

Schlussbericht April 2008

LOREF: Luftkühler-Optimierung mit Reduktion von Eis- und Frostbildung

Optimierung des Lamellenluftkühlers/Verdampfers von Luft/Wasser-Wärmepumpen

Teil 2: Mathematisch-physikalische Simulation des Lamellenluftkühlers mit Kondensat- und Frostbildung

ausgearbeitet durch
Rasid Sahinagic, dipl. Ing. FH
Lukas Gasser, dipl. Ing. FH
Beat Wellig, Dr. sc. techn. ETH
Karl Hilfiker, Prof. Dr. sc. techn. ETH
Hochschule Luzern – Technik & Architektur
CC Thermische Energiesysteme & Verfahrenstechnik
Technikumstrasse 21
CH-6048 Horw

Vorwort

Die vorliegende Studie entstand im Auftrag des Forschungsprogramms "Umgebungswärme, Wärme-Kraft-Kopplung, Kälte" des Bundesamtes für Energie (BFE). Wir bedanken uns herzlich beim BFE, insbesondere bei Herrn Prof. Dr. Thomas Kopp, Leiter des Forschungsprogramms und Herrn Fabrice Rognon, Leiter des BFE-Bereichs. Für die weitere Unterstützung des Projektes danken wir unseren Projektpartnern, der WTS Produktion AG (Herr Erwin Piller), der Danfoss-Steinmann AG (Herr Manfred Beerhalter) sowie Herrn Prof. Dr. Thomas Afjei (FHNW Muttenz). Um unseren Dank in besonderer Weise verdient gemacht haben sich die Mitglieder der Begleitgruppe, Herr Prof. Dr. Max Ehrbar, Herr Prof. Dr. Walter Janach und Herr Daniel Trüssel (KWT Kälte-Wärme-Technik AG) sowie alle anderen Fachleute, die im Rahmen der Projektsitzungen wertvolle Inputs gegeben haben.

Horw, im April 2008

CC Thermische Energiesysteme & Verfahrenstechnik
Hochschule Luzern – Technik & Architektur

Diese Arbeit ist im Auftrag des Bundesamtes für Energie entstanden. Für den Inhalt und die Schlussfolgerungen sind ausschliesslich die Autoren dieses Berichts verantwortlich.

This project was carried out on behalf of the Swiss Federal Office of Energy. Responsibility for the content and the conclusions of the report lies entirely with the authors.

Zusammenfassung

Der Einsatz von Luft/Wasser-Wärmepumpen (L/W-WP) zur Gebäudeheizung nimmt immer mehr zu. Auf der Luftseite des Verdampfers scheidet sich durch Partialkondensation bzw. Partialdesublimation Wasser in Form von Kondensat, Frost oder Eis ab. Frost und Eis verstopfen den Verdampfer, der luftseitige Druckverlust steigt und mit sinkendem Luftdurchsatz sinken der übertragene Wärmestrom, die Heizleistung und die Leistungszahl. Das Ziel des Forschungsprojekts LOREF ist, die Geometrie des Lamellenluftkühlers/Verdampfers sowie die Prozessführung zu optimieren, damit L/W-WP trotz Eis- und Frostbildung möglichst hohe Leistungszahlen erreichen.

Im Teil 2 dieser Studie werden sämtliche für das mathematisch-physikalische Simulationsprogramm benötigten Gleichungen und Gleichungssysteme hergeleitet. Es wird dargestellt, wie die einzelnen Simulationsprogramme aufgebaut sind. Zusätzlich sind die Validierungen der verschiedenen Simulationsprogramme detailliert dokumentiert.

In einem ersten Schritt werden die für die Modellierung der Abkühlung feuchter Luft mit Partialkondensation und Partialdesublimation benötigten Gleichungen der simultanen Wärme- und Stoffübertragung an einem vereinfachten Modell erarbeitet. Anhand der Merkelschen Hauptgleichung werden das Temperatur- und Feuchtigkeitsgefälle auf ein Gefälle, das Enthalpiegefälle, reduziert und so die benötigten Gleichungen ohne Genauigkeits-Einbussen stark vereinfacht.

Damit die komplexen Wärmeübertragerschaltungen iterationslos berechnet werden können wird die Betriebscharakteristik eines mit Kältesole durchströmten Lamellenluftkühlers hergeleitet. Diese wird schrittweise erarbeitet, d.h. es wird mit einer einfachen Schaltung (einfacher Gegenströmer) und ohne Stoffaustausch begonnen. Dieses Modell wird anschliessend zu einem berippten Rohrelement mit Wärme- und Stoffaustausch an der Lamelle und an der Rohroberfläche erweitert.

Zur Berechnung des luftseitigen Druckverlustes werden verschiedene Bereiche definiert: Kondensation, reine Vereisung, Vereisung – Verfrostung und reine Verfrostung. In jedem Bereich werden geeignete Korrelationen erarbeitet, welche auf physikalischem Hintergrund basieren. Anhand der Lamellenoberflächen- bzw. Grenzschichttemperatur wird entschieden, welcher Frostbildungsbereich zur Anwendung kommt. Diese Modellierung ermöglicht eine exakte Simulation der zeitlichen Entwicklung des Druckverlustes des Lamellenluftkühlers oder gar einer einzelnen Rohrreihe.

Bei der Berechnung der Wärmeübertragerschaltung wird dieser in die einzelnen Rohrreihen aufgeteilt, welche jeweils mit der Betriebscharakteristik beschrieben werden. Die eigentliche Berechnung erfolgt anschliessend iterationslos mit Hilfe gekoppelter Matrizengleichungen.

Der Aufbau des Simulationsprogramms des Lamellenluftkühlers mit Kältesole wird detailliert beschrieben und in einem Ablaufdiagramm dargestellt. Das Simulationsprogramm wird mit Messdaten validiert. Hier zeigt sich die hohe Genauigkeit über den gesamten Bereich der relevanten Lufttemperaturen und Feuchtigkeiten.

Weiter wird das bestehende Simulationsprogramm durch die rohrinnenseitige Verdampfung von Kältemittel (R407C) schrittweise erweitert. Das modifizierte Simulationsprogramm des Lamellenluftkühlers wird anschliessend durch die mathematisch-physikalische Modellierung der gesamten L/W-WP ergänzt. Der Aufbau und Ablauf des Simulationsprogramms der L/W-WP wird detailliert beschrieben und in einem Ablaufdiagramm dargestellt. Die Validierungen anhand von Messdaten einer Testwärmepumpe zeigen auch hier die hohe Genauigkeit der Simulationen.

Abstract

The average coefficient of performance (COP) of air/water heat pumps shall be further improved over the next decade. Its success will strongly depend on two measures: by altering the characteristic of the heat pump through continuous operation instead of on/off operation, and further, by reducing the formation of frost and ice. Frost significantly reduces the air flow, and consequently also the heat and mass transfer in the fin tube evaporator. The formation of frost and ice is influenced by a complex interaction between the fin tube evaporator, the characteristic of the fan and of the heat pump itself. An accurate prediction of these processes is required to optimize the design of the fin tube evaporator in combination with fan and heat pump to further improve the overall efficiency. Based on the theory of simultaneous heat and mass transfer combined with partial condensation and desublimation, a simulation program for the prediction of frost and ice formation has been developed, being valid over the wide range of the ambient air (from -10°C to 15°C and dry to saturated air). The humidity is deposited either as condensate, frost, ice or as a combination of them on the fins and tubes of the evaporator. It was a major challenge to create a correlation for the physical properties of the frost and ice layer in the unsteady processes. By numerous experiments, four regions of physical properties are distinguished, depending on the temperature at the boundary layer between air and frost or ice: condensate above -2.7°C , condensate and ice between -3.5°C to -2.7°C , ice and frost between -5.2°C to -3.5°C and frost formed directly by desublimation below -5.2°C . A high reliability has been obtained with the mathematical-physical simulation program proven over the entire applicable range of air temperature and humidity, temperature difference for heat transfer, air velocity and geometry of the fin tube evaporator.

Inhaltsverzeichnis

Der Bericht dieses Forschungsprojektes umfasst zwei separate Teile. Im vorliegenden Teil 2 ist die mathematisch-physikalische Simulation mit Kondensat- und Frostbildung dargestellt.

Teil 2: Mathematisch-physikalische Simulation des Lamellenluftkühlers mit Kondensat- und Frostbildung

Zusammenfassung	3
Abstract	5
Inhaltsverzeichnis	7
1 Literaturrecherche	9
2 Abkühlung feuchter Luft mit Partialkondensation und -desublimation	11
2.1 Einführung	11
2.2 Eigenschaften der feuchten Luft	12
2.3 Luftseitige Stoff- und Energiebilanz am Lamellenluftkühler	13
2.4 Konvektive Wärme- und Stoffübertragung der Luftströmung an einer gekühlten Fläche ..	19
2.5 Die Merkelsche Hauptgleichung	20
3 Simultane Wärme- und Stoffübertragung in einem Lamellenluftkühler mit Kältesole	25
3.1 Herleitung der Betriebscharakteristik	25
3.2 Betriebscharakteristik bei Gegenstrom-Wärmeübertragung ohne Ausscheidung von Wasserdampf	25
3.3 Betriebscharakteristik bei Gegenstrom-Wärmeübertragung mit Partialkondensation oder -desublimation von Wasserdampf aus feuchter Luft	27
3.4 Am berippten Rohrelement feuchte Luft mit Kältesole abkühlen	29
4 Luftseitiger Druckverlust in einem Lamellenluftkühler bei Eis- und Frostbildung	37
4.1 Einführung	37
4.2 Druckverlust im trockenen Lamellenluftkühler	38
4.3 Druckverlust im vereisten und/oder verfrostenen Lamellenluftkühler	38
4.4 Druckverlust im feuchten Lamellenluftkühler	42
5 Berechnungsmethode für komplexe Wärmeübertrager-Schaltungen	45
5.1 Einführung	45
5.2 Die Berechnung eines Wärmeübertragers: Ein beripptes Rohr	45
5.3 Die Berechnung einer Wärmeübertragerschaltung: Mehrere berippte Rohrreihen	46
5.4 Die Berechnung einer Wärmeübertragerschaltung: Ein Beispiel	48
6 Simulationsprogramm für Lamellenluftkühler mit Kältesole	51
6.1 Aufbau und Ablauf des Simulationsprogramms	51
6.2 Diskussion der Simulationsergebnisse	54
7 Simultane Wärme- und Stoffübertragung in einem Lamellenluftkühler mit rohrinnenseitiger Verdampfung	65
7.1 Herleitung der Betriebscharakteristik	65
7.2 Betriebscharakteristik für Gegenstrom-Wärmeübertragung ohne Ausscheidung von Wasserdampf	65
7.3 Betriebscharakteristik für Gegenstrom-Wärmeübertragung bei Partialkondensation und -desublimation von Wasserdampf aus feuchter Luft	69

