais inclure cela directement dans **geocurve** semble une hérésie.

5.2.3.5 Conclusions

Les résultats obtenus sont bons et le but est pleinement atteint.

5.2.4 Affichage de propriétés de la surface

5.2.4.1 But du développement

Il est important que des indications concernant certaines propriétés de la surface (courbure de Gauss, hauteur, etc.) soient ajoutées afin que le concepteur puisse, avant même la réalisation des calculs, optimiser son design.

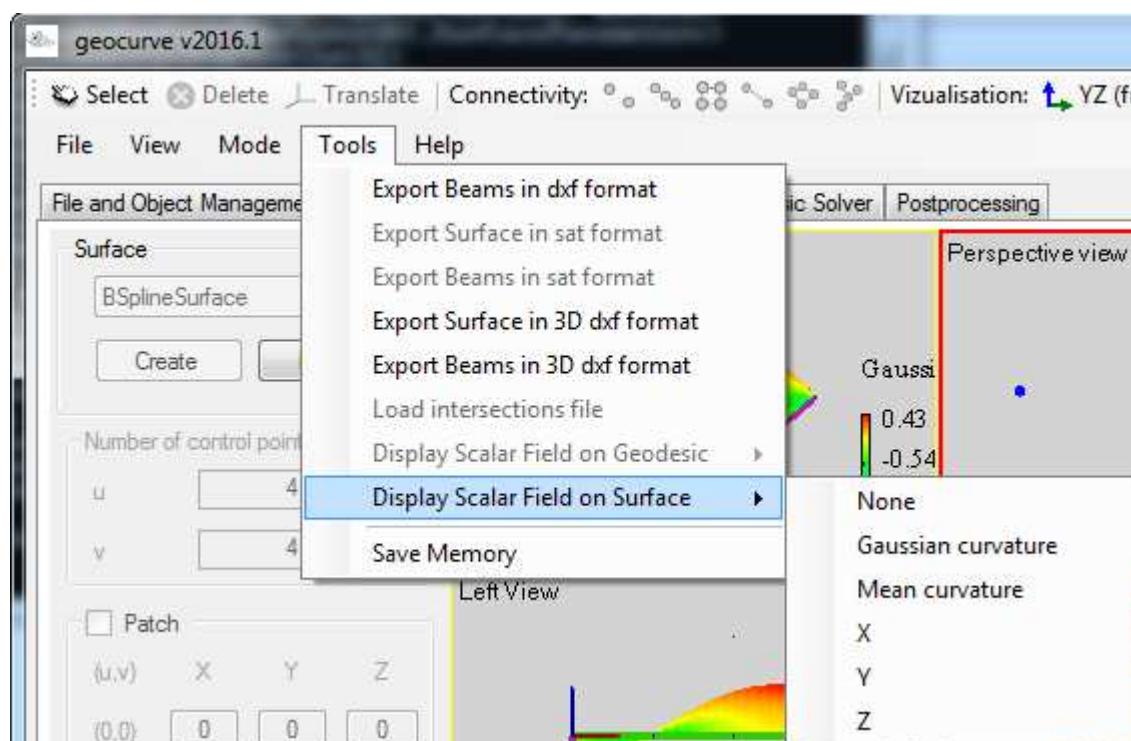
5.2.4.2 Aspects théoriques et algorithmiques

Plusieurs grandeurs peuvent maintenant être affichées sur la surface. La référence [16] donne plus d'informations sur certains aspects théoriques, notamment sur le calcul des différentes courbures (de Gauss, moyenne, principales).

De même que pour les notions de torsions et de courbures des géodésiques, les grandeurs liées à la surface sont affichées sous forme de champs scalaires avec un code de couleur.

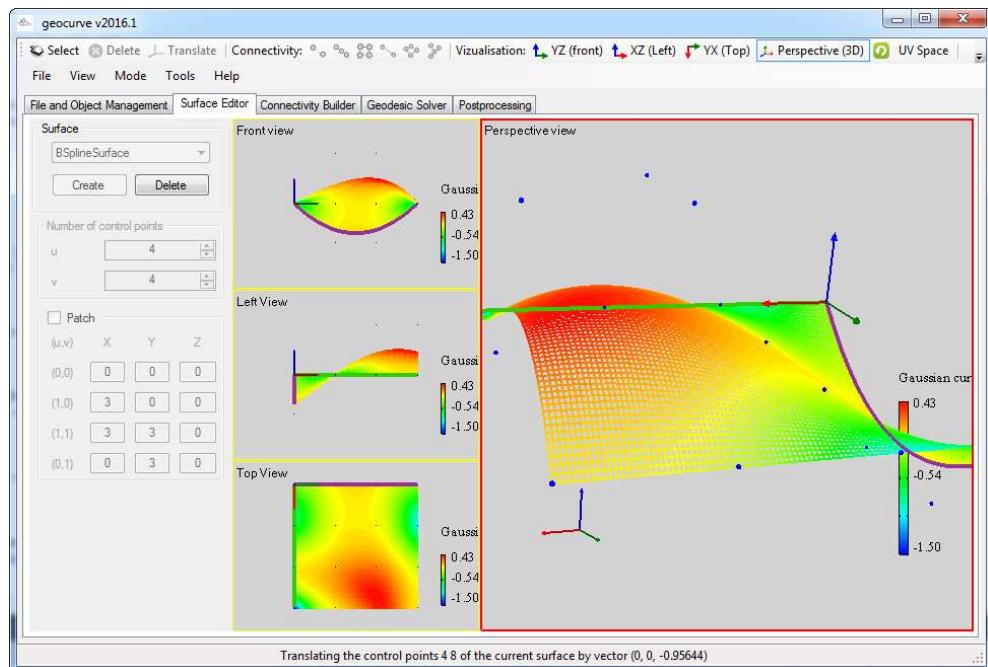
5.2.4.3 Résultats obtenus

Ces nouvelles fonctionnalités sont accessibles directement à travers le menu *Tools* de l'interface :



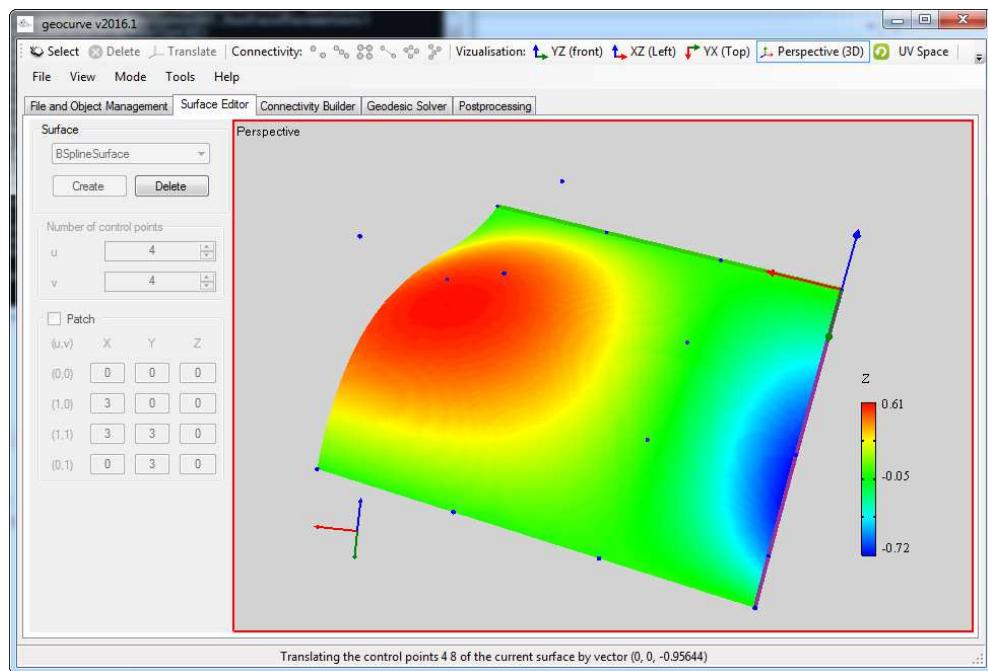
Capture d'écran du menu *Tools*

Ci-dessous un exemple obtenu pour la courbure de Gauss d'une surface :



Capture d'écran montrant la courbure de Gauss d'une surface

Ci-dessous un exemple obtenu pour la hauteur en z d'une surface :



Capture d'écran montrant la hauteur en z d'une surface

Les autres propriétés peuvent être affichées de la même manière.

5.2.4.4 Conclusions

Les résultats obtenus sont très bons et le but est pleinement atteint.

5.2.5 *Communication inter-logiciel*

5.2.5.1 *But du développement*

Définir certains formats d'imports et d'exports proposés par nos partenaires et implémenter ces derniers afin de faciliter l'interfaçage de **geocurve** avec d'autres logiciels.

5.2.5.2 *Aspects théoriques et algorithmiques*

Les différentes références concernant les formats peuvent être obtenues directement en ligne sur internet.

5.2.5.3 *Résultats obtenus*

Une partie des résultats a déjà été présentée dans la section concernant la récupération de surface existante et dans celle traitant du chargement de points de connectivité directement depuis un fichier. Les solutions retenues sont pragmatiques et ont été discutées avec nos partenaires.

Les géodésiques peuvent être exportées au format .dfx 3D. Les solutions peuvent ensuite être récupérées dans un logiciel tiers. Pour la découpe automatique des planches de la structure, des fichiers .dxf par géodésiques sont disponibles.

Des travaux ont été réalisés afin de sortir la structure géodésique, mais également la surface au format .sat (ACIS sat). Ce format est très utilisé notamment par CADWORK et AUTOCAD et il paraît particulièrement adapté comme standard de transfert. Il est cependant propriétaire. La mise en place a pu être faite grâce à la période d'évaluation des librairies nécessaires à l'écriture des fichiers. Une implémentation définitive dans **geocurve** par l'achat d'une licence est cependant impossible pour l'instant. Ycoor Systems n'a pas pu trouver un accord satisfaisant avec la société Spatial qui gère les droits de ce format.

Finalement, le calcul de structure peut être fait par l'intermédiaire d'un format .dxf de points et de lignes contenant les intersections entre les géodésiques.

5.2.5.4 *Conclusions*

Le but des développements est atteint, mais les aspects concernant les formats de fichiers à utiliser en *import* ou en *export* ne sont jamais vraiment terminés. Il existe pléthore de formats libres et/ou propriétaires et le choix des utilisateurs se fait souvent plus par habitude que par suite d'une réelle réflexion. Les solutions actuelles offertes par **geocurve** permettent l'interfaçage avec la majorité des outils métiers, cependant des formats complémentaires peuvent toujours être envisagés.

5.3 Assemblage de charpentes suivant un tracé de géodésiques

5.3.1.1 *Buts de cette étape du projet*

Il s'agissait ici de mettre en place une stratégie permettant de réaliser l'assemblage d'une structure géodésique et de déterminer, avec nos partenaires, les approches les plus prometteuses à ce sujet. En particulier, le but était de déterminer si la technique mise au point par M. Jean-François Bocquet de l'ENSTIB est applicable [7], [17].

Finalement, ce travail devait permettre de choisir une géométrie de test en vue de la réalisation d'une maquette.

5.3.1.2 *Aspects théoriques*

Les géométries pouvant être très différentes suivant les projets considérés (maison individuelle, coupole, salle de gym, etc.), il semble difficile de définir à l'heure actuelle une technique d'assemblage générale pour les structures géodésiques proposées.

Pour l'orientation de départ des géodésiques, la reprise des données dans le fichier .dxf 3D doit permettre de créer les guides et/ou les supports directement dans l'outil de dessin du concepteur. Il ne semble donc pas nécessaire, pour l'instant, d'ajouter des fonctionnalités à **geocurve** concernant cet aspect.

Qu'en est-il des points de jonctions (croisements) entre les géodésiques ? Le fichier de sortie des planches au format .dxf contient les perçages pour les zones d'assemblage. Ces points correspondent cependant, lors de la construction finale, à une position particulière de l'espace. De plus, par quelles géodésiques faut-il commencer la construction pour garantir une certaine stabilité lors de la réalisation ? Ces aspects sont encore ouverts et dépendent également des projets considérés. Une technique qui peut être envisagée est l'utilisation d'un repérage 3D par laser de certains points de jonctions et la construction en ces points d'un support pour la pose des premiers éléments de la structure.