7.4	Am berippten Rohrelement feuchte Luft mit verdampfendem Arbeitsfluid abkühlen	71
8	Berechnungsmodell für Luft/Wasser-Wärmepumpen mit Ein/Aus-Regelung	77
8.1	Mathematisch-physikalische Modellierung der Teilprozesse der Luft/Wasser-Wärmepumpe mit Ein/Aus-Regelung.....	77
9	Simulationsprogramm der Luft/Wasser-Wärmepumpe mit detailliertem Lamellenluftkühler-Modell	79
9.1	Aufbau und Ablauf des Simulationsprogramms.....	79
9.2	Diskussion der Simulationsergebnisse	82
9.3	Anwendungsmöglichkeiten des Simulationsprogramms	86
10	Symbolverzeichnis	87
10.1	Formelzeichen.....	87
10.2	Griechische Symbole	92
11	Literaturverzeichnis	95

1 Literaturrecherche

Die allgemeine Literaturrecherche bezüglich der Abkühlung feuchter Luft unter die Taupunkt- und Gefrierpunkttemperatur ist in LOREF 1¹ [1] dargestellt. Behandelt darin sind:

- Eis- und Frostbildung an gekühlten Platten
- Eis- und Frostbildung in Luftkühlern, Lamellen mit quer angeströmten Rohren
- Einfluss von Oberflächenbeschichtungen auf die Eis- und Frostbildung

In LOREF 2 geht es um die konkrete Umsetzung dieser Theorie angewendet auf Lamellenluftkühler von Luft/Wasser-Wärmepumpen und nicht, wie bei den üblichen Anwendungen in der Literatur, für Kühlhäuser. Nur wenige Arbeiten befassen sich mit der praktischen Auslegung von Lamellenluftkühler für Luft/Wasser-Wärmepumpen. Die mathematische Behandlung solcher Lamellenluftkühler ist besonders anspruchsvoll. Nicht nur, weil über das Betriebsjahr von Wärmepumpen ein grosser Temperatur- und Feuchtigkeitsbereich der Luft berücksichtigt werden muss, sondern weil auch der instationäre Vorgang während einem Arbeitszyklus zwischen zwei Abtauungen, sehr komplex verläuft. Während der Frostbildung ändern sich örtlich die Frostzustände fortwährend, wenn auch eher langsam. So ergeben sich im Lamellenluftkühler gleichzeitig verschiedene Frostbildungsmechanismen, z.B. dass Frost schmilzt und dann zu Eis gefriert. Diese Vorgänge sind experimentell zu erfassen und daraus soll eine Theorie mit semi-empirischen Daten erstellt werden.

Als Grundlage für den Aufbau des hier dokumentierten mathematisch-physikalischen Simulationsprogramms haben sich die Arbeiten von Sanders [2], Fahlen [3] und Glas [4] als besonders fruchtbar erwiesen. Die Berechnung der Wärme- und Stoffübertragungsleistung, abhängig von Strömungs-führung (des Arbeitsfluids und der Luft) und Geometrie des Lamellenluftkühlers, ist auf der finiten Element-Methode aufgebaut. Als Grundlage dazu diente die Theorie von Bošnjakovic [5], welche von Strelow [6] für Computer basierte Berechnungen weiterentwickelt wurde.

Sanders [2] hat als erster die Merkelsche Hauptgleichung für den Lamellenluftkühler bei Kondensat- und Frostbildung angewendet. Bei der Berechnung der simultanen Wärme- und Stoffübertragung in einem mit feuchter Luft durchströmten Lamellenluftkühler müssen zwei Gefälle berücksichtigt werden: jenes der Temperatur, welches den sensiblen Wärmestrom hervorbringt und jenes des Feuchtegehaltes, das den Stofftransport und damit den latenten Wärmestrom bewirkt. Merkel hat gezeigt, dass die beiden Gefälle als eines, nämlich einem geeignet definierten *Enthalpie-Gefälle*, formuliert werden kann (Merkel [7]). Dadurch lassen sich die Gleichungen zur Berechnung der simultanen Wärme- und Stoffübertragung ohne wesentliche Genauigkeitseinbussen markant vereinfachen.

Die Berechnung des luftseitigen Druckverlustes in trockenen Luftkühlern forderte bereits grosse Bemühungen seitens der Forscher. Glas [4] hat eine einfache empirische Formel für die Berechnung des Druckverlustes in Lamellenluftkühlern erarbeitet. Man versuchte häufig, diese Methode auch für verfroste und/oder vereiste Lamellenluftkühler anzuwenden. Ein gangbarer Weg hat Fahlén [3] vorgeschlagen. Er definierte eine effektive (wirksame) Eis- bzw. Frostdicke als die Dicke einer ebenen Schicht, die wiederum den gleichen Druckverlust, wie die aktuelle Eis- bzw. Frostschicht mit all ihren Unregelmässigkeiten ergibt.

¹ Ref. [1] wird hier als LOREF 1 und die vorliegende Studie als LOREF 2 bezeichnet.

2 Abkühlung feuchter Luft mit Partialkondensation und -desublimation

2.1 Einführung

Die folgende mathematisch-physikalische Modellierung dient als Basis für die Simulation des zeitlichen Betriebsverhaltens von Lamellenluftkühlern bei luftseitig simultaner Wärme- und Stoffübertragung und somit resultierender Kondensat- und/oder Eis- und Frostbildung. Das entwickelte Simulationsprogramm soll als Subprogramm für die Simulation der gesamten Luft/Wasser-Wärmepumpe (L/W-WP) verwendet werden können.

Zuerst werden die Grundgleichungen der simultanen Wärme- und Stoffübertragung durch die Betrachtung der Luftabkühlung in einem einseitig gekühlten Spaltkanal hergeleitet. Anschliessend wird für einen Gegenstrom-Wärmeübertrager die Betriebscharakteristik bei reiner Wärmeübertragung und bei simultaner Wärme- und Stoffübertragung hergeleitet. Die Grundgleichungen der simultanen Wärme- und Stoffübertragung werden in einem späteren Kapitel für die Modellierung der Luftabkühlung mit Frostbildung an einem berippten Rohrelement angewendet. Basierend auf dem erarbeiteten Modell und durch die Anwendung der Betriebscharakteristiken können die Lamellenluftkühler mit der Methode der gekoppelten Matrizen für komplexe Wärmeübertragerschaltungen iterationslos berechnet werden.

Für das bessere Verständnis der physikalischen Vorgänge im Lamellenluftkühler wird die Abkühlung der feuchten Luft phänomenologisch an einem Ausschnitt des Lamellenluftkühlers betrachtet:

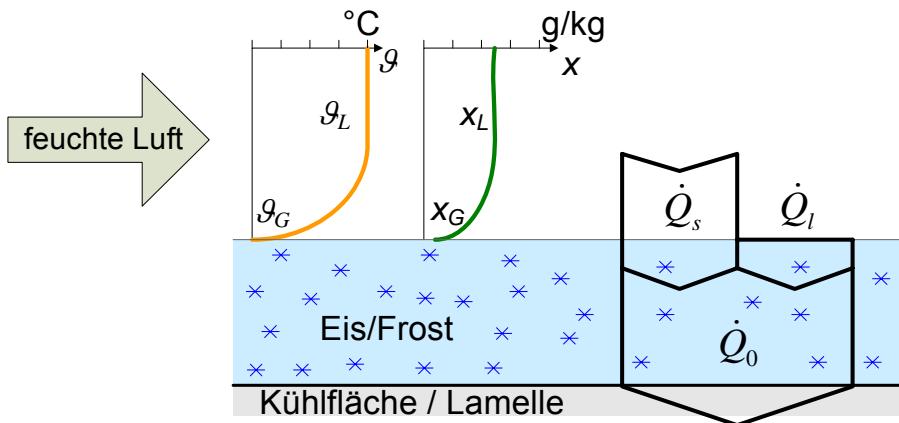


Abb. 2-1: Ausschnitt aus dem Lamellenluftkühler.

Strömt feuchte Luft entlang einer gekühlten Fläche, so wird von der Luft an die gekühlte Fläche aufgrund des Temperaturgefälles $\theta_L - \theta_G$ ein Wärmestrom übertragen. Quer zur Strömung bildet sich analog zum Geschwindigkeitsprofil ein Temperaturprofil aus.