Les résultats concernent la technique proposée par le Prof. Bocquet. Les références [7], [17] peuvent apporter les informations complémentaires concernant les aspects techniques de ces assemblages.

5.3.1.3 Résultats obtenus

L'ENSTIB, par M. Jean-François Bocquet, a mis au point une nouvelle technique d'assemblage de planches. Cette technique met en œuvre un usinage local au point de contact (voir figure ci-dessous).

Usinage obligatoire dans le sens du fil avant usinage à un angle pour les bois tendre



Assemblage possible à tous les angles

Cette technique a été mise en œuvre avec succès pour la fabrication de parois :



Photos de la paroi créée par assemblage de planches

Les espaces de recouvrement sont relativement faibles, de l'ordre de quelques millimètres, mais cela suffit pour garantir la solidité structurelle.

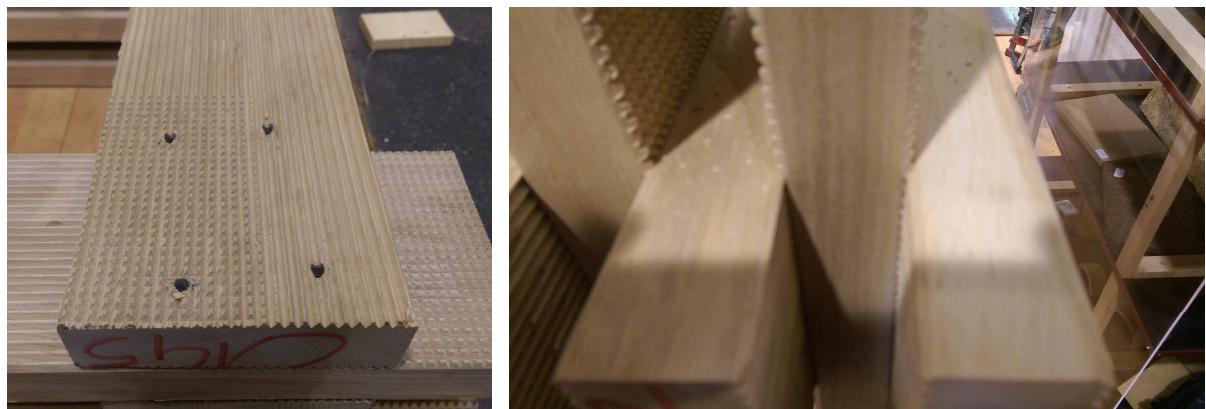


Photo représentant l'usinage effectué ainsi que le recouvrement dans un assemblage

Remarque : On peut voir sur les illustrations ci-dessus la précision avec laquelle l'assemblage peut être réalisé.

La construction s'effectue en 4 étapes :

1. Les planches sont fabriquées par aboutage de différents morceaux. Elles sont ensuite rectifiées et une première partie de l'usinage est réalisé longitudinalement.



Planche prête pour l'usinage final

2. Les planches sont ensuite disposées sur un plan de travail et la structure transverse de la « matrice » d'assemblage est usinée par un robot :



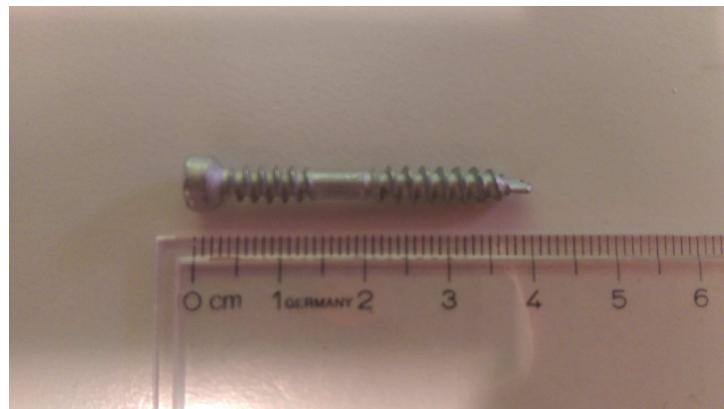
Usinage par un robot équipé d'une fraise multi-disques
(La matrice est faite en un seul passage)

3. Les planches sont ensuite disposées par couches :



Le mur en construction, couche par couche

4. Finalement elles sont assemblées par la pose de 4 vis :

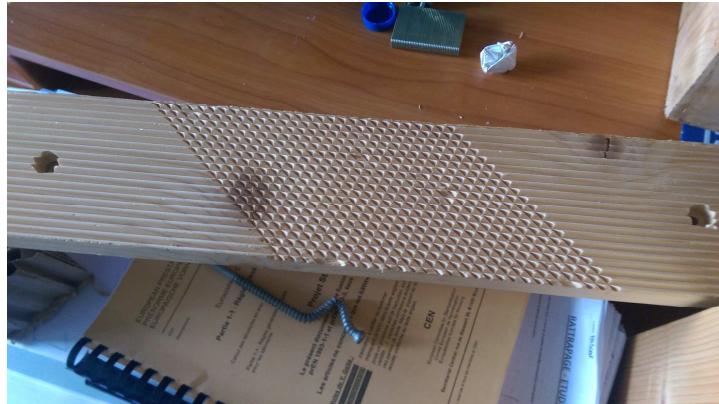


Guide et une vis utilisée pour l'assemblage des planches

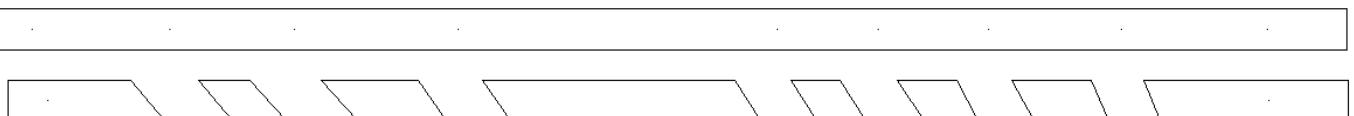
Plusieurs de ces étapes sont effectuées, pour l'instant, à la main. Le but à long terme est de les réaliser de façon complètement automatique. Le robot va d'ailleurs être modifié, et des éléments vont être ajoutés afin d'atteindre cet objectif.

Cette technique d'assemblage est-elle intéressante pour les structures géodésiques ?

La réponse est oui, car elle est relativement facile à mettre en œuvre et le fichier .dxf contenant la description des planches peut facilement être modifié afin d'y introduire les angles d'usinage nécessaires à l'assemblage des croisements.



Exemple d'usinage avec un angle



Exemple d'informations contenues dans le fichier .dxf pour deux planches dans l'épaisseur. On voit que les angles figurent dans la découpe.

Quelles sont les difficultés de cette approche ?

L'usinage ne devrait pas poser de problème et l'assemblage non plus, si l'on fait abstraction des portées qui ne sont pas connues et qui peuvent rendre les choses plus compliquées.

Le problème vient du faible recouvrement de l'usinage et des effets de torsion et de flexion des planches dans un assemblage faisant intervenir des courbures. Comment ce type d'assemblage résiste-t-il au fait que l'emboîtement ne soit pas parfait ? Faut-il effectuer des usinages particuliers ? Comment faut-il considérer l'assemblage (la première planche) par rapport au calcul de la géodésique correspondante, sur la fibre neutre, en dessous de la surface ? En admettant un assemblage de plusieurs planches, peut-on le traiter par extrusion de la planche initiale ? Faut-il effectuer des calculs géodésiques par couches successives ?

Il ne semble pas possible pour l'instant de répondre à ces questions de façon précise. La réalisation d'une structure réelle conjuguée à des calculs de résistance devrait permettre d'y répondre de manière plus satisfaisante.

Quelle géométrie choisir pour faire un essai ?

La géométrie retenue pour la réalisation de la maquette est une partie de cône tronqué sur laquelle doivent venir reposer deux pans de mur. Il s'agit d'un design simple mais qui permettra de mettre en évidence les difficultés et les éventuels écueils de cette approche :

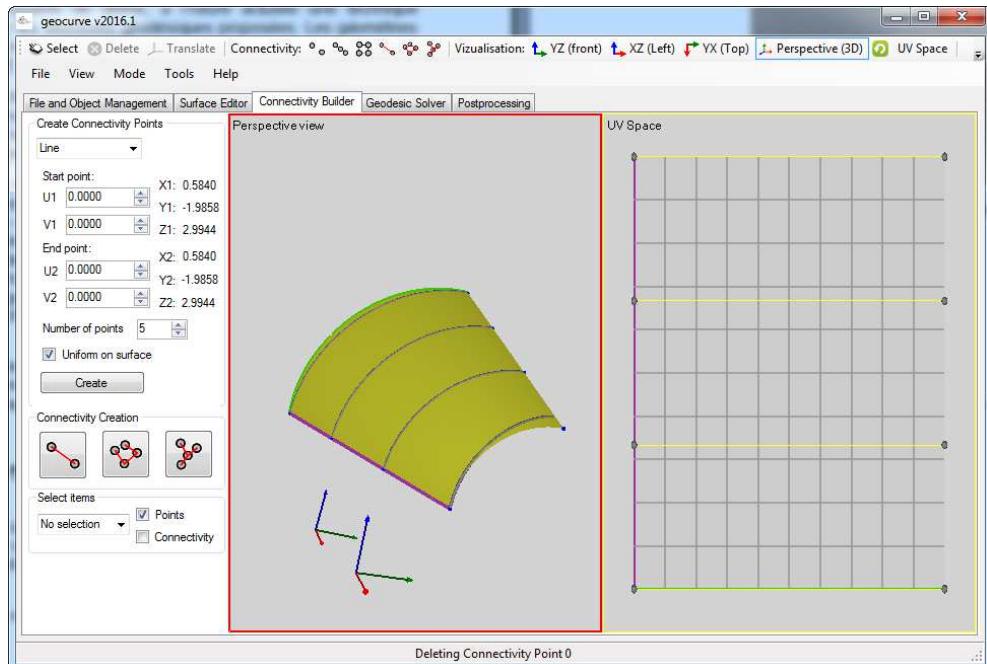


Figure représentant la géométrie retenue pour un assemblage particulier sans croisement

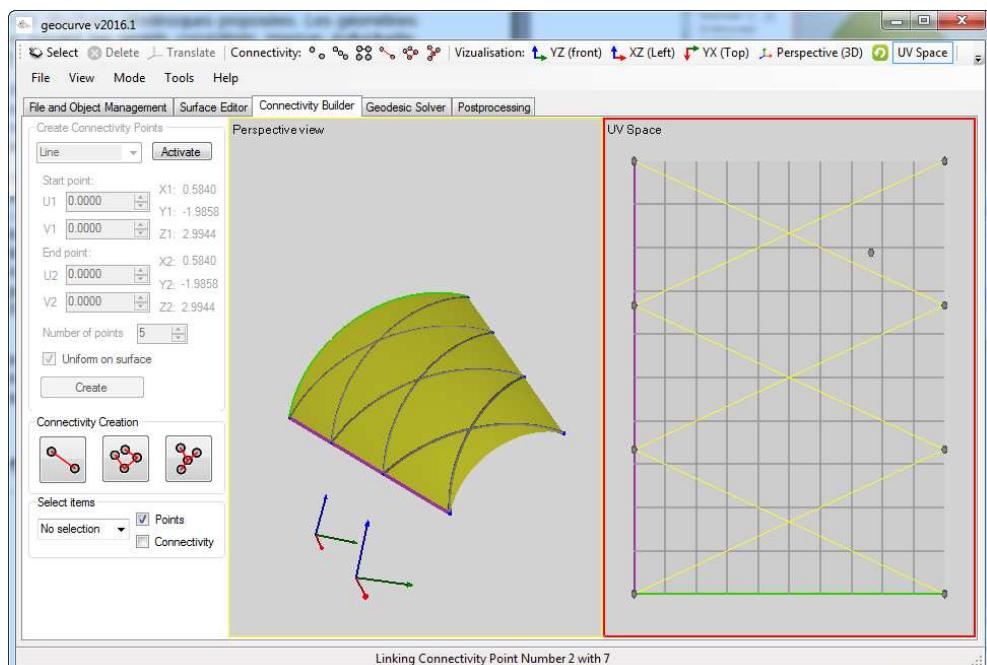


Figure représentant la géométrie retenue pour un assemblage particulier avec croisements

5.3.1.4 *Conclusions*

Des travaux sont toujours en cours afin de réaliser une maquette en 2016. Des étudiants travaillent en ce moment auprès du Prof. Jean-Francois Bocquet afin d'étudier la possibilité d'utiliser des surfaces « courbes » dans l'habitat traditionnel afin d'utiliser les propriétés des structures géodésiques pour l'assemblage de charpentes suivant ces designs.

Parallèlement, des travaux sont envisagés afin d'estimer les difficultés lors d'un usinage automatique de planches pour leur utilisation dans un assemblage faisant intervenir des courbures plus ou moins importantes.

Affaire à suivre, donc !

6. *Travaux futurs et perspectives*

geocurve dans sa version 2016.1 est pleinement fonctionnel. Il peut être utilisé sans autre et contient tous les éléments permettant de passer de la création d'un design et d'une structure de géodésiques jusqu'à l'obtention des fichiers finaux permettant la réalisation de cette dernière.

Comme dans tout logiciel, il reste cependant des améliorations possibles qu'il vaut la peine de mentionner. Certaines peuvent être envisagées à plus ou moins court terme, les autres faisant partie de la stratégie future de développement. Elles sont classées en deux sous-sections : les travaux futurs (plutôt à court terme) et les perspectives.

6.1 Travaux futurs

6.1.1 *Amélioration des « sorties et des entrées » du logiciel*

Un challenge des logiciels actuels est leur compatibilité avec les autres logiciels du marché au travers des fichiers d'entrée et de sortie. Pour **geocuve**, cela concerne les surfaces créées ainsi que les résultats obtenus pour les géodésiques. Les possibilités offertes actuellement suffisent, mais le support d'autres formats serait un plus pour faciliter la pénétration dans les marchés métiers.

6.1.2 *Créer une base de géométries disponibles*

Grace à la possibilité d'importer des surfaces venant d'autres logiciels par l'intermédiaire de SplineSurfaceCreator, un grand pas a été fait dans la direction de la flexibilisation de l'utilisation de **geocurve**.

L'ajout de surfaces types (dôme, demi-cylindre, ellipse, etc.) directement accessibles et paramétrables via l'onglet de création des surfaces du programme serait utile à l'avenir pour encore faciliter la création de designs.

6.1.3 *Ouvrir à la création de surfaces utilisant des NURBS*

Les surfaces actuellement supportées sont représentées en utilisant des courbes de Béziers ou des courbes B-Splines. Une extension aux NURBS (B-Splines rationnelles non uniformes) pourrait être faite afin d'étendre encore les possibilités de design. L'utilisation des NURBS permet par exemple de réaliser une demi-sphère « parfaite », ce qui n'est pas possible avec des B-Splines.

6.2 Perspectives

6.2.1 *Amélioration pour la création des surfaces*

Le programme permet actuellement la création de surfaces qui sont représentées par un patch unique. Cependant, une extension « multipatches » pourrait être envisagée. Cela permettrait une plus grande souplesse dans la création des surfaces et se rapprocherait également de ce qui se fait dans les modeleurs. Il faudrait donc modifier le logiciel pour permettre l'utilisation de surfaces représentées par plusieurs patchs et ajouter des outils de contrôle de régularité de la surface au voisinage des jonctions de patchs pour garantir un calcul correct des géodésiques.

6.2.2 Modification de la GUI

L'interface utilisateur actuelle a été développée en C#. Ce langage .Net, moderne, permet de pouvoir utiliser la GUI dans les environnements Windows, mais également Linux et Mac via le *Framework Mono*. Elle a donc un aspect moderne et est à la pointe de ce qui se fait pour les développements de GUIs.

Cependant, la tendance actuelle est de faire migrer les interfaces dans un environnement permettant de les utiliser directement en ligne, via « une interface Web ». Un développement intéressant serait de réécrire les parties d'affichage en utilisant JavaScript (ou une librairie JavaScript) pour le fenêtrage et du WebGL (ou une librairie implémentant cette interface) pour l'affichage tridimensionnel.

6.2.3 Amélioration du solveur

Le solveur est codé uniquement en C++ et est couplé à l'interface graphique via une DLL (Dynamic Link Linbrarie). Grâce aux modifications apportées dans ce projet, il serait maintenant possible d'en faire une solution externe pouvant être appelée par l'interface soit sur la machine où tourne l'interface, soit sur une machine tierce (linux ou Windows) du réseau ou distante (via internet).

Cette amélioration permettrait au client d'être plus souple dans l'utilisation de **geocurve** et Ycoor Systems pourrait fournir les ressources informatiques pour les calculs afin de libérer le client de la problématique de puissance de calcul.

6.2.4 geocurve en tant que logiciel « SaaS » (software as a service)

Finalement, les améliorations ci-dessus permettraient d'envisager une distribution du logiciel via un service directement en ligne. Cela permettrait à l'utilisateur final de s'affranchir des problèmes d'installation, de maintenance, de puissance de calcul et toutes autres difficultés techniques liées à l'achat d'un logiciel.

Le client se connecterait directement sur une plateforme (desktop online), sur un espace lui étant réservé. Il pourrait alors utiliser **geocurve** en ligne directement et ne récupérer que les solutions définitives. Le mode de licence serait alors une location d'espace et de temps d'utilisation.

De plus, cet espace pourrait être partagé, par exemple par projet, afin que tous les acteurs impliqués aient un accès commun au projet sans devoir, individuellement, installer et gérer un logiciel.

Remarque : Cette dernière perspective semble opportune au vu des développements actuels des technologies liées à internet. Elle ne pouvait clairement pas être envisagée à l'origine du projet. Sa mise en œuvre nécessite cependant des moyens financiers.

7. Promotion et mise en valeur

La promotion des travaux effectués dans ce projet se fera au travers de la promotion du logiciel principalement. Ycoor Systems est donc chargé de cette dernière et de la mise en valeur des fruits du projet.

Dans l'onglet *Help – About* du logiciel, une phrase (en anglais) pouvant être traduite par « Le présent projet a reçu le soutien du Fonds pour les recherches forestières et l'utilisation du bois » a été ajoutée :



Figure représentant la fenêtre *About* du logiciel **geocurve** dans sa version 2016.1

Le Prof. Johannes Natterer participe régulièrement à des conférences. Il se rendra cette année, notamment, aux « Conférences Cecobois et Salon Solutions en Bois 2016 » qui se déroulent le 4 février 2016 à Québec. Il y parlera de la conception de coques nervurées (« Les résilles en bois de grandes portées : concept et réalisation ») et de **geocurve** et mentionnera le soutien du Fonds.

De même, la collaboration avec les autres partenaires continuant, Ycoor Systems se charge de faire figurer la référence au soutien du Fonds dans les différents documents qui feront renvoi aux travaux réalisés.

8. Remerciements

Nous tenons à remercier le Fonds pour les recherches forestières et l'utilisation du bois pour le soutien de ce projet qui a permis d'améliorer de façon significative le logiciel **geocurve** afin de faciliter son utilisation dans un contexte métier.

Ycoor Systems remercie également ses partenaires ayant travaillé sur le projet en tant que consultants, à savoir Messieurs Roland Rozsnoy, Stefan Stamm, Jean-François Bocquet et Johannes Natterer. Grâce à leur expertise et à leur dévouement, ce travail a pu être mené à bien.

9. Conclusions

Ce rapport présente les principaux résultats obtenus pour le projet n° 2014.09, intitulé :

UTILISATION DES GÉODÉSIQUES POUR LA CONSTRUCTION DE STRUCTURES INNOVANTES EN BOIS (DÉVELOPPEMENT DANS GEOCURVE)

qui a reçu le soutien du Fonds pour les recherches forestières et l'utilisation du bois.

Les différents objectifs du projet ont été atteints et le logiciel **geocurve** a été complété et amélioré afin d'y intégrer des outils métiers facilitant son utilisation notamment dans le monde de la construction en bois.

geocurve peut être utilisé aussi bien par l'architecte que par le maître d'œuvre en facilitant la conception du design, mais également en donnant les différentes informations nécessaires à la constructibilité des structures géodésiques calculées.

Les travaux menés dans le projet concernaient des améliorations et des modifications à la fois dans la partie modélisation des surfaces et création du ou des faisceaux de géodésiques, mais également dans la partie export des résultats en vue de leur utilisation.

L'utilisateur peut maintenant charger une surface existante (sous forme de coordonnées (x,y,z) ou sous la forme de fichiers de maillage (par ex : .stl)) et en faire une approximation par une surface de type Bézier ou B-Spline. Ce processus automatique permet de partir d'une description de la surface obtenue par un scanner (sur une maquette par exemple) ou à partir d'un autre logiciel de dessin. **geocurve** permet maintenant d'adresser des surfaces de révolution, ceci allouant un plus grand choix et une plus grande flexibilité dans la réalisation de designs en bois notamment. Des grilles de géodésiques peuvent être créées de façon automatique et de nouvelles possibilités ont été ajoutées pour faciliter la création de la structure géodésique recherchée. Cette dernière, une fois calculée, peut être reprise dans des logiciels tiers grâce à l'outil d'export, notamment au format dxf tridimensionnel.

geocurve est un logiciel novateur permettant d'aborder, par une approche différente de celles actuelles, la conception et la construction de structures en bois. Le logiciel est pleinement fonctionnel et opérationnel, notamment grâce aux fruits de ce projet. Nous espérons qu'il pourra être utilisé par les architectes, les ingénieurs, les charpentiers et les maîtres d'ouvrage afin qu'ils réalisent des édifices qui allieront beauté, efficacité énergétique et habitabilité en utilisant cette matière noble qu'est le bois.

10. Références

Cette section liste quelques articles et références qui ont été utilisés lors des développements effectués dans le projet.

- [1] Document concernant le projet transmis au Fond pour les recherches forestières et l'utilisation du bois en vue de l'obtention des subsides, Alexandre Masserey, septembre 2014.
- [2] Travail de thèse de M Roland Rozsnyo (EPFL n 3481 – 2006), *Optimal control of geodesics in Riemannian manifolds*, sous la direction des Prof. Peter Buser et Klaus-Dieter Semmler.
- [3] Travail de thèse de M Claudio Pirazzi (EPFL n 3229 – 2005), *Zur Berechnung von Holzschalen in Brettrippenbauweise mit Elastischem Verbundquerschnitt*, sous la direction du Prof. Julius Natterer.
- [4] Ycoor Systems SA, Technopôle n°10, 3060 Sierre.
- [5] Projet de master EPFL de Mme Valentina Triantafyllidou, *Coque nervurée pour salle de sport triple*, sous la direction du Dr. Johannes Natterer.
- [6] Travail de thèse de M Johannes Natterer (EPFL n 4499 – 2010), *Analyse non-linéaire des coques géodésiques multicouches à joints semi-rigides*, sous la direction des Prof. Yves Weinand.
- [7] Travail de thèse (Sciences du bois et de fibres) de Stéphane Girardon, *Amélioration des performances mécaniques des assemblages bois sur bois vissés par préparation des interfaces*, sous la direction de Pascal Triboulot et Jean-François Bocquet soutenue le 09 décembre 2014.
- [8] Document de travail écrit par Dr. Roland Rozsnyo, *Calculs de Géodésiques sur des Surfaces de Révolution dans geocurve*, 2015
- [9] Rapport de M David Eberly, *Least-Squares Fitting of Data with B-Spline Curves*, le 2 décembre 2005
- [10] Document de M Pierre Pansu, *Courbes B-splines*, le 7 février 2004
- [11] Travail de Maturité de M Thomas Guillod, *Interpolations, Courbes de Bézier et B-Splines*, janvier 2008
- [12] Document de travail écrit par M Yong Ming Li, *Least Squares Approximation*, mars 1997
- [13] Article écrit par M Mathieu Desbrun et al., *Intrinsic Parameterizations of Surface Meshes*, *EUROGRAPHICS 2002 / G. Drettakis and H.-P. Seidel Volume 21 (2002), Number 2*
- [14] Document en ligne, *Overview of Marshaling in C++*, <https://msdn.microsoft.com/en-us/library/bb384865.aspx>
- [15] Document en ligne, *Eigen is a C++ template library for linear algebra: matrices, vectors, numerical solvers, and related algorithms*, <http://eigen.tuxfamily.org/index.php>
- [16] Article écrit par M Sylvain Barré, *La courbure de Gauss*, *Le Journal de maths des élèves*, Volume 1 (1994).
- [17] Article écrit par M Stéphane Girardon et al., *Determination of shearing stiffness parameters to design multi-layer spruce beams using welding-through wood dowels*, *Eur. J. Wood Prod.*, Springer-Verlag, preprint 2013.