Liegt die Oberflächentemperatur der gekühlten Fläche unterhalb der Taupunkttemperatur der feuchten Luft, kondensiert Wasserdampf aus der feuchten Luft an der Kühlfläche. Es fliesst ein Stoffstrom (Wasserdampf) von der feuchten Luft an die Phasengrenzfläche G und es bildet sich das Konzentrationsgefälle $x_L - x_G$ aus.

Ist die Oberflächentemperatur tiefer als der Gefrierpunkt von Wasser, desublimiert Wasserdampf aus der feuchten Luft an die Kühlfläche. In LOREF 1 [1] wurde beobachtet, dass reine Desublimation nur dann stattfindet, wenn die Temperatur der gekühlten Fläche genügend weit unterhalb des Gefrierpunkts von Wasser liegt. Bei höheren Temperaturen kondensiert der Wasserdampf und erstarrt dann mit Verzögerung.

Der aus der Abkühlung der feuchten Luft resultierende Wärmestrom entsteht aufgrund des Temperaturgefälles und wird als *sensibler Wärmestrom* \dot{Q}_s bezeichnet. Der infolge Partialkondensation oder -desublimation von Wasserdampf an die gekühlte Fläche übertragene Wärmestrom entsteht infolge des Feuchtigkeitsgefälles und wird *latenter Wärmestrom*² \dot{Q}_l genannt. Die Summe aus dem sensiblen und dem latenten Wärmestrom ergibt den *totalen an die Kühlfläche übertragenen Wärmestrom* \dot{Q}_0 (detaillierte Erklärungen zum sensiblen und latenten Wärmestrom sind in Abschnitt 0 aufgeführt).

2.2 Eigenschaften der feuchten Luft

In dem für die L/W-WP-Anwendung relevanten Bereich der Luftzustände (Temperatur und Feuchtigkeit) ist die Luft meist ungesättigt. Das in der feuchten Luft enthaltene Wasser ist in diesem Bereich dampfförmig. Feuchte Luft besteht somit aus trockener Luft und Wasserdampf.

- trockene Luft: m_L, \dot{m}_L
- Wasserdampf: m_D, \dot{m}_D
- feuchte Luft: $\dot{m}_{fL} = \dot{m}_L + \dot{m}_D$

Die *Wasserdampf-Beladung*, auch als *absolute Feuchtigkeit* bezeichnet, ist definiert mit

$$x = \frac{m_D}{m_L} \left(= \frac{\text{Masse Wasserdampf}}{\text{Masse trockener Luft}} \right) \quad (1)$$

und kann auch durch die Partialdrücke des Wasserdampfs p_D und der trockenen Luft p_L ausgedrückt werden:

$$x = \frac{R_L \cdot p_D}{R_D \cdot p_L} = \frac{R_L}{R_D} \cdot \frac{p_D}{p - p_D} = 0.622 \cdot \frac{p_D}{p - p_D} \quad (2)$$

Im Sättigungszustand ist der Partialdruck p_D des Wasserdampfs bei der Temperatur ϑ durch den Dampfdruck $p_{sD}(\vartheta)$ begrenzt:

$$x_s = 0.622 \cdot \frac{p_{sD}(\vartheta)}{p - p_{sD}(\vartheta)} \quad (3)$$

In der Praxis wird häufig die relative Feuchte φ der Luft verwendet. Sie ist definiert mit:

$$\varphi = \frac{m_D}{m_{sD}(\vartheta)} \quad (4)$$

und lässt sich aus der Gasgleichung bestimmen mit:

$$\varphi = \frac{p_D}{p_{sD}(\vartheta)} = \frac{x}{x_s} \cdot \frac{p - p_D}{p - p_{sD}(\vartheta)} \quad (5)$$

Die spezifische Enthalpie der feuchten Luft h_{fL} bezogen auf die Masse der trockenen Luft m_L berechnet sich mit der üblichen Normierung $h_{fL} = 0 \text{ J/kgK}$ bei 0°C (flüssiges Wasser) wie folgt:

$$h_{fL} = c_{pL} \cdot \vartheta_L + x_L \cdot (r_v + c_{pD} \cdot \vartheta_L) \quad (6)$$

Für die benötigten Stoffdaten von Luft und Wasser bzw. Wasserdampf gilt:

² Obwohl es sich um einen Enthalpiestrom handelt wird dieser hier als latenter Wärmestrom bezeichnet.

$$c_{pL} = 1004 \text{ J/kg} \cdot \text{K}, c_{pD} = 1858 \text{ J/kg} \cdot \text{K}, r_v = 2500 \text{ kJ/kg} \quad (7)$$

2.3 Luftseitige Stoff- und Energiebilanz am Lamellenluftkühler

Im Betrieb von L/W-WP können auf der Luftseite des Lamellenluftkühlers folgende drei Zustände vorkommen:

- 1) Trockene Lamellen- und Rohroberflächen
- 2) Kondensatbildung (Partialkondensation)
- 3) Verfrostung (Partialdesublimation).

Trockene Bedingungen herrschen, wenn die Oberflächentemperatur der Lamellen und der Rohre den Taupunkt der feuchten Luft nicht unterschreitet. Die durchströmende feuchte Luft wird ohne Entfeuchtung abgekühlt. Falls der Taupunkt der Luft an der Oberfläche des Lamellenluftkühlers unterschritten wird, kondensiert Wasserdampf aus. Liegt die Oberflächentemperatur unter dem Gefrierpunkt von Wasser, desublimiert der Wasserdampf direkt zu Eis- und Frost oder das Kondensat erstarrt mit einer zeitlichen Verzögerung. – Auf die Verzugstemperatur der Partialkondensation und -desublimation ist in LOREF 1 [1] eingegangen.

Nachfolgend werden jeweils die Stoff- und Energiebilanzen für die drei obigen Fälle an einem Lamellenluftkühler-Ausschnitt dargestellt.

2.3.1 Trockene Bedingungen

In Abb. 2-2 sind ein Ausschnitt aus dem Lamellenluftkühler sowie ein Kontrollraum schematisch dargestellt.

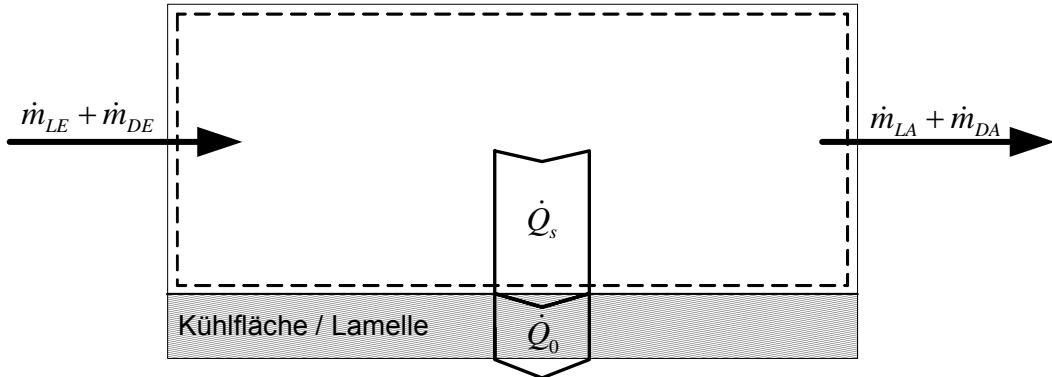


Abb. 2-2: Stoff- und Energiebilanz für trockene Bedingungen.

Feuchte Luft strömt im Kontrollraum entlang der gekühlten Fläche (schraffiert) von links nach rechts. Trockene Bedingungen herrschen, falls die Taupunktemperatur der feuchten Luft an der Kühlfäche nicht unterschritten wird. Für stationäre Bedingungen gelten folgende Bilanzen:

Stoffbilanzen

trockene Luft:

$$\dot{m}_{LE} = \dot{m}_{LA} = \dot{m}_L \quad (8)$$

Wasserdampf:

$$\dot{m}_{DE} - \dot{m}_{DA} = 0 \rightarrow \dot{m}_{DA} = \dot{m}_{DE} \quad (9)$$

Energiebilanz

$$\dot{H}_{fLE} = \dot{H}_{fLA} + \dot{Q}_0 \quad (10)$$

Somit beträgt der Energiestrom, der an der Kühlfläche übertragen wird:

$$\dot{Q}_0 = \dot{H}_{fLE} - \dot{H}_{fLA} = \dot{m}_L \cdot (h_{fLE} - h_{fLA}) \quad (11)$$

Bei trockenen Bedingungen findet kein Stoffübergang statt. Die Massenströme der trockenen Luft und des Wasserdampfes bleiben unverändert.

Der an die Kühlfläche abgeführte Wärmestrom \dot{Q}_0 ist gleich der Enthalpieänderung der feuchten Luft und besteht nur aus dem sensiblen Wärmestrom \dot{Q}_s . Mit Gl. (6) ergibt sich dafür:

$$\dot{Q}_0 = \dot{Q}_s = \dot{m}_L \cdot \left[c_{pL} \cdot (g_{LE} - g_{LA}) + r_v \cdot \underbrace{(x_{LE} - x_{LA})}_{=0} + c_{pD} \cdot (x_{LE} \cdot g_{LE} - x_{LA} \cdot g_{LA}) \right] \quad (12)$$

wobei gilt:

$$c_{pD} \cdot (x_{LE} \cdot g_{LE} - x_{LA} \cdot g_{LA}) \ll c_{pL} \cdot (g_{LE} - g_{LA}) \quad (13)$$

Somit ergibt sich die folgende Approximation zur Berechnung des total an die Kühlfläche abgeführten Wärmestromes \dot{Q}_0 :

$$\dot{Q}_0 = \dot{Q}_s = \dot{m}_L \cdot c_{pL} \cdot (g_{LE} - g_{LA}) \quad (14)$$

2.3.2 Kondensatbildung

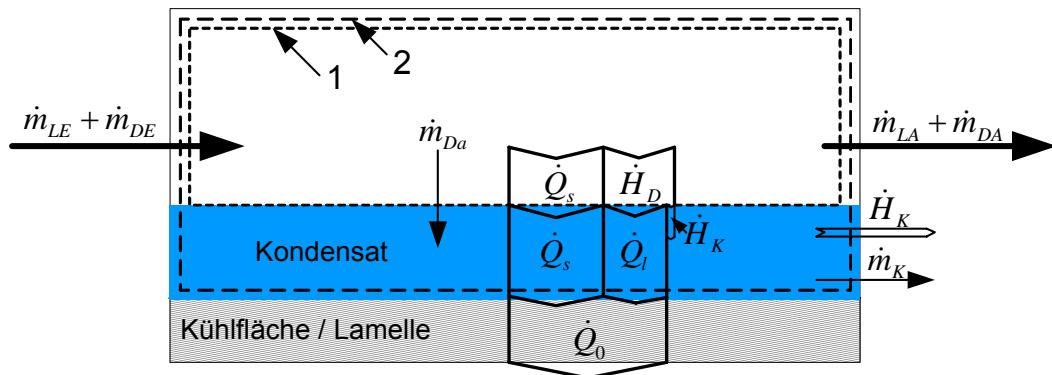


Abb. 2-3: Stoff- und Energiebilanz für Kondensatbildung.

Wird an der Kühlfläche die Taupunkttemperatur der feuchten Luft unterschritten, die Kühlflächentemperatur jedoch nicht markant unter dem Gefrierpunkt von Wasser liegt [1], kommt es zur Kondensatbildung und es entsteht ein Kondensatfilm.

Für den **Kontrollraum 1** (feuchte Luft) gilt im stationären Fall:

Stoffbilanzen

trockene Luft:

$$\dot{m}_{LE} = \dot{m}_{LA} = \dot{m}_L \quad (15)$$

Wasser:

$$\dot{m}_{DE} - \dot{m}_{DA} = \dot{m}_{Da} = \dot{m}_L \cdot (x_{LE} - x_{LA}) \quad (16)$$

Energiebilanz

$$\dot{H}_{fLE} = \dot{H}_{fLA} + \dot{Q}_s + \dot{H}_D \quad (17)$$

Somit ist der Energiestrom, der an den Kondensatfilm übertragen wird:

$$\dot{Q}_s + \dot{H}_D = \dot{H}_{fLE} - \dot{H}_{fLA} = \dot{m}_L \cdot (h_{fLE} - h_{fLA}) \quad (18)$$

$$\dot{Q}_s + \dot{H}_D = \dot{m}_L \cdot [c_{pL} \cdot (g_{LE} - g_{LA}) + r_v \cdot (x_{LE} - x_{LA}) + c_{pD} \cdot (x_{LE} \cdot g_{LE} - x_{LA} \cdot g_{LA})] \quad (19)$$

Mit dem **Kontrollraum 2** (feuchte Luft und Kondensatfilm) wird direkt der total an die Kühlfläche abgeführte Wärmestrom \dot{Q}_0 bestimmt. Es sei der abgeführte Kondensatmassenstrom \dot{m}_K gleich gross wie der ausgeschiedene Dampfmassenstrom \dot{m}_{Da} .

$$\dot{m}_{Da} = \dot{m}_K \quad (20)$$

Dann gelten stationäre Bedingungen für die Stoff- und Energiebilanzen im Kontrollraum 2:

Stoffbilanzen

trockene Luft:

$$\dot{m}_{LE} = \dot{m}_{LA} = \dot{m}_L \quad (21)$$

Wasser:

$$\dot{m}_{DE} - \dot{m}_{DA} = \dot{m}_K = \dot{m}_L \cdot (x_E - x_A) \quad (22)$$

Energiebilanz

$$\dot{H}_{fLE} = \dot{H}_{fLA} + \dot{Q}_0 + \dot{H}_K \quad (23)$$

Aufgelöst nach dem Energiestrom, der an die Kühlfläche übertragen wird:

$$\dot{Q}_0 = \dot{H}_{fLE} - \dot{H}_{fLA} - \dot{H}_K = \dot{m}_L \cdot (h_{fLE} - h_{fLA}) - \dot{m}_K \cdot h_K \quad (24)$$

Für den gesamthaft an die Kühlfläche abgegebenen Wärmestrom \dot{Q}_0 gilt mit (20), (22) und (6) in (24)

$$\begin{aligned}\dot{Q}_0 &= \dot{Q}_s + \dot{Q}_l = \dot{Q}_s + \dot{H}_D - \dot{H}_K = \dot{m}_L \cdot (h_{fLE} - h_{fLA}) - \dot{m}_K \cdot h_K \\ &= \dot{m}_L \cdot [c_{pL} \cdot (g_{LE} - g_{LA}) + r_v \cdot (x_{LE} - x_{LA})] + c_{pD} \cdot (x_{LE} \cdot g_{LE} - x_{LA} \cdot g_{LA}) - c_{pK} \cdot g_K \cdot (x_{LE} - x_{LA})\end{aligned}\quad (25)$$

Der total übertragene Wärmestrom \dot{Q}_0 ergibt sich aus der Enthalpiestromdifferenz der feuchten Luft reduziert um den abgeführten Enthalpiestrom des Kondensates. Da der auskondensierte Massenstrom verhältnismässig klein ist, kann er bei der Berechnung vernachlässigt werden:

$$c_{pD} \cdot (x_{LE} \cdot g_{LE} - x_{LA} \cdot g_{LA}) - c_{pK} \cdot g_K \cdot (x_{LE} - x_{LA}) \ll c_{pL} \cdot (g_{LE} - g_{LA}) + r_v \cdot (x_{LE} - x_{LA}) \quad (26)$$

Der total an die Kühlfläche abgegebene Wärmestrom \dot{Q}_0 bei Kondensatbildung kann somit vereinfacht mit der folgenden Approximation berechnet werden:

$$\dot{Q}_0 = \dot{m}_L \cdot [c_{pL} \cdot (g_{LE} - g_{LA}) + r_v \cdot (x_{LE} - x_{LA})] \quad (27)$$

2.3.3 Verfrostung

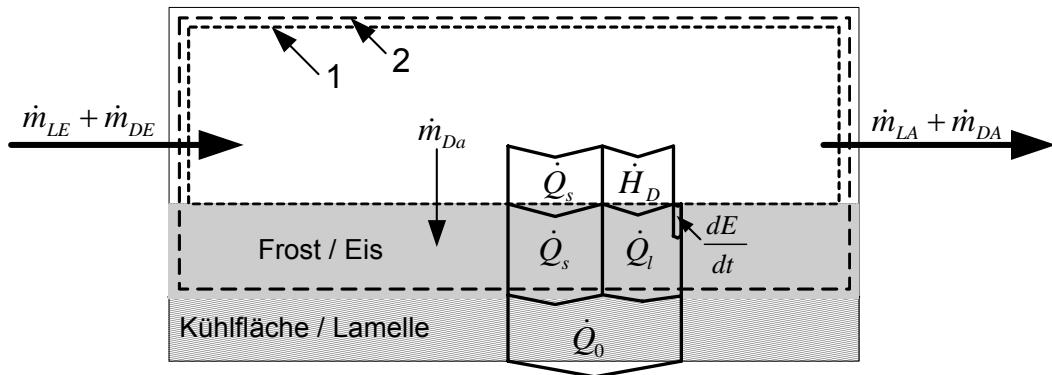


Abb. 2-4: Massen- und Energiebilanz für Verfrostung.

Liegt die Kühlflächentemperatur unter dem Taupunkt der feuchten Luft und zusätzlich deutlich unter dem Gefrierpunkt von Wasser, so entsteht an der Kühlfläche eine zeitlich anwachsende Eis- bzw. Frostschicht. Mit der gewählten Enthalpienormierung bei 0°C gilt für die spezifischen Enthalpien von Wasser, Dampf und Frost:

$$h_w = c_{pw} \cdot g_w \rightarrow h_w \geq 0 \quad (28)$$

$$h_d = r_v + c_{pd} \cdot g_d \rightarrow h_d > 0 \quad (29)$$

$$h_f = -r_e + c_f \cdot g_f \rightarrow h_f < 0 \quad (30)$$

Im **Kontrollraum 1** wird der feuchte Luftstrom bilanziert. Dieser Prozess kann als stationär betrachtet werden, da die Verhältnisse der Wärme- und Stoffübertragung durch Frostbildung relativ langsam verlaufen.