Annexes :

Annexe A : Synoptique du noyau de geocurve

Annexe B : Exemple d'utilisation de geocurve

Annexe C : Présentation théorique sur l'approximation de surfaces existantes

Annexe D : Document théorique sur le calcul de géodésiques sur des surfaces de révolutions

Annexe A : Synoptique du noyau de geocurve

Ci-dessous figure un synoptique des modifications apportées au noyau du logiciel. Nous ne nous attardons pas sur le sujet car il s'agit d'aspects techniques informatiques. Cependant, il nous semble important de souligner ce travail qui a permis de généraliser les notions de surface, de solveur, de géodésiques et de post-traitement afin d'en faire des entités séparées en tant qu'objets, au sens informatique du terme. De plus, ces notions ont été « traduites » (C# - CLI - C++) dans tout le logiciel afin de n'en garder qu'une seule occurrence de base.



Annexe B : Exemple d'utilisation de geocurve

(Confidentiel, prière de demander l'autorisation avant une publication)

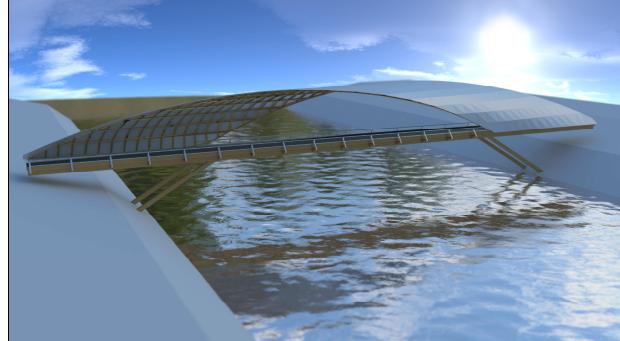
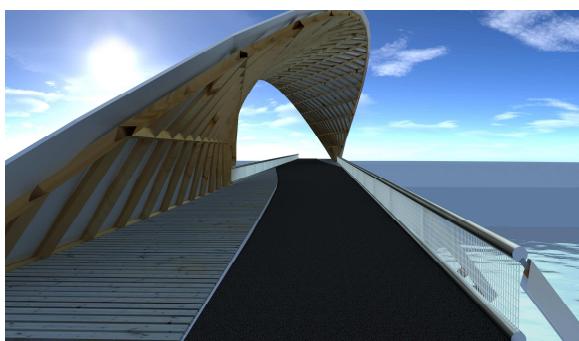
Exemple pour un pont :

Projet pour Le pont de Mils

Professeur Michael Flach

Michael.Flach@uibk.ac.at

Le but était de réaliser une structure pour le projet de pont suivant :



Figures représentant le projet

Une des particularités est que la structure transverse de géodésiques vient reposer sur deux géodésiques principales.

La construction du pont est basée sur une ellipse :

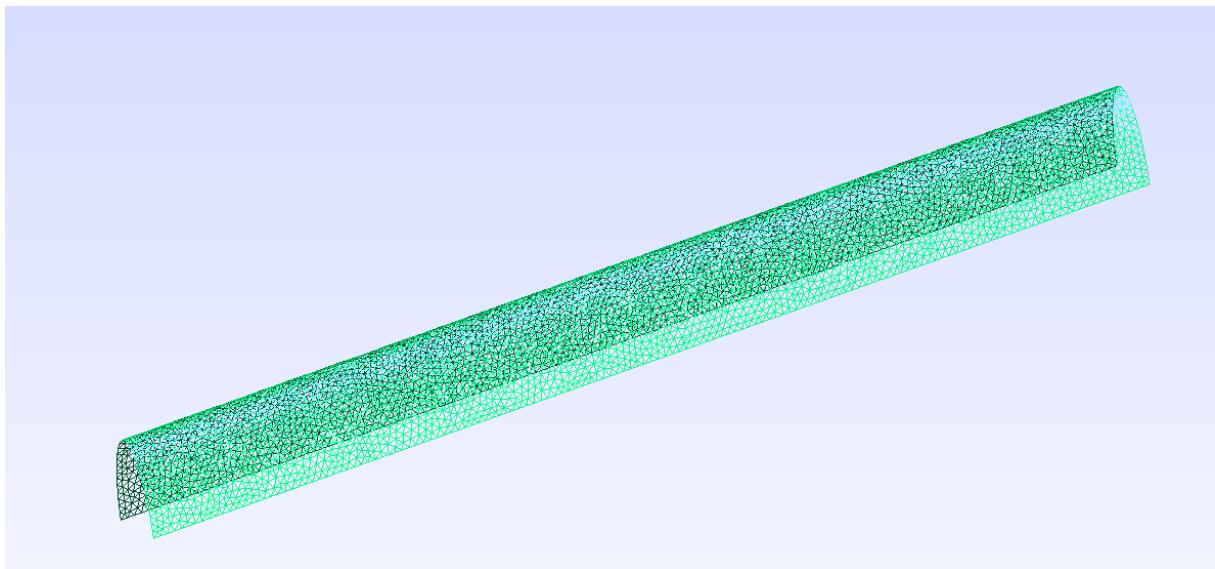
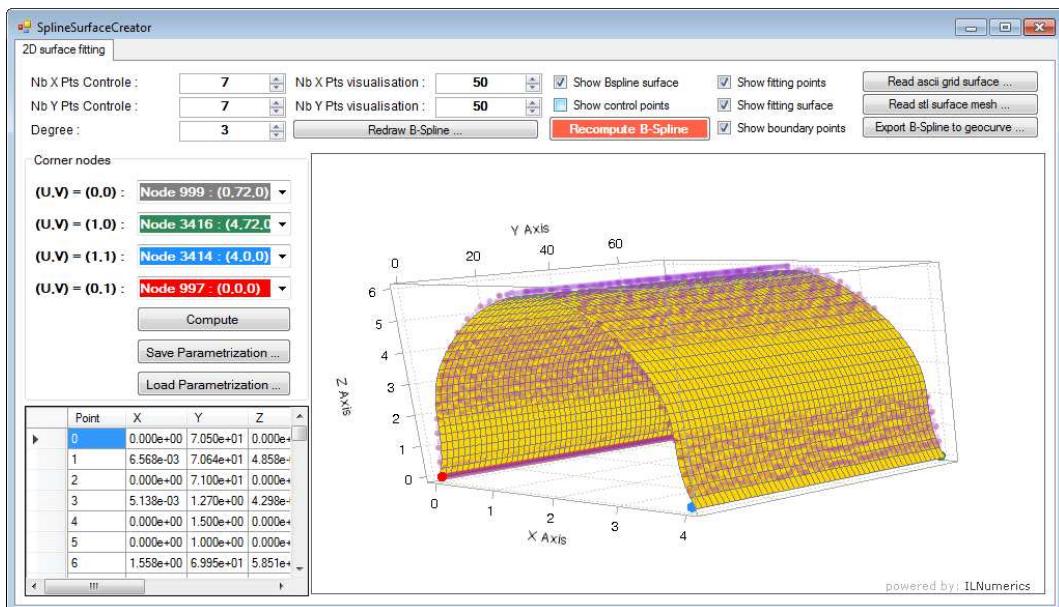


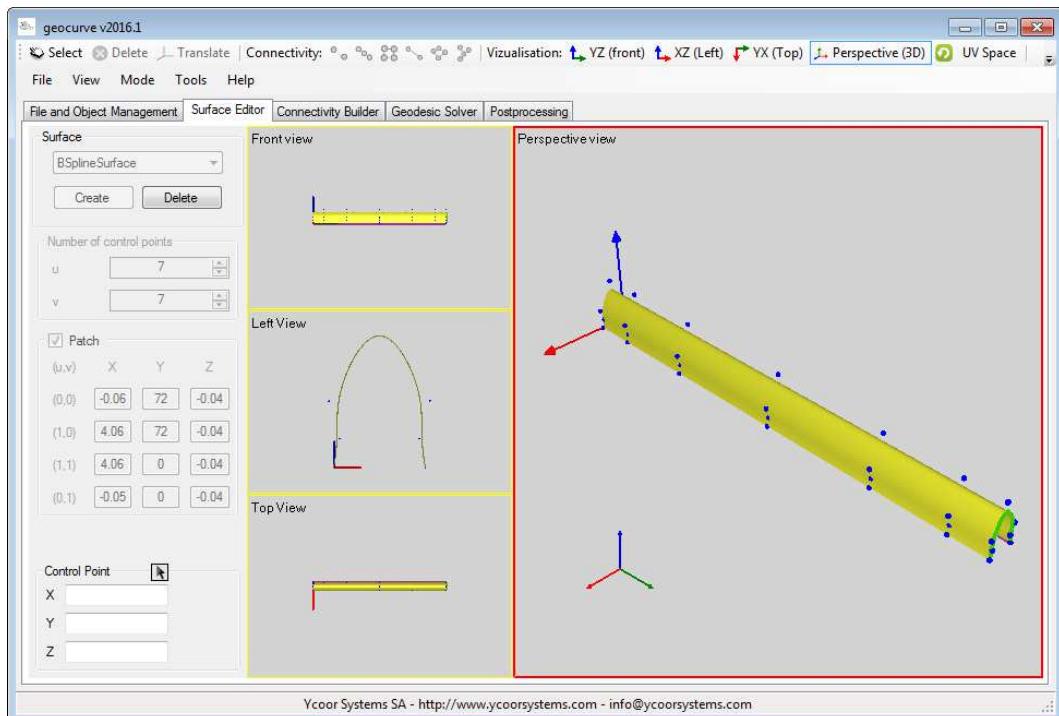
Figure représentant la demi-ellipse sur laquelle vient se poser la charpente du pont

Cette surface est ensuite approchée par *SplineSurfaceCreator* :



Capture d'écran de *SplineSurfaceCreator* avec la surface calculée

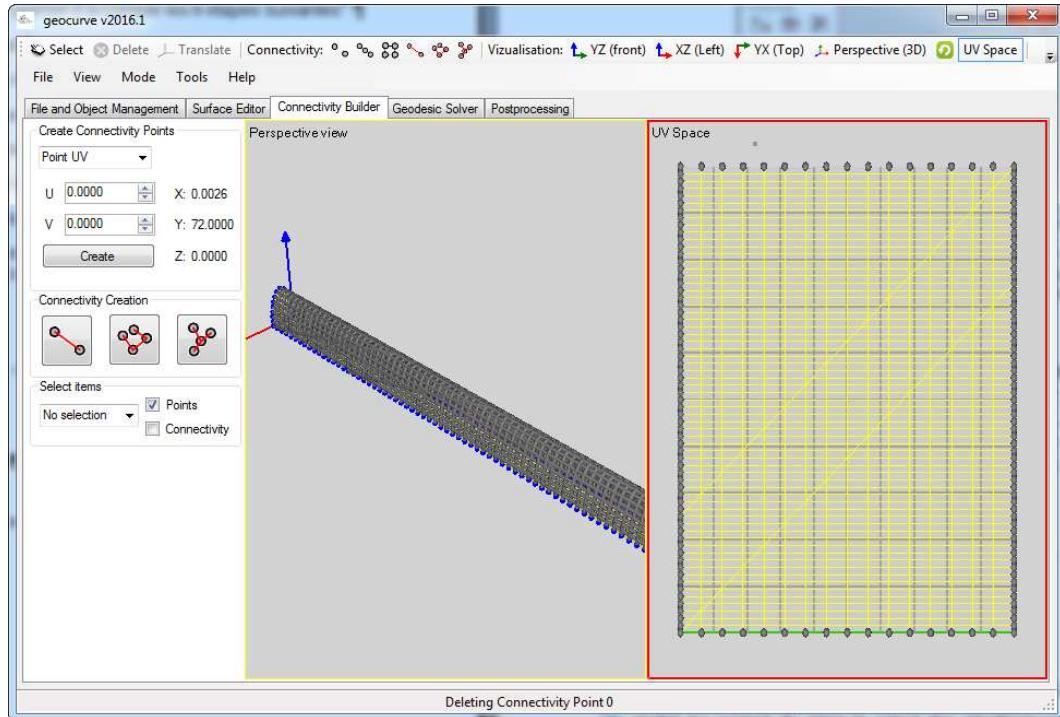
Il est ensuite possible de récupérer directement la surface dans l'interface de **geocurve** :