Stoffbilanzen

trockene Luft:

$$\dot{m}_{LE} = \dot{m}_{LA} = \dot{m}_L \quad (31)$$

Wasser:

$$\dot{m}_{DE} - \dot{m}_{DA} = \dot{m}_{Da} = \dot{m}_L \cdot (x_{LE} - x_{LA}) \quad (32)$$

Energiebilanz

$$\dot{H}_{fLE} = \dot{H}_{fLA} + \dot{Q}_s + \dot{H}_D \quad (33)$$

Somit ist der Energiestrom, der an den Frostschicht übertragen wird:

$$\dot{Q}_s + \dot{H}_D = \dot{H}_{fLE} - \dot{H}_{fLA} = \dot{m}_L \cdot (h_{fLE} - h_{fLA}) \quad (34)$$

$$\dot{Q}_s + \dot{H}_D = \dot{m}_L \cdot [c_{pL} \cdot (g_{LE} - g_{LA}) + r_v \cdot (x_{LE} - x_{LA}) + c_{pD} \cdot (x_{LE} \cdot g_{LE} - x_{LA} \cdot g_{LA})] \quad (35)$$

Die Bilanzen im **Kontrollraum 2** müssen aufgrund der zeitlich anwachsenden Frostschicht instationär formuliert werden:

Stoffbilanzen

trockene Luft:

$$\dot{m}_{LE} = \dot{m}_{LA} = \dot{m}_L \quad (36)$$

Wasser (als Frost abgelagert):

$$\dot{m}_{DE} - \dot{m}_{DA} = \frac{dm_F}{dt} = \dot{m}_L \cdot (x_{LE} - x_{LA}) \quad (37)$$

Energiebilanz

$$\frac{dE}{dt} = \dot{H}_{fLE} - \dot{H}_{fLA} - \dot{Q}_0 \quad (38)$$

$$\dot{Q}_0 = \dot{H}_{fLE} - \dot{H}_{fLA} - \frac{dE}{dt} \quad (39)$$

Dabei gilt für $\frac{dE}{dt}$:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} [m_F(t) \cdot u_F(t)] = \frac{dm_F}{dt} \cdot u_F + \underbrace{\frac{du_F}{dt} \cdot m_F}_{=0, \text{da } g_F \approx \text{konst.}} \quad (40)$$

Somit folgt mit (37) und der Approximation $u_F \approx h_F$ mit (27):

$$\frac{dE}{dt} = \dot{m}_L \cdot (x_{LE} - x_{LA}) \cdot [-r_E + c_F \cdot \vartheta_F] \quad (41)$$

Schliesslich ergibt sich der total an die Kühlfläche übertragene Wärmestrom \dot{Q}_0 mit:

$$\dot{Q}_0 = \dot{m}_L \cdot [c_{pL} \cdot (\vartheta_{LE} - \vartheta_{LA}) + (x_{LE} - x_{LA}) \cdot [(r_V + r_E) - c_F \cdot \vartheta_F] + c_{pD} \cdot (x_{LE} \cdot \vartheta_{LE} - x_{LA} \cdot \vartheta_{LA})] \quad (42)$$

Durch die Abkühlung des Frostes ($c_F \cdot \vartheta_F$) wird der total an die Kühlfläche übertragene Wärmestrom zusätzlich vergrössert. Aber auch hier gilt analog wie bei der Partialkondensation die Vereinfachung:

$$c_{pD} \cdot (x_{LE} \cdot \vartheta_{LE} - x_{LA} \cdot \vartheta_{LA}) - c_F \cdot (x_{LE} - x_{LA}) \ll c_{pL} \cdot (\vartheta_{LE} - \vartheta_{LA}) + \left(\underbrace{r_V + r_E}_{=r_s} \right) \cdot (x_{LE} - x_{LA}) \quad (43)$$

Damit ergibt sich die folgende Approximation zur Berechnung des total an die Kühlfläche übertragenen Wärmestromes bei Frostbildung:

$$\dot{Q}_0 = \dot{m}_L \cdot \left[c_{pL} \cdot (\vartheta_{LE} - \vartheta_{LA}) + (x_{LE} - x_{LA}) \cdot \left(\underbrace{r_V + r_E}_{=r_s} \right) \right] \quad (44)$$

wobei r_s die spezifische Sublimationsenthalpie von Wasser ist:

$$r_s = r_V + r_E \quad (45)$$

2.4 Konvektive Wärme- und Stoffübertragung der Luftströmung an einer gekühlten Fläche

Die Ursache für den sensiblen Wärmestrom \dot{Q}_s und latenten Wärmestrom \dot{Q}_l ist jeweils ein treibendes Gefälle *quer* zur Luftströmung: das Temperaturgefälle $\vartheta_L - \vartheta_G$ und das Feuchtigkeitsgefälle $x_L - x_G$ von der Luft hin zur Kondensat- oder Eis- bzw. Frostoberfläche. Das Temperaturgefälle quer zur Luftströmung bewirkt den *konvektiven Wärmeübergang* und damit den *sensiblen Wärmestrom* \dot{Q}_s . Das Feuchtigkeitsgefälle bewirkt den Wasserdampftransport von der Luftströmung zur Kühlwand. Dieser Wasserdampf kondensiert am Kondensatfilm oder desublimiert an der Eis- bzw. Frostoberfläche, woraus der *latente Wärmestrom* \dot{Q}_l resultiert.

In Abb. 2-5 sind die Temperatur- und Feuchtigkeitsgefälle quer zur Luftströmung an einer verfrosteten, gekühlten Platte mit der Fläche dA schematisch dargestellt.

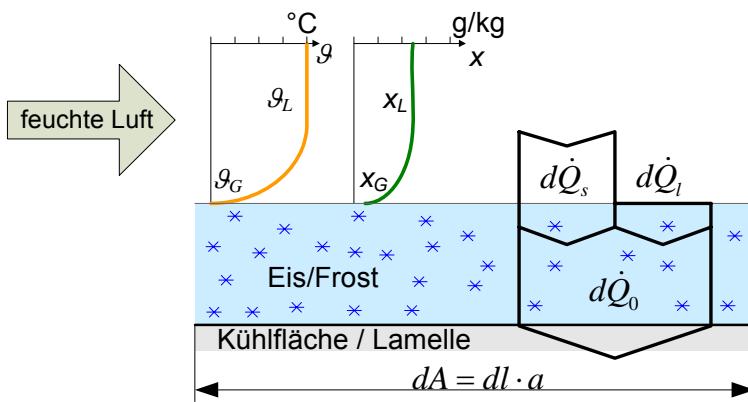


Abb. 2-5: Abkühlung von Luft an einem Flächenelement eines Lamellenluftkühlers.

Die nachfolgend dargestellten Modellierungen basieren auf den vereinfachten Gleichungen aus den Abschnitten 2.3.2 und 2.3.3.

Der *sensible Wärmestrom* $d\dot{Q}_s$ entsteht durch das Temperaturgefälle $\vartheta_L - \vartheta_G$ und berechnet sich:

$$d\dot{Q}_s = \alpha_L \cdot (\vartheta_L - \vartheta_G) \cdot dA \quad (46)$$

ϑ_L ist die über den Querschnitt gemittelte Lufttemperatur und ϑ_G die Temperatur an der Phasengrenzfläche zwischen der Luft und dem Kondensat bzw. der Eis- oder Frostschicht (Abb. 2-5).

Der Wärmeübergangskoeffizient α_L wird aus der Nusselt-Zahl Nu mit geeigneten Korrelationen für den Spaltkanal unter Berücksichtigung der vorliegenden Verhältnisse ermittelt:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha_L \cdot d_h}{\lambda_L} = f\left(\text{Re}, \text{Pr}, \frac{d_h}{l}\right) \quad (47)$$

Der *latente Wärmestrom* $d\dot{Q}_l$ entsteht durch das Konzentrationsgefälle $x_L - x_G$ und wird gemäss der Energiebilanz berechnet mit:

$$d\dot{Q}_l = dm_{\text{Da}} \cdot r_i = \beta \cdot \rho_L \cdot (x_L - x_G) \cdot dA \cdot r_i \quad (48)$$

x_L ist die über den Querschnitt gemittelte absolute Feuchtigkeit der Luft. An der Phasengrenzfläche G ist die Luft mit Wasserdampf gesättigt. Ihr Feuchtegehalt x_G ist durch den Dampfdruck p_{SD} des Wassers bei der Phasengrenzflächentemperatur ϑ_G bestimmt:

$$x_G = \frac{R_L}{R_D} \cdot \frac{p_{sD}(g_G)}{p - p_{sD}(g_G)} \approx \frac{R_L}{R_D} \cdot \frac{p_{sD}(g_G)}{p} \quad (49)$$

Der Stoffübergangskoeffizient β wird aus der Sherwood-Zahl Sh mit einer zur Nusselt-Zahl analogen Korrelation ermittelt:

$$Sh = \frac{\beta \cdot d_h}{D_{DL}} = f(Re, Sc, \frac{d_h}{l}) \quad (50)$$

D_{DL} ist die Diffusionskonstante von Wasserdampf in Luft.

Gemäss der *Analogie von Lewis* sind der Stoffübergangskoeffizient β und der Wärmeübergangskoeffizient α proportional zueinander. Ist die Lewis-Zahl Le bekannt, kann der Stoffübergangskoeffizient β aus dem Wärmeübergangskoeffizient α berechnet werden, ohne dass die Sherwood-Zahl Sh und die Schmidt-Zahl Sc berechnet werden müssen:

$$\beta = \alpha_L \cdot \frac{1}{\rho_L \cdot c_{pL}} \cdot \frac{1}{Le^{2/3}} \quad (51)$$

Die Lewis-Zahl Le ist der Quotient aus der Schmidt- und Prandtl-Zahl und somit wiederum eine Stoffwertzahl. Für die vorliegenden Anwendungen mit feuchter Luft kann mit $Le = 1$ gerechnet werden.