Capture d'écran de la surface dans **geocurve**

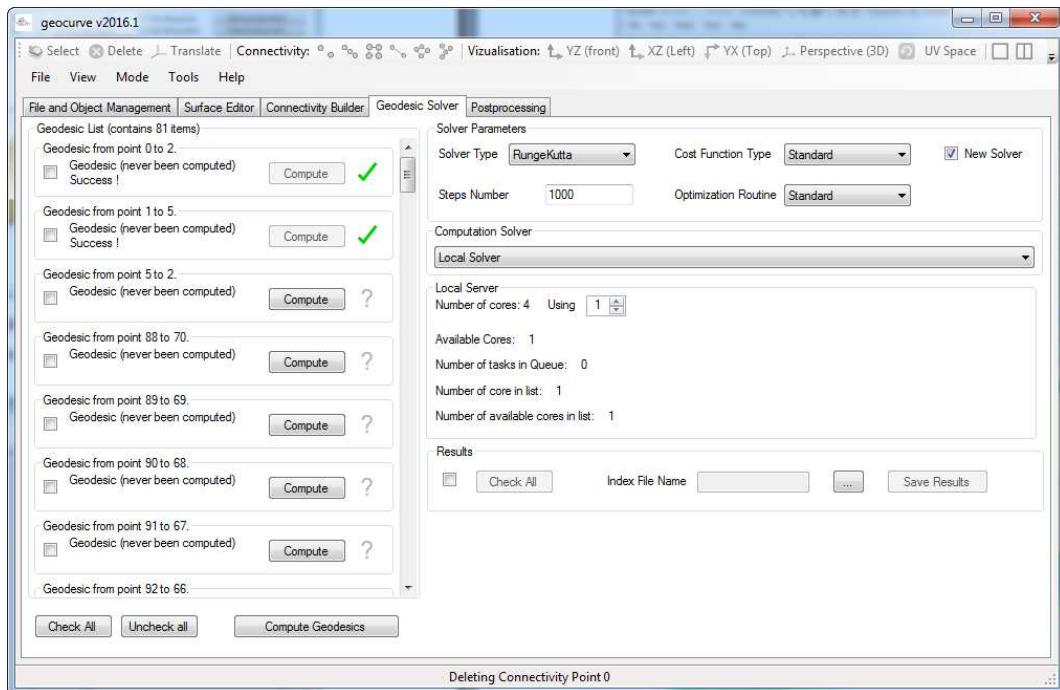
Une fois cette étape effectuée, il faut placer le faisceau de géodésiques. Les distances et le positionnement ont été donnés par l'architecte.

Le faisceau de géodésiques est tracé dans l'onglet *Connectivity Builder* :



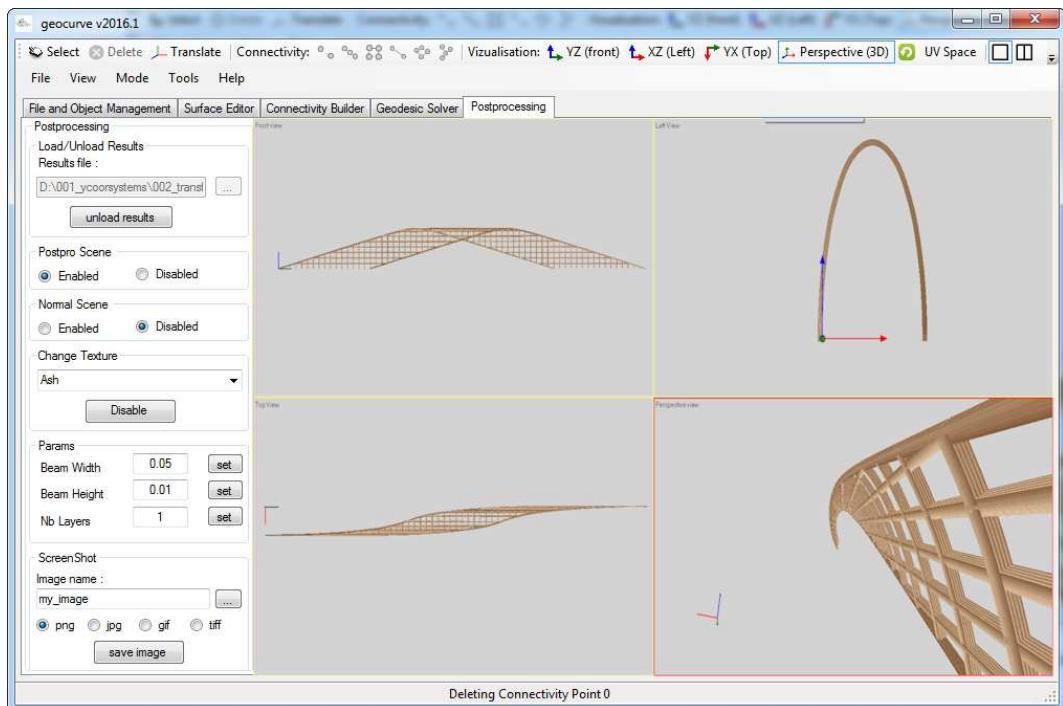
Capture d'écran du faisceau de géodésiques à calculer

Les géodésiques sont ensuite calculées et exportées:



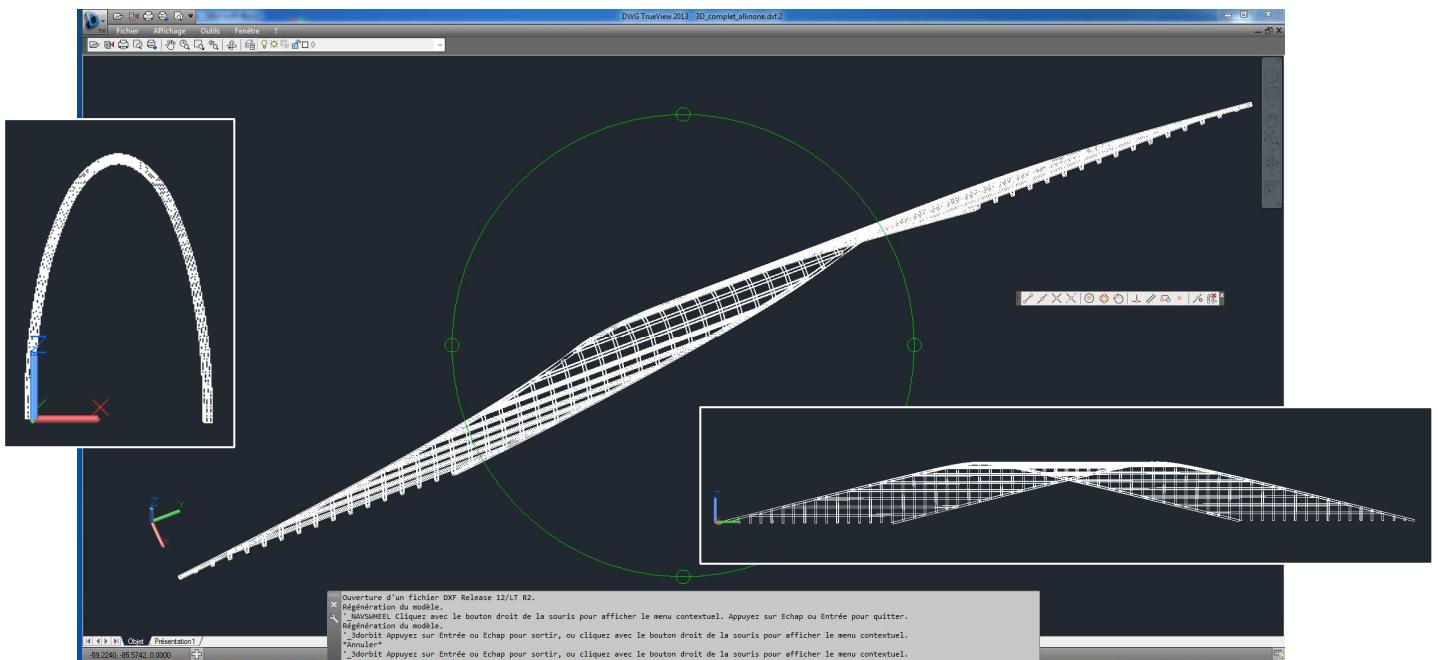
Capture d'écran de l'onglet où les géodésiques sont calculées

Les géodésiques obtenues peuvent ensuite être chargées dans le post-processing où l'on peut en faire un rendu (on supprime l'affichage des sections de géodésiques que l'on ne veut pas afficher) et calculer les intersections.



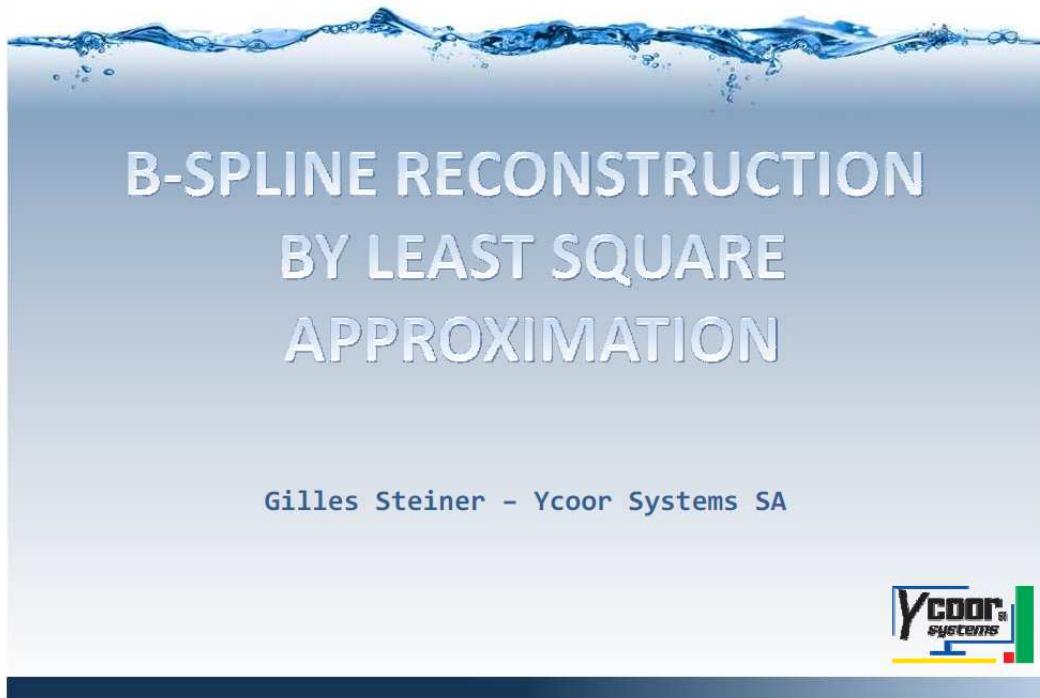
Capture d'écran des géodésiques dans l'onglet *Postprocessing*

Finalement la structure peut être exportée au format .dxf 3D et rechargé dans un autre logiciel :



Capture d'écran de la structure géodésique obtenue dans *DWG True View*

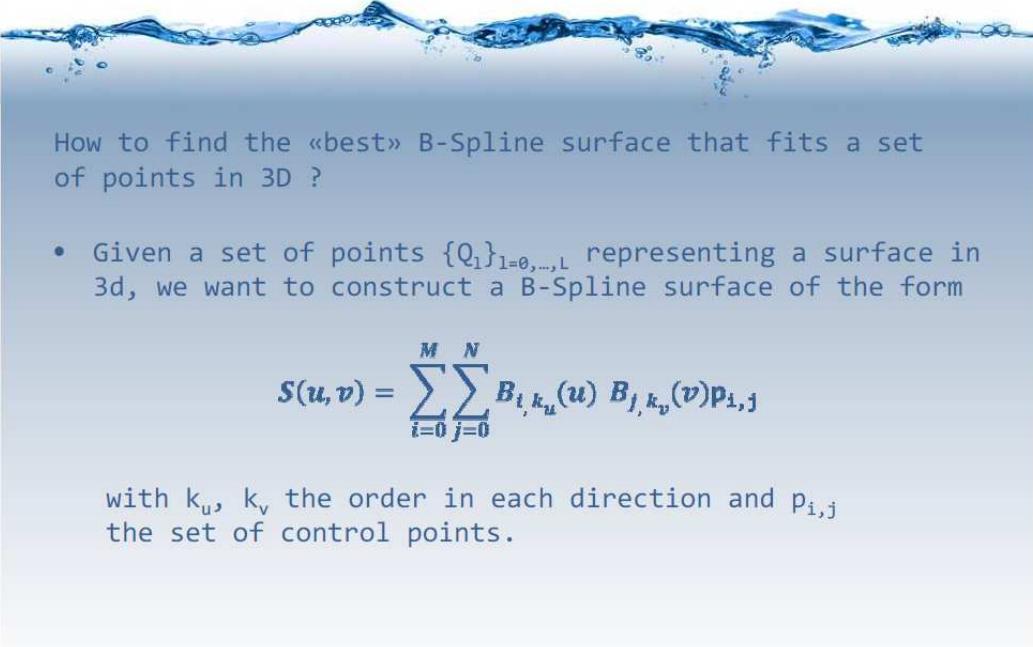
Annexe C : Présentation sur l'approximation de surfaces existantes



Outline

1. Problem statement
2. B-Spline curves and surfaces
3. Least-square approximation
4. Surface parameterization
5. Presentation of the software
6. Conclusion and perspective

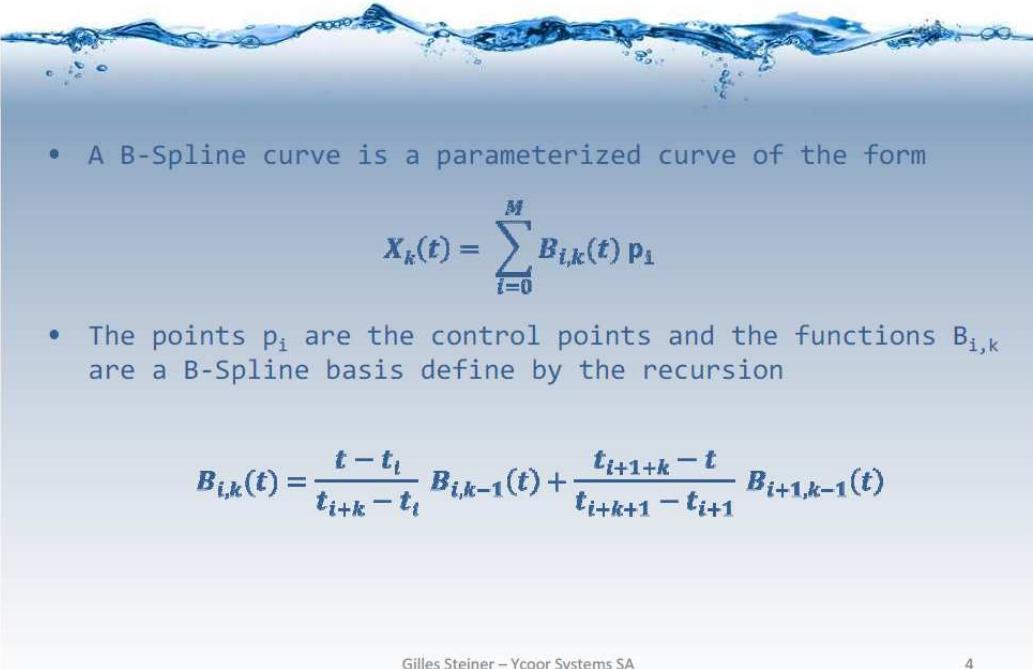
Problem statement



Gilles Steiner – Ycoor Systems SA

3

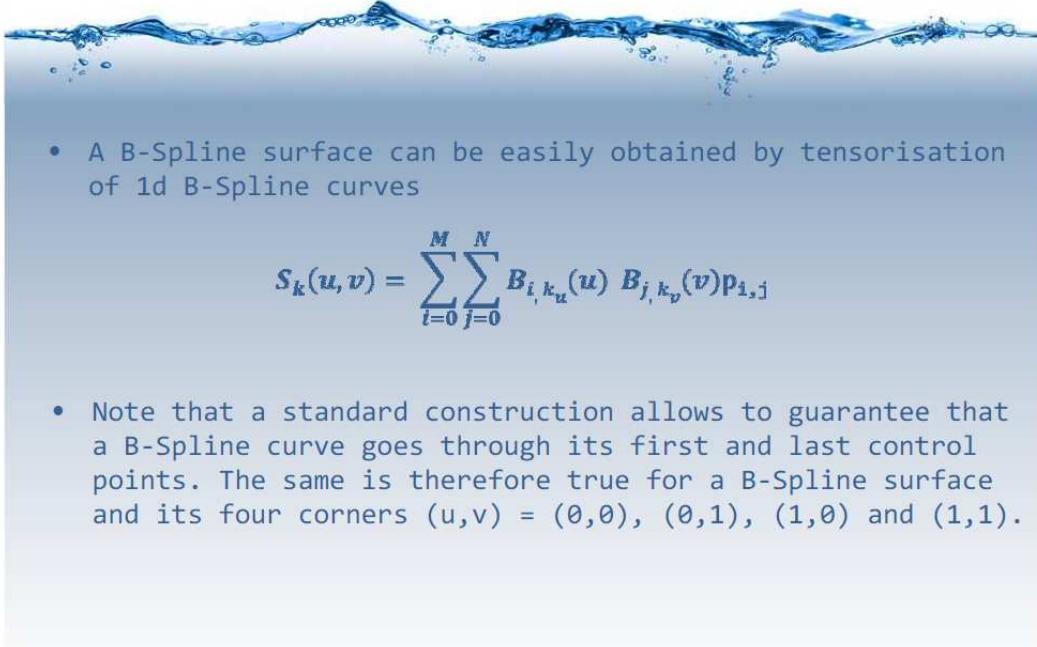
B-Spline curves and surfaces



Gilles Steiner – Ycoor Systems SA

4

B-Spline curves and surfaces



- A B-Spline surface can be easily obtained by tensorisation of 1d B-Spline curves

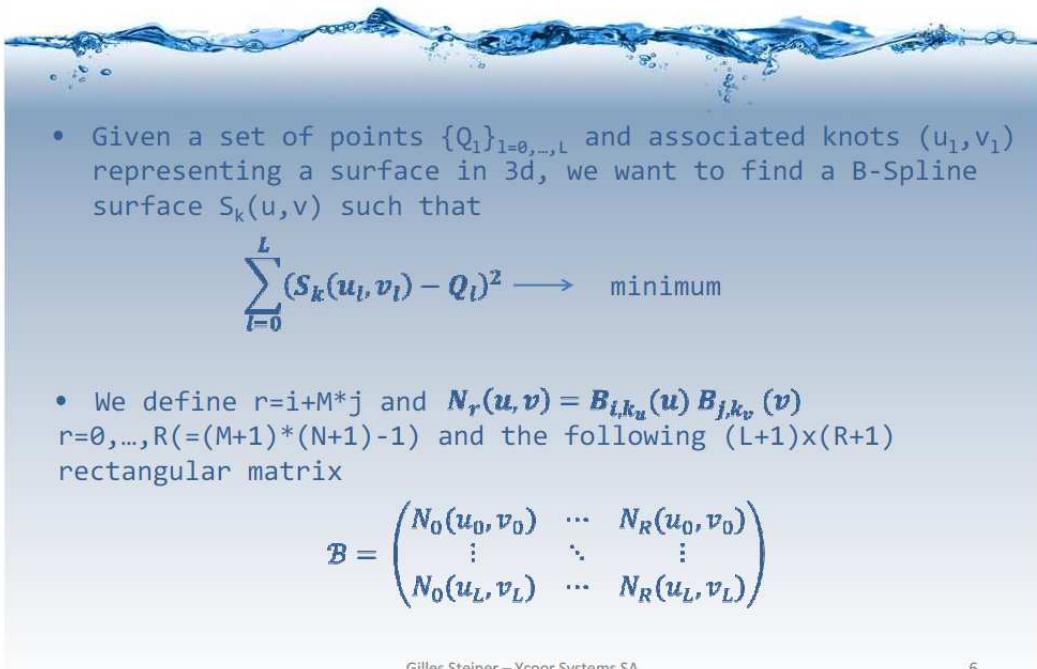
$$S_k(u, v) = \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N B_{i, k_u}(u) B_{j, k_v}(v) p_{i,j}$$

- Note that a standard construction allows to guarantee that a B-Spline curve goes through its first and last control points. The same is therefore true for a B-Spline surface and its four corners $(u, v) = (0,0), (0,1), (1,0)$ and $(1,1)$.

Gilles Steiner – Ycoor Systems SA

5

Least square approximation



- Given a set of points $\{Q_l\}_{l=0, \dots, L}$ and associated knots (u_l, v_l) representing a surface in 3d, we want to find a B-Spline surface $S_k(u, v)$ such that

$$\sum_{l=0}^L (S_k(u_l, v_l) - Q_l)^2 \longrightarrow \text{minimum}$$

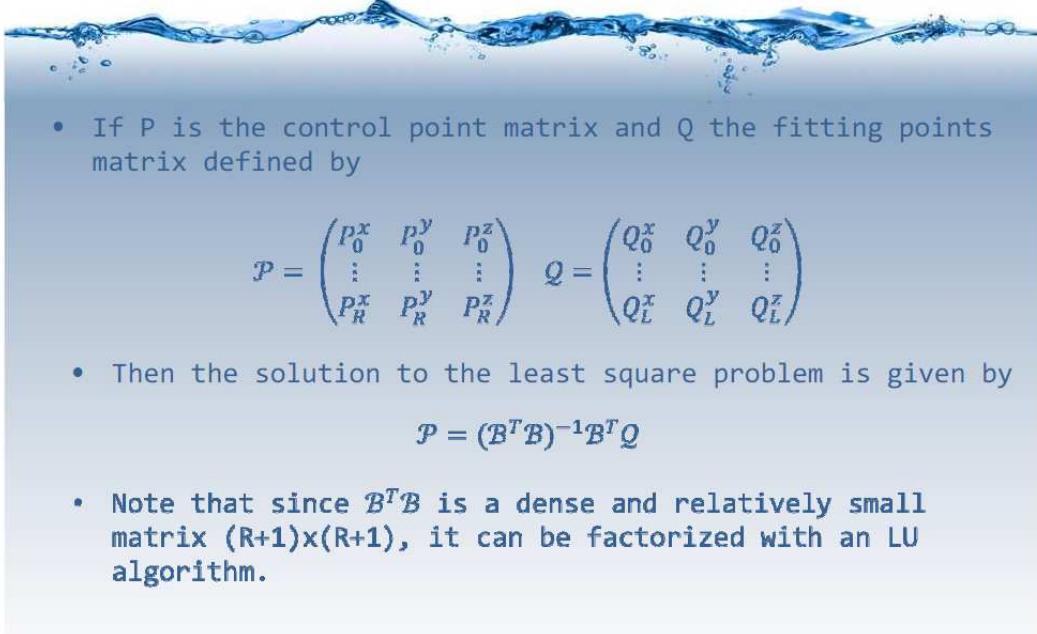
- We define $r = i + M * j$ and $N_r(u, v) = B_{i, k_u}(u) B_{j, k_v}(v)$ $r = 0, \dots, R (= (M+1) * (N+1) - 1)$ and the following $(L+1) \times (R+1)$ rectangular matrix

$$\mathcal{B} = \begin{pmatrix} N_0(u_0, v_0) & \cdots & N_R(u_0, v_0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ N_0(u_L, v_L) & \cdots & N_R(u_L, v_L) \end{pmatrix}$$