Mit den Gl. (46) und (48) erhält man somit den vom Flächenelement dA abgeführten gesamten Wärmestrom:

$$d\dot{Q}_0 = d\dot{Q}_s + d\dot{Q}_l = [\alpha_L \cdot (g_L - g_G) + \beta \cdot \rho_L \cdot (x_L - x_G) \cdot r_i] \cdot dA \quad (52)$$

Zusätzlich mit Gl. (51) eingesetzt folgt:

$$d\dot{Q}_0 = d\dot{Q}_s + d\dot{Q}_l = \alpha_L \cdot \left[(g_L - g_G) + \frac{1}{c_{pL}} \cdot (x_L - x_G) \cdot r_i \right] \cdot dA \quad (53)$$

2.5 Die Merkelsche Hauptgleichung

In Gl. (53) treten zwei Gefälle der feuchten Luft quer zur Strömung auf: jenes der Temperatur, welches den sensiblen Wärmestrom hervorbringt und jenes des Feuchtegehaltes, das den Stofftransport und damit den latenten Wärmestrom bewirkt. Falls die Luft gesättigt ist, sind diese beiden Gefälle über die Dampfdruckkurve miteinander gekoppelt. Merkel hat gezeigt, dass dann die beiden Gefälle als *ein treibendes Gefälle*, nämlich dem *Enthalpiegefälle*, formuliert werden kann (Merkel [7]). Dies bringt folgende Vorteile:

- Es genügt, den Anfangszustand der Luft durch eine Grösse, die spezifische Enthalpie der feuchten Luft, festzulegen.
- Die spezifischen Enthalpien werden bereits in den Energiebilanzgleichungen, z.B. in Gl. (11), benutzt.
- Die Umformungen der Gleichungen für die mathematisch-physikalische Modellierung der Luftabkühlung in Lamellenluftkühlern und damit auch das Simulationsprogramm werden erheblich einfacher und übersichtlicher.

Die Merkelsche Herleitung geht von Gl. (53) aus. Dabei werden die folgenden Annahmen getroffen, die bei technischen Anwendungen für die Abkühlung feuchter Luft in L/W-WP in Kauf genommen werden dürfen (wie das Merkel um 1920 für die Verdunstungskühlung durchgeführt hat):

- Die *Lewis-Zahl* Le als der Quotient aus der Schmidt- und Prandtl-Zahl ist mit feuchter Luft gleich eins: $Le = 1$
- Die spezifischen Wärmekapazitäten der trockenen und feuchten Luft sind approximativ gleich gross: $c_{pL} \approx c_{pfl}$

Mit der Analogie zwischen Wärme- und Stoffübertragung (Gl. (51)) und $Le = 1$, ergibt sich für den totalen Wärmestrom $d\dot{Q}_0$ bei der Partialkondensation:

$$\begin{aligned} d\dot{Q}_0 &= \alpha_L \cdot \left[(\vartheta_L - \vartheta_G) + \frac{1}{c_{pfl}} \cdot (x_L - x_G) \cdot r_v \right] \cdot dA \\ &= \frac{\alpha_L}{c_{pfl}} \cdot [c_{pfl} \cdot (\vartheta_L - \vartheta_G) + (x_L - x_G) \cdot r_v] \cdot dA \end{aligned} \quad (54)$$

Mit der Annahme $c_{pL} \approx c_{pfl}$ kann die spezifische Enthalpie der feuchten Luft ausgedrückt werden mit:

$$h_{fl} = c_{pfl} \cdot \vartheta_L + x_L \cdot r_v \quad (55)$$

Somit dürfen wir für das *spezifische Enthalpiegefälle* zwischen der Luft (gemittelt über den Querschnitt) und Phasengrenzfläche schreiben:

$$h_{fl} - h_{sG} = c_{pfl} \cdot (\vartheta_L - \vartheta_G) + r_v \cdot (x_L - x_G) \quad (56)$$

Mit Gl. (56) in (54) ergibt sich für den totalen Wärmestrom $d\dot{Q}_0$ bei der Partialkondensation:

$$d\dot{Q}_0 = \frac{\alpha_L}{c_{pfl}} (h_{fl} - h_{sG}) \cdot dA \quad (57)$$

Der sensible Wärmestrom ist einerseits durch die Energiebilanz für die Luftströmung, nach Gl. (14), und anderseits durch die Wärmeübertragung, nach Gl. (46), bestimmt. Wird Gl. (14) infinitesimal formuliert und mit Gl. (46) gleichgesetzt, folgt für den Wärmeübergangskoeffizienten:

$$\alpha_L = \frac{\dot{m}_L \cdot c_{pL}}{\vartheta_L - \vartheta_G} \cdot \frac{d\vartheta_L}{dA} \quad (58)$$

Somit erhält man den totalen Wärmestrom $d\dot{Q}_0$ mit Gl. (58) in (57) und mit $c_{pL} \approx c_{pfl}$:

$$d\dot{Q}_0 = \dot{m}_L \cdot \frac{(h_{fl} - h_{sG})}{\vartheta_L - \vartheta_G} \cdot d\vartheta_L \quad (59)$$

Es ergibt sich somit, dass $d\dot{Q}_0$ proportional ist zum Quotienten des treibenden Enthalpie- und Temperaturgefälles zur Phasengrenzfläche und der Temperaturabnahme $d\vartheta_L$ entlang der Strömung. Anderseits kann der Wärmestrom $d\dot{Q}_0$ berechnet werden mit:

$$d\dot{Q}_0 = \dot{m}_L \cdot dh_{fl} \quad (60)$$

Mit Gl. (60) in (59) folgt:

$$\frac{dh_{fl}}{h_{fl} - h_{sG}} = \frac{d\vartheta_L}{\vartheta_L - \vartheta_G} \quad (61)$$

Somit sind die Enthalpieabnahme des Fluids in Strömungsrichtung zum Enthalpiegefälle und die Temperaturabnahme entlang des Fluids zum Temperaturgefälle gleich gross. Die Enthalpie gesättigter Luft ist nur von der Temperatur abhängig. Somit kann man h_{sG} durch ϑ_G ausdrücken, da die Luft bei der Wärmepumpen-Anwendung an der Phasengrenzfläche stets oder zumindest nahezu gesättigt ist. Jedoch ist h_{fL} für die ungesättigte feuchte Luft sowohl von der Temperatur als auch vom Feuchtegehalt abhängig.

Nun betrachten wir weiter den Fall, dass die feuchte Luft im Kühler quasi gesättigt ist, was in der Anwendung bei der Luft/Wasser-Wärmepumpe meist vorkommt. Es gilt dann:

$$\frac{dh_{sL}}{h_{sL} - h_{sG}} = \frac{d\vartheta_{sL}}{\vartheta_{sL} - \vartheta_G} \quad (62)$$

In Gl. (62) ist die spezifische Enthalpie der feuchten gesättigten Luft nur von der Temperatur abhängig, $h_{sL} = h_{sL}(\vartheta_{sL})$ bzw. $h_{sG} = h_{sG}(\vartheta_G)$. Als nächste Approximation wird die Sättigungslinie der feuchten Luft linearisiert (je nach erforderlicher Genauigkeit für begrenzte Temperaturintervalle):

$$\frac{h_{sL}}{[J/kg]} = a_0 + \frac{b_0}{[J/kgK]} \cdot \frac{\vartheta_{sL}}{[^\circ C]} \quad (63)$$

Man erhält damit für das Verhältnis zwischen dem Enthalpie- und Temperaturgefälle *längs zur Strömung*:

$$\frac{dh_{sL}}{d\vartheta_{sL}} = b_0 \quad (64)$$

Mit der Linearisierung für den Arbeitsbereich von Luft/Wasser-Wärmepumpen zwischen der Taupunkttemperatur am Eintritt (Luftzustand) und der Taupunkttemperatur am Eintritt minus 8 K (Grenzflächenzustand) ergibt sich (durch Ausgleichsrechnung) für b_0 :

$$\frac{b_0}{[J/kgK]} = 39 \cdot \frac{\vartheta_{TPE}}{[^\circ C]} + 1637 \quad (65)$$

Durch Differenzieren der spezifischen Enthalpie der gesättigten Luft nach der Sättigungstemperatur folgt:

$$\frac{dh_{sL}}{d\vartheta_{sL}} = c_{pL} + c_{pD} \cdot x_s + (r_v + c_{pD} \cdot \vartheta_{sL}) \cdot \frac{dx_s}{d\vartheta_{sL}} \quad (66)$$

Der Feuchtegehalt (absolute Feuchtigkeit) der gesättigten Luft lässt sich berechnen aus:

$$x_s = \frac{R_L}{R_D} \cdot \frac{p_{sD}(\vartheta_{sL})}{p - p_{sD}(\vartheta_{sL})} \approx \frac{R_L}{R_D} \cdot \frac{p_{sD}(\vartheta_{sL})}{p} \quad (67)$$

Und wegen $x_s = x_s(p_{sD}(\vartheta_{sL}))$ folgt für $dx_s / d\vartheta_{sL}$:

$$\frac{dx_s}{d\vartheta_{sL}} = \frac{dx_s}{dp_{sD}} \cdot \frac{dp_{sD}}{d\vartheta_{sL}} \quad (68)$$

Der erste Differentialquotient rechts in (68) folgt aus (67):

$$\frac{dx_s}{dp_{sD}} = \frac{R_L}{R_D} \cdot \frac{1}{p} \quad (69)$$

und der zweite Differentialquotient liefert die Gleichung der Dampfdruckkurve nach Clausius-Clapeyron:

$$\frac{dp_{sD}}{d\vartheta_{sL}} = \frac{r_v \cdot p_{sD}}{R_D \cdot T_{sL}^2} \quad (70)$$

Setzt man die Gl. (68), (69) und (70) in (66) ein, so erhält man:

$$\frac{dh_{sL}}{d\vartheta_{sL}} = c_{pD} + c_{pD} \cdot x_s \cdot (r_v + c_{pD} \cdot \vartheta_{sL}) \cdot \frac{R_L}{R_D^2} \cdot \frac{p_{sD}}{p} \cdot \frac{r_v}{T_{sL}^2} \quad (71)$$

$c_{pD} \cdot x_s$ und $c_{pD} \cdot \vartheta_{sL}$ sind gegenüber der Verdampfungsenthalpie r_v vernachlässigbar klein, also gilt:

$$\frac{dh_{sL}}{d\vartheta_{sL}} = c_{pL} + \frac{R_L}{R_D^2} \cdot \frac{p_{sD}}{p} \cdot \frac{r_v^2}{T_{sL}^2} \quad (72)$$

Damit ergibt sich für b_0 im Fall der gesättigten Luft aus Gl. (64) die übersichtliche Beziehung:

$$b_0 = c_{pL} + \frac{R_L}{R_D^2} \cdot \frac{p_{sD}}{p} \cdot \frac{r_v^2}{T_{sL}^2} \quad (73)$$

Aus Gl. (73) ist ersichtlich, dass b_0 eine nur von der Sättigungs- bzw. Taupunkttemperatur abhängige Grösse ist.