Gilles Steiner – Ycoor Systems SA

6

Least square approximation



- If P is the control point matrix and Q the fitting points matrix defined by

$$P = \begin{pmatrix} P_0^x & P_0^y & P_0^z \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ P_R^x & P_R^y & P_R^z \end{pmatrix} \quad Q = \begin{pmatrix} Q_0^x & Q_0^y & Q_0^z \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ Q_L^x & Q_L^y & Q_L^z \end{pmatrix}$$

- Then the solution to the least square problem is given by

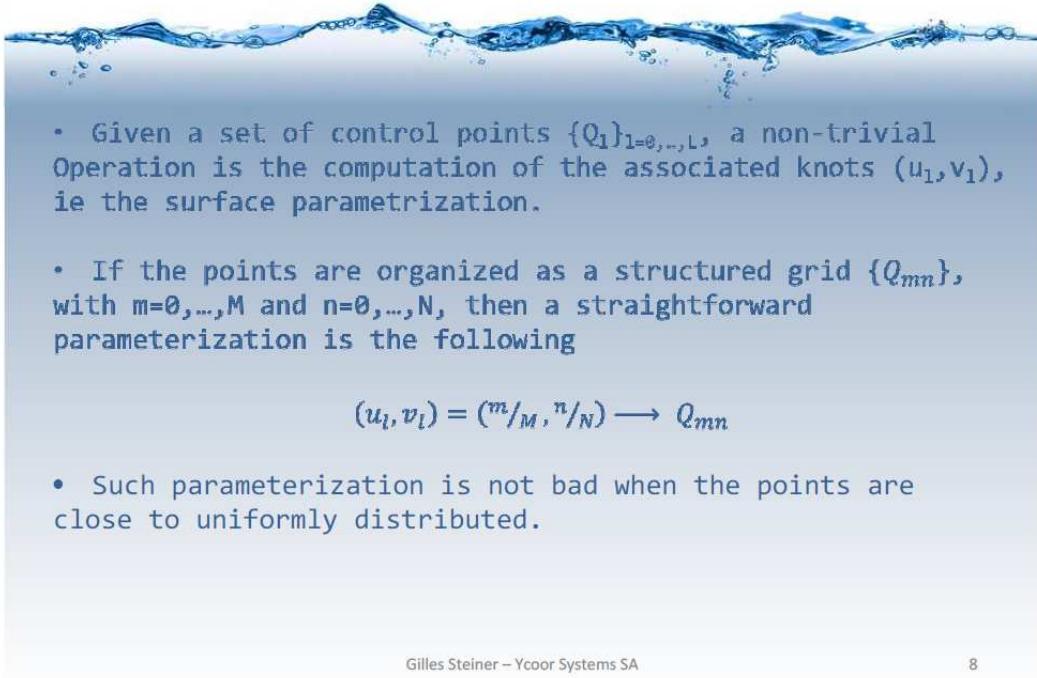
$$P = (B^T B)^{-1} B^T Q$$

- Note that since $B^T B$ is a dense and relatively small matrix $(R+1) \times (R+1)$, it can be factorized with an LU algorithm.

Gilles Steiner – Ycoor Systems SA

7

Surface parameterization



- Given a set of control points $\{Q_i\}_{i=0, \dots, L}$, a non-trivial operation is the computation of the associated knots (u_i, v_i) , ie the surface parametrization.
- If the points are organized as a structured grid $\{Q_{mn}\}$, with $m=0, \dots, M$ and $n=0, \dots, N$, then a straightforward parameterization is the following

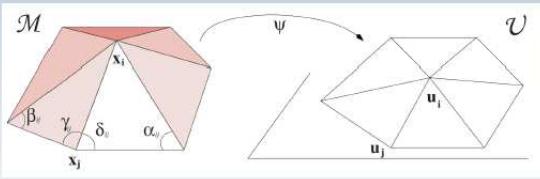
$$(u_i, v_i) = (m/M, n/N) \longrightarrow Q_{mn}$$

- Such parameterization is not bad when the points are close to uniformly distributed.

Gilles Steiner – Ycoor Systems SA

8

Surface parameterization



• If the points are not organized it can be very difficult to construct a parameterization. However, if we can construct a triangular mesh with the fitting point, then we can apply a solution found in [DMA_2002] which consists of solving a sparse linear system whose coefficients are derived from the angles of a 1-ring around a node.

Image from [DMA_2002] : "Intrinsic Parameterizations of Surface Meshes",
Mathieu Desbrun, Mark Meyer and Pierre Alliez, EUROGRAPHICS 2002, Volume 21, Number 2

Gilles Steiner – Ycoor Systems SA

9

Presentation of the software



• At Ycoor Systems SA, we developed a software for B-Spline reconstruction.

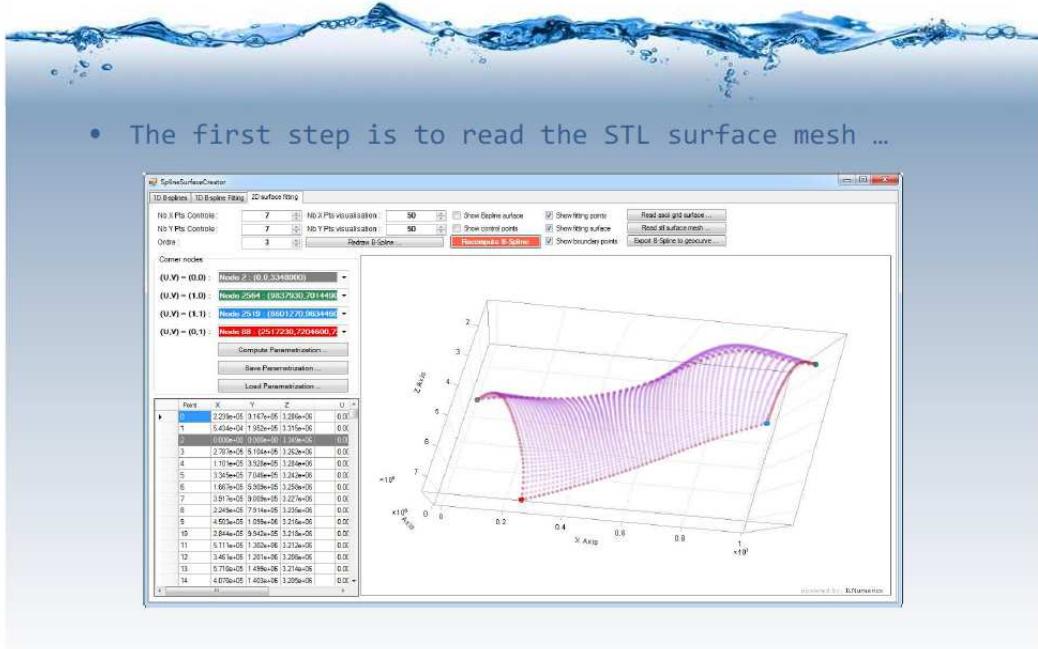
• The input for the software are

- A series of fitting points either in a three columns ascii file : $Q_0^x \ Q_0^y \ Q_0^z$: grid organized or in a classic $Q_L^x \ Q_L^y \ Q_L^z$ STL surface mesh file.
- The number of control points in each direction
- The order k of B-Spline to use (the same in both directions)

Gilles Steiner – Ycoor Systems SA

10

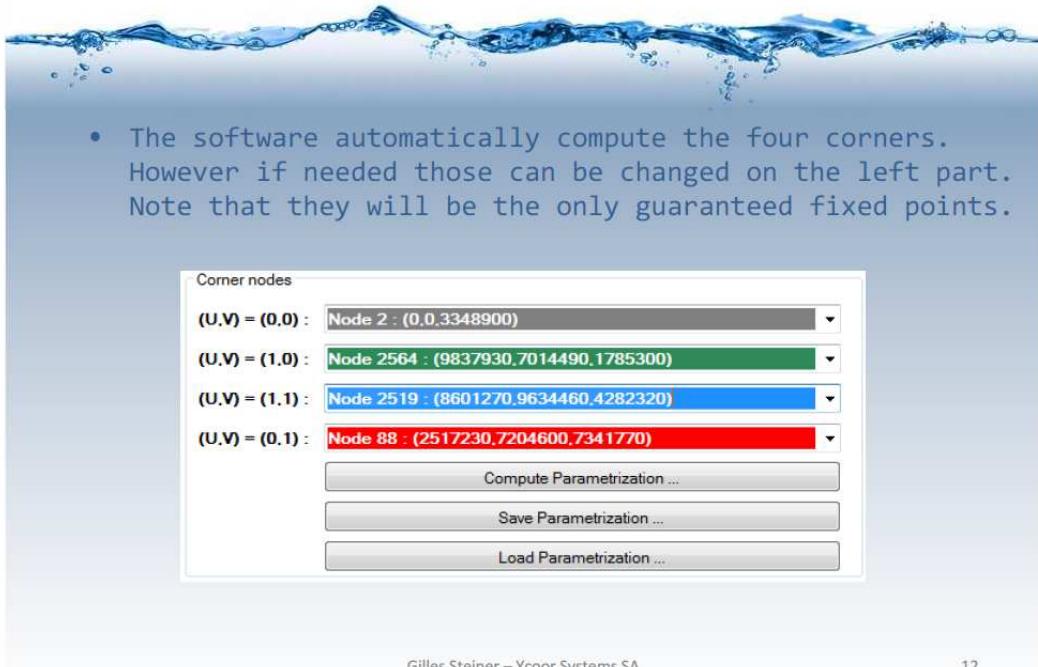
Presentation of the software : STL example



Gilles Steiner – Ycoor Systems SA

11

Presentation of the software : STL example

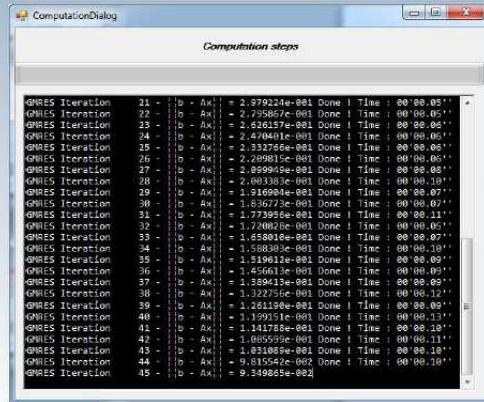


Gilles Steiner – Ycoor Systems SA

12

Presentation of the software : STL example

- When the corners have been chosen the user must compute the parameterization. The sparse system is solved using a GMRES algorithm with a visible convergence log.

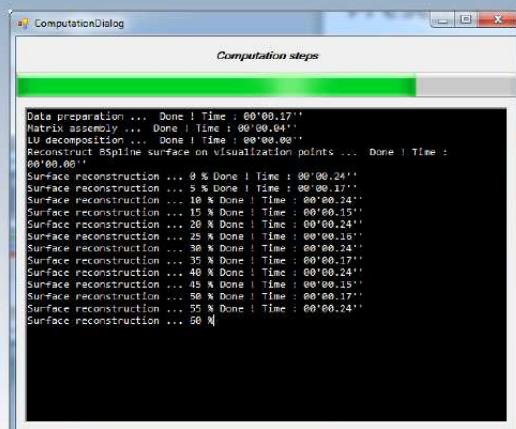


Gilles Steiner – Ycoor Systems SA

13

Presentation of the software : STL example

- The B-Spline is then ready to be computed by clicking the red button.

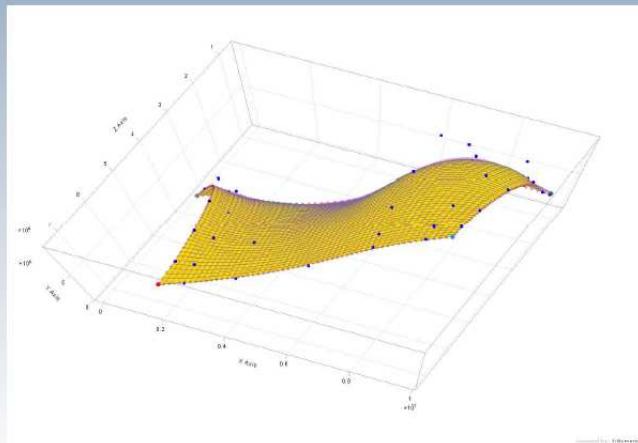


Gilles Steiner – Ycoor Systems SA

14

Presentation of the software : STL example

- Finally, the B-Spline is plotted with the fitting and control points.



Gilles Steiner – Ycoor Systems SA

15

Presentation of the software : STL example

- It can be exported in XML Geocurve compliant format.
- Remarks
 - The computation of the parameterization can be quite long. For this matter, the result can be saved and reloaded in the interface.
 - It is well known that the least square problem can lead to very bad solution when the number of control points is close to the number of fitting points. In practice it must remain much lower.
 - After computation, the B-Spline can be redrawn with more visualization points without any new resolution.

Gilles Steiner – Ycoor Systems SA

16

Conclusion and perspective

- The B-Spline reconstruction software has been tested and proven efficient.
- An interesting perspective could be the coupling with a surface mesh generator which will allow to use any type of fitting points.
- The next step could be the integration of this software within geocurve to do the complete chain of computation from architect design to geodesics resolution.

Annexe D : Document théorique sur le calcul de géodésiques sur des surfaces de révolution

Calcul de Géodésiques sur des Surfaces de Révolution dans Geocurve

On s'intéresse dans ce document à des surfaces de révolution engendrées par rotation d'une courbe primitive de type courbe de Bézier autour de l'axe (Oz), courbe définie dans le plan (Oyz).

1. Polynômes de Bernstein

Pour un degré $n \geq 0$ il y a $n + 1$ polynômes de Bernstein $B_0^n, B_1^n, \dots, B_n^n$, définis sur l'intervalle $[0,1]$, par $B_i^n(v) = C_n^i v^i (1-v)^{n-i}$ où les C_n^i sont les coefficients binomiaux.

2. Courbes de Bézier

Pour $n + 1$ points de contrôle (P_0, P_1, \dots, P_n) , on définit une courbe de Bézier par l'ensemble des points $M(v) = \sum_{i=0}^n B_i^n(v) P_i$ avec $v \in [0,1]$ et où les B_i^n sont les polynômes de Bernstein. La suite des points (P_0, P_1, \dots, P_n) , forme le « polygone de contrôle de Bézier ».

3. Surface engendrée par rotation

Soient $(0, y_i, z_i)$ les coordonnées d'un point de contrôle P_i . La rotation du point $M(v)$ autour de l'axe (Oz) dans le sens direct jusqu'à l'angle α peut être définie par la matrice de rotation, $R(u)$, de paramètre $u \in [0,1]$, donnée par :

$$R(v) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha u) & -\sin(\alpha u) & 0 \\ \sin(\alpha u) & \cos(\alpha u) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Pour une révolution complète (1 tour), on a $\alpha = 2\pi$. Pour des valeurs de α inférieures à 2π , il est possible ainsi d'obtenir des surfaces « ouvertes » correspondant à des révolutions partielles. La carte (u, v) de la surface reste toujours de la sorte le domaine $[0,1] \times [0,1]$. Les formules paramétriques définissant la surface paramétrée $S(u, v)$ résultante sont :

$$S(u, v) = \begin{cases} -\sin(\alpha u) \sum_{i=0}^n B_i^n(v) y_i \\ \cos(\alpha u) \sum_{i=0}^n B_i^n(v) y_i \\ \sum_{i=0}^n B_i^n(v) z_i \end{cases}$$

4. Calcul des dérivées partielles

La résolution de l'équation régissant les géodésiques ou encore le calcul des courbures et torsions peuvent nécessiter le calcul des dérivées partielles jusqu'à l'ordre total trois de la fonction vectorielle $S(u, v)$. Il faudra créer une nouvelle fonction qui se chargera de ce calcul pour les surfaces de révolution de ce type. Les formules sont les suivantes :

$$\frac{\partial S}{\partial u} = \begin{cases} -\alpha \cos(\alpha u) \sum_{i=0}^n B_i^n(v) y_i \\ -\alpha \sin(\alpha u) \sum_{i=0}^n B_i^n(v) y_i \\ 0 \end{cases}$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial u^2} = \begin{cases} \alpha^2 \sin(\alpha u) \sum_{i=0}^n B_i^n(v) y_i \\ -\alpha^2 \cos(\alpha u) \sum_{i=0}^n B_i^n(v) y_i \\ 0 \end{cases}$$

$$\frac{\partial^3 S}{\partial u^3} = \begin{cases} \alpha^3 \cos(\alpha u) \sum_{i=0}^n B_i^n(v) y_i \\ \alpha^3 \sin(\alpha u) \sum_{i=0}^n B_i^n(v) y_i \\ 0 \end{cases}$$

$$\frac{\partial S}{\partial v} = \begin{cases} -\sin(\alpha u) \sum_{i=0}^n \frac{d}{dv} (B_i^n(v)) y_i \\ \cos(\alpha u) \sum_{i=0}^n \frac{d}{dv} (B_i^n(v)) y_i \\ \sum_{i=0}^n \frac{d}{dv} (B_i^n(v)) z_i \end{cases}$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial v^2} = \begin{cases} -\sin(\alpha u) \sum_{i=0}^n \frac{d^2}{dv^2} (B_i^n(v)) y_i \\ \cos(\alpha u) \sum_{i=0}^n \frac{d^2}{dv^2} (B_i^n(v)) y_i \\ \sum_{i=0}^n \frac{d^2}{dv^2} (B_i^n(v)) z_i \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^3 S}{\partial v^3} &= \begin{cases} -\sin(\alpha u) \sum_{i=0}^n \frac{d^3}{dv^3} (B_i^n(v)) y_i \\ \cos(\alpha u) \sum_{i=0}^n \frac{d^3}{dv^3} (B_i^n(v)) y_i \\ \sum_{i=0}^n \frac{d^3}{dv^3} (B_i^n(v)) z_i \end{cases} \\
 \frac{\partial^2 S}{\partial u \partial v} = \frac{\partial^2 S}{\partial v \partial u} &= \begin{cases} -\alpha \cos(\alpha u) \sum_{i=0}^n \frac{d}{dv} (B_i^n(v)) y_i \\ -\alpha \sin(\alpha u) \sum_{i=0}^n \frac{d}{dv} (B_i^n(v)) y_i \\ 0 \end{cases} \\
 \frac{\partial^2 S}{\partial u^2 \partial v} = \frac{\partial^2 S}{\partial v \partial u^2} &= \begin{cases} \alpha^2 \sin(\alpha u) \sum_{i=0}^n \frac{d}{dv} (B_i^n(v)) y_i \\ -\alpha^2 \cos(\alpha u) \sum_{i=0}^n \frac{d}{dv} (B_i^n(v)) y_i \\ 0 \end{cases} \\
 \frac{\partial^2 S}{\partial v^2 \partial u} = \frac{\partial^2 S}{\partial u \partial v^2} &= \begin{cases} -\alpha \cos(\alpha u) \sum_{i=0}^n \frac{d^2}{dv^2} (B_i^n(v)) y_i \\ -\alpha \sin(\alpha u) \sum_{i=0}^n \frac{d^2}{dv^2} (B_i^n(v)) y_i \\ \sum_{i=0}^n \frac{d^2}{dv^2} (B_i^n(v)) z_i \end{cases}
 \end{aligned}$$

Le calcul numérique des dérivées de la partie polynomiale peut se faire avec des fonctions déjà existantes pour les surfaces de Bézier dans Geocurve. Pour rappel, une surface de Bézier est définie par la formule :

$$Sbz(v, u) = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^l B_i^k(v) B_j^l(u) Q_{i,j},$$

où les $Q_{i,j}$ sont les points de contrôle de la surface. Ces points sont stockés dans Geocurve sous forme matricielle avec i indice de ligne et j indice de colonne. Un point est stocké sur trois lignes, une pour chacune des composantes. Pour i fixé, sont concernées les lignes $i, i + 1, i + 2$ de la matrice des points de contrôle. On observe que :

$$M(v) = \sum_{i=0}^n B_i^n(v) P_i = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^0 B_i^n(v) B_j^0(0) Q_{i,j} = \sum_{i=0}^n B_i^n(v) Q_{i,0} = Sbz(v, 0),$$

si $k = n, l = 0$ et $P_i = Q_{i,0}$. Tout se passe comme si on avait une « surface » avec des points de contrôle à composantes toutes nulles pour $j > 0$.

La dérivée d'ordre r de $M(v)$ par rapport à v est donc égale à la dérivée partielle de $Sbz(v, u)$ par rapport à v à u fixé égal à zéro pour $k = n, l = 0$ et $P_i = Q_{i,0}$. Si Q est la matrice des points de contrôle. Cette dernière est de dimensions $3n$ lignes et 1 colonne et les coordonnées des points de la courbe dérivée d'ordre r , points de paramètre v , seront alors renvoyés par l'appel :

`dsurf_bz(r,0,n,0,Q,v,0).`

5. Les équations des géodésiques

Une courbe sur une surface paramétrée $S(u, v)$ est définie par des équations paramétriques de la forme $c(t) = S(u(t), v(t))$ où t est le paramètre de la paramétrisation. Lorsque cette courbe est une géodésique, les fonctions $u(t)$ et $v(t)$ vérifient des équations différentielles par rapport à t appelées équations des géodésiques. Les conditions initiales pour ces équations correspondent aux paramètres (u, v) du point de départ et du vecteur tangent à la courbe géodésique situé dans le plan tangent à la surface au point de départ.

Geocurve permet dans sa version actuelle de résoudre ces équations sur des surfaces de Bézier ou des surfaces B-Splines.

6. Procédure d'implémentation à suivre dans Geocurve

a. Affichage graphique de la surface de révolution

Sur le même principe que pour les surfaces de Bézier ou B-Splines créer une fonction qui affiche la surface à partir de la formule de paramétrisation des surfaces de révolution. Il faudra ajouter une nouvelle fonctionnalité permettant de construire et tracer la courbe de Bézier primitive qui engendrera par rotation d'angle α le morceau de surface de révolution avec visualisation des points de contrôle. En ce qui concerne les fonctions de Bernstein (*bers.cpp*) et Bézier (*surf_bz.cpp*, $M(v)=surf_bz(n,0,Q,v,0)$), tout existe déjà dans Geocurve et il n'est pas nécessaire de redévelopper le calcul de ces fonctions. Il faut simplement stocker les points de contrôle dans une matrice similaire à celle utilisée pour les surfaces mais qui comportera une seule colonne, comme exposé au paragraphe 4.

b. Implémentation pour le calcul des géodésiques

Actuellement plusieurs *switch* permettent de sélectionner le type de surface (*surf_type*) dans l'arborescence qui conduit au calcul. Typiquement c'est le cas dans les fonctions, *opti.cpp* (programme principal), *direct_solver.cpp*, *euler.cpp*, *rk4.cpp*, *adjoint_solver.cpp*, *adjeuler.cpp*, *adjrk4.cpp*, *ch2.cpp*, *dch2.cpp*. Il faut rajouter dans ces *switch* un troisième cas pour les surfaces de révolution engendrées par des courbes de Bézier (*SurfRevBzr*) ou passer lors de l'appel ce nouveau type de surface. Cela va nécessiter de modifier un peu ces fonctions d'appel et l'implémentation de nouvelles fonctions sur le même modèle que celles qui existent déjà avec les paramètres correspondant à passer (α , points de contrôle...):

- *ch2_bzr_rev* pour le calcul des symboles de Christoffel de seconde espèce,
- *dch2_bzr_rev* pour le calcul des dérivées des symboles de Christoffel de seconde espèce,
- *dsurf_bzr_rev* pour le calcul des dérivées partielles de $S(u, v)$ selon les formules du paragraphe 4. Cette fonction est appelée par *ch2_bzr_rev* et *dch2_bzr_rev*.
- *g_bzr_rev*, pour le calcul de la métrique. Cette fonction est appelée par *ch2_bzr_rev* et *dch2_bzr_rev*.
- *surf_bzr_rev* pour tracer la surface de révolution de primitive une courbe de Bézier.

Les formules globales restent les mêmes c'est seulement les fonctions appelées lors du calcul des dérivées qui changent. Dans les formules dérivées, une dérivée d'ordre nul renvoie la valeur de la fonction non dérivée.