Mit dem Faktor b_0 kann das Verhältnis zwischen dem total der gesättigten Luft entnommenen Wärmestrom und dem sensiblen Wärmestrom übersichtlich ausgedrückt werden.

$$\nu_s = \frac{d\dot{Q}_0}{d\dot{Q}_s} = \frac{\dot{m}_L \cdot dh_{sL}}{\dot{m}_L \cdot c_{pL} \cdot d\vartheta_{sL}} = \frac{(h_{fLE} - h_{fLA})}{c_{pL} \cdot (\vartheta_{LE} - \vartheta_{LA})} = \frac{b_0}{c_{pL}} \quad (74)$$

Hier ist noch zu beachten, dass der totale Wärmestrom im Fall der Frostbildung, also bei Partialdesublimation, zusätzlich zur Verdampfungsenthalpie noch die Erstarrungsenthalpie beinhaltet:

$$d\dot{Q}_e = \dot{m}_L \cdot r_E \cdot dx_L \quad (75)$$

3 Simultane Wärme- und Stoffübertragung in einem Lamellenluftkühler mit Kältesole

3.1 Herleitung der Betriebscharakteristik

In diesem Kapitel wird schrittweise die *Betriebscharakteristik* eines mit feuchter Luft und Kältesole durchströmten Lamellenluftkühlers hergeleitet. Dabei wird in einem ersten Schritt ein Gegenstrom-Wärmeübertrager, durchströmt mit trockener Luft und Kältesole, betrachtet. Dieses Modell wird anschliessend für feuchte Luft mit Wasserdampf-Ausscheidung ergänzt. Schlussendlich wird die Betriebscharakteristik für ein beripptes Rohrelement, also ein Ausschnitt aus dem Lamellenluftkühler, der wiederum mit Kältesole und feuchter Luft durchströmt ist, hergeleitet.

3.2 Betriebscharakteristik bei Gegenstrom-Wärmeübertragung ohne Ausscheidung von Wasserdampf

Wir betrachten die Luftabkühlung mit Kältesole in einem Gegenstrom-Wärmeübertrager (Abb. 3-1). Infolge des Temperaturgefälles ($\vartheta_L - \vartheta_{KS}$) zwischen Luft und Kältesole wird der Wärmestrom $d\dot{Q}_0$ durch das Flächenelement dA übertragen:

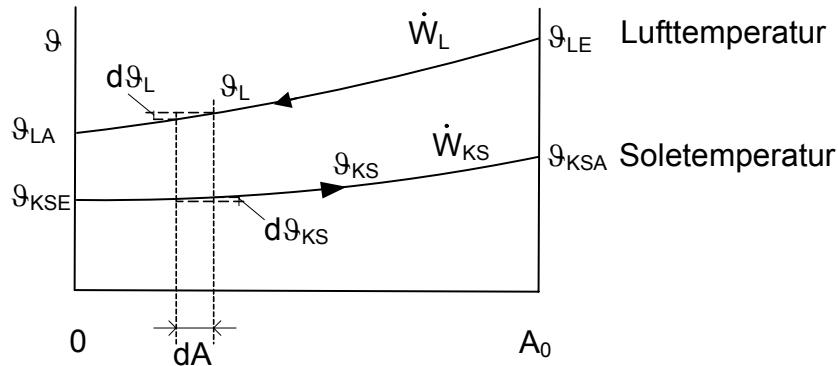


Abb. 3-1: θ, A -Diagramm bei Abkühlung der feuchten Luft mit Kältesole bei Gegenstrom-Wärmeübertragung.

$$d\dot{Q}_0 = k \cdot (\vartheta_L - \vartheta_{KS}) \cdot dA \quad (76)$$

Zusätzlich folgt aus der Energiebilanz für die Luft:

$$d\dot{Q}_0 = \dot{m}_L \cdot c_{pL} \cdot d\vartheta_L = \dot{W}_L \cdot d\vartheta_L \quad (77)$$

und für die Kältesole:

$$d\dot{Q}_0 = \dot{m}_{KS} \cdot c_{pKS} \cdot d\vartheta_{KS} = \dot{W}_{KS} \cdot d\vartheta_{KS} \quad (78)$$

mit:

$$\dot{W}_L = \dot{m}_L \cdot c_{pL} \quad (79)$$

und

$$\dot{W}_{KS} = \dot{m}_{KS} \cdot c_{pKS} \quad (80)$$

Mit $X = A / A_0$ und $Y = (\vartheta_L - \vartheta_{KS})$ folgt:

$$\dot{W}_L \cdot d\vartheta_L = k \cdot A_0 \cdot Y \cdot dX \quad (81)$$

und

$$\dot{W}_{KS} \cdot d\vartheta_{KS} = k \cdot A_0 \cdot Y \cdot dX \quad (82)$$

Durch Umformung der letzten zwei Gleichungen ergibt sich:

$$\frac{d\vartheta_L}{dX} = \frac{k \cdot A_0 \cdot Y}{\dot{W}_L} \quad (83)$$

$$\frac{d\vartheta_{KS}}{dX} = \frac{k \cdot A_0 \cdot Y}{\dot{W}_{KS}} \quad (84)$$

Durch Subtraktion der Gl. (83) von Gleichung (84) folgt:

$$\frac{dY}{dX} + \left(\frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_{KS}} - \frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_L} \right) \cdot Y = 0 \quad (85)$$

Die Randbedingungen für den Gegenstrom-Wärmeübertrager lauten: Für $X = 0$ ($A = 0$) sind die Temperaturen $\vartheta_L = \vartheta_{LA}$ und $\vartheta_{KS} = \vartheta_{KSE}$ - vgl. Abb. 3-1.

Die Integration der Gl. (85) liefert mit den obigen Randbedingungen:

$$Y = (\vartheta_L - \vartheta_{KS}) = (\vartheta_{LA} - \vartheta_{KSE}) \cdot e^{-\left[\left(\frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_{KS}} - \frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_L} \right) X \right]} \quad (86)$$

Für $X = 1$ gilt somit:

$$\vartheta_{LE} - \vartheta_{KSA} = (\vartheta_{LA} - \vartheta_{KSE}) \cdot e^{-\left[\left(\frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_{KS}} - \frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_L} \right) \right]} \quad (87)$$

Für den total übertragenen Wärmestrom folgt aus der Energiebilanz:

$$\dot{Q}_0 = \dot{W}_L \cdot (\vartheta_{LE} - \vartheta_{LA}) = \dot{W}_{KS} \cdot (\vartheta_{KSA} - \vartheta_{KSE}) \quad (88)$$

Aus den Gl. (87) und (88) erhält man nun die dimensionslose Temperaturänderung des Luftstromes zwischen Ein- und Austritt:

$$\phi_{\vartheta_L} = \frac{(\vartheta_{LE} - \vartheta_{LA})}{(\vartheta_{LE} - \vartheta_{KSE})} = \frac{1 - e^{-\left[\left(\frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_{KS}} - \frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_L} \right) \right]}}{1 - \frac{\dot{W}_L}{\dot{W}_{KS}} \cdot e^{-\left[\left(\frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_{KS}} - \frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_L} \right) \right]}} \quad (89)$$

und analog für den Kältesolestrom:

$$\phi_{\vartheta_{KS}} = \frac{(\vartheta_{KSA} - \vartheta_{KSE})}{(\vartheta_{LE} - \vartheta_{KSE})} = \frac{1 - e^{-\left[\left(\frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_{KS}} - \frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_L} \right) \right]}}{1 - \frac{\dot{W}_L}{\dot{W}_{KS}} \cdot e^{-\left[\left(\frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_{KS}} - \frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_L} \right) \right]}} \cdot \frac{\dot{W}_L}{\dot{W}_{KS}} = \frac{\dot{W}_L}{\dot{W}_{KS}} \cdot \phi_{\vartheta_L} \quad (90)$$

3.3 Betriebscharakteristik bei Gegenstrom-Wärmeübertragung mit Partialkondensation oder -desublimation von Wasserdampf aus feuchter Luft

Unter Vernachlässigung des Wärmeleitwiderstandes durch die Rohrwand lässt sich der, am Flächenelement dA , übertragene Wärmestrom $d\dot{Q}_0$ mit α_L gemäss Gl. (57) berechnen aus:

$$d\dot{Q}_0 = \frac{\alpha_L}{c_{p,fl}} \cdot (h_{fl} - h_{sw}) \cdot dA \quad (91)$$

Für den soleseitigen Wärmeübergang gilt:

$$d\dot{Q}_0 = \alpha_{KS} \cdot (9_w - 9_{KS}) \cdot dA \quad (92)$$

Aus der Linearisierung gemäss Gl. (63) ist die Sättigungsenthalpie feuchter Luft:

$$\frac{h_{sL}}{[J/kg]} = a_0 + \frac{b_0}{[J/kgK]} \cdot \frac{9_{sL}}{[^\circ C]} \quad (63)$$

Nun wird der soleseitig übertragene Wärmestrom über dA (gemäss Gl. (92)) unter Verwendung der Gl. (63) mittels einem (fiktiven) soleseitigen Enthalpiegefälle berechnet.

$$d\dot{Q}_0 = \frac{\alpha_{KS}}{b_0} \cdot (h_{sw} - h_{sKS}) \cdot dA \quad (93)$$

Die beiden (fiktiven) spezifischen Enthalpien der Sole, h_{sw} und h_{sKS} , werden als spezifische Sättigungsenthalpien feuchter Luft in Abhängigkeit der Wand- bzw. Soletemperatur ermittelt. Mit dem Ansatz für das totale Enthalpiegefälle, nämlich zwischen der feuchten Luft und der Sole

$$d\dot{Q}_0 = k_1 \cdot (h_{fl} - h_{sKS}) \cdot dA \quad (94)$$

ergibt sich für die Pauschale k_1 aus den vorigen Gleichungen:

$$k_1 = \left(\frac{c_{p,fl}}{\alpha_L} + \frac{b_0}{\alpha_{KS}} \right)^{-1} \quad (95)$$

Mit Hilfe von Gl. (64) lässt sich der Wärmestrom $d\dot{Q}_0$ ebenfalls berechnen aus:

$$d\dot{Q}_0 = \dot{m}_L \cdot dh_{fl} = \frac{\dot{m}_{KS} \cdot c_{p,KS}}{b_0} \cdot dh_{sKS} \quad (96)$$

Es ist wieder zu beachten, dass h_{sKS} aus der Gleichung für die spezifische Sättigungsenthalpie der feuchten Luft bei der Soletemperatur 9_{KS} zu berechnen ist und h_{fl} die spezifische Enthalpie der feuchten Luft ist. h_{fl} ist somit zusätzlich zur Temperatur auch abhängig vom Feuchtegehalt der Luft.

Mit $X = A / A_0$ und $Y = (h_{fl} - h_{sKS})$ folgt analog zu Gl. (81) und (82):

$$\dot{U}_L \cdot dh_{fl} = k_1 \cdot A_0 \cdot Y \cdot dX \quad (97)$$

und

$$\dot{U}_{KS} \cdot dh_{sKS} = k_1 \cdot A_0 \cdot Y \cdot dX \quad (98)$$

mit:

$$\dot{U}_L = \dot{m}_L \quad (99)$$

$$\dot{U}_{KS} = \frac{\dot{m}_{KS} \cdot c_{pKS}}{b_0} \quad (100)$$

Durch Umformung der Gl. (97) und (98) ergibt sich:

$$\frac{dh_{fL}}{dX} = \frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_L} \cdot Y \quad (101)$$

und

$$\frac{dh_{sKS}}{dX} = \frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_{KS}} \cdot Y \quad (102)$$

Subtrahiert man von der Gl. (101) die Gl. (102), erhält man:

$$\frac{dY}{dX} + \left(\frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_{KS}} - \frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_L} \right) \cdot Y = 0 \quad (103)$$

Die Randbedingungen für den Gegenstrom-Wärmeübertrager lauten: Für $X = 0$ ($A = 0$) sind die spezifischen Enthalpien $h_{fL} = h_{fLA}$ und $h_{sKS} = h_{sKSE}$.

Die Integration von Gl. (103) liefert mit den obigen Randbedingungen:

$$Y = (h_{fL} - h_{sKS}) = (h_{fLA} - h_{sKSE}) \cdot e^{\left[-\left(\frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_{KS}} - \frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_L} \right) \cdot X \right]} \quad (104)$$

Daraus erhält man für $X = 1$:

$$h_{fLE} - h_{sKSA} = (h_{fLA} - h_{sKSE}) \cdot e^{\left[-\left(\frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_{KS}} - \frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_L} \right) \right]} \quad (105)$$

Weiter gilt für den total übertragenen Wärmestrom:

$$\dot{Q}_0 = \dot{U}_L \cdot (h_{fLE} - h_{fLA}) = \dot{U}_{KS} \cdot (h_{sKSA} - h_{sKSE}) \quad (106)$$

Somit ergibt sich aus den Gl. (105) und (106) die *dimensionslose spezifische Enthalpieänderung* (Betriebscharakteristik) des Luftstromes:

$$\phi_{hL} = \frac{(h_{fLE} - h_{fLA})}{(h_{fLE} - h_{sKSE})} = \frac{1 - e^{\left[-\left(\frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_{KS}} - \frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_L} \right) \right]}}{1 - \frac{\dot{U}_L}{\dot{U}_{KS}} \cdot e^{\left[-\left(\frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_{KS}} - \frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_L} \right) \right]}} \quad (107)$$

und für die Kältesole

$$\phi_{hKS} = \frac{\dot{U}_L \cdot \phi_{hL}}{\dot{U}_{KS}} \quad (108)$$

3.4 Am berippten Rohrelement feuchte Luft mit Kältesole abkühlen

3.4.1 Wärme- und Stoffübertragung am berippten Rohrelement

Das Flächenelement besteht aus zwei Anteilen, nämlich der von der Luft umströmten Lamellenfläche ΔA_{Lam} und der von der Luft umströmten Rohrfläche ΔA_R (Abb. 3-2). Die übertragenen Wärmeströme setzen sich allgemein aus sensibler und latenter Wärme zusammen.

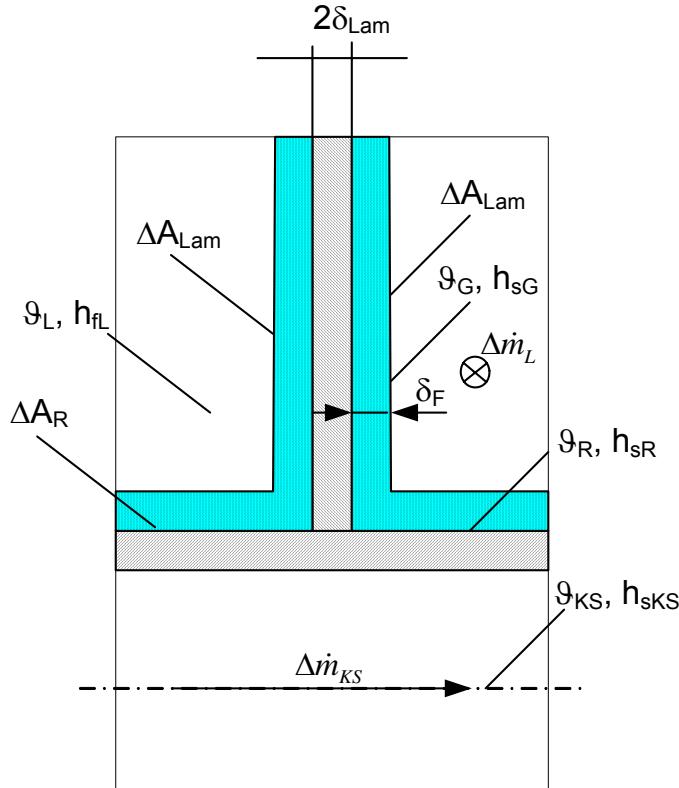


Abb. 3-2: Beripptes Rohrelement: feuchte Luft mit Kältesole abkühlen.

Alle auf das Rohrelement bezogenen Größen werden mit Δ bezeichnet (ΔA_{Lam} , ΔA_R , $\Delta \dot{m}_L$, $\Delta \dot{m}_{\text{KS}}$).

Für die spezifische Enthalpie der feuchten Luft kann gemäss Sanders [2] folgende Definition angewendet werden:

$$h_{fL} = c_{p, fL} \cdot \vartheta_L + x_L \cdot r_i \quad (109)$$

mit $r_i = r_s$ bei Frostbildung (Partialdesublimation) und $r_i = r_v$ bei Kondensatbildung (Partialkondensation).

Für den von der feuchten Luft durch Konvektion an die Lamelle total übertragenen Wärmestrom $\Delta \dot{Q}_{0, \text{Lam}}$ gilt:

$$\Delta \dot{Q}_{0, \text{Lam}} = \frac{\alpha_L}{c_{p, fL}} \cdot (\bar{h}_{fL} - \bar{h}_{sG}) \cdot \Delta A_{\text{Lam}} \quad (110)$$

und für dessen Wärmeleitung durch die Frostschicht:

$$\Delta \dot{Q}_{0\text{Lam}} = \frac{\lambda_F}{\delta_F} \cdot (\bar{\vartheta}_G - \bar{\vartheta}_{\text{Lam}}) \cdot \Delta A_{\text{Lam}} \quad (111)$$

Obiges Temperaturgefälle wird jetzt mit der linearisierten Sättigungsenthalpie der feuchten Luft gemäss Gl. (63) als (fiktives) Enthalpiegefälle der Wärmeleitung in Gl. (111) ersetzt:

$$\Delta \dot{Q}_{0\text{Lam}} = \frac{\lambda_F}{\delta_F \cdot b_0} \cdot (\bar{h}_{sG} - \bar{h}_{s\text{Lam}}) \cdot \Delta A_{\text{Lam}} \quad (112)$$

Aus Gl. (110) und (112) wird h_{sG} eliminiert und es ergibt sich:

$$\Delta \dot{Q}_{0\text{Lam}} = \frac{k_1}{c_{p\text{fl}}} \cdot (\bar{h}_{fL} - \bar{h}_{s\text{Lam}}) \cdot \Delta A_{\text{Lam}} \quad (113)$$

Es steht $\bar{h}_{s\text{Lam}}$ für die spezifische Sättigungsenthalpie der feuchten Luft in Funktion der Lamellentemperatur und \bar{h}_{fL} für die spezifische Enthalpie der feuchten Luft (jeweils über das betrachtete Flächenelement gemittelt). Für k_1 erhält man durch Elimination:

$$k_1 = \left(\frac{1}{\alpha_L} + \frac{\delta_F \cdot b_0}{\lambda_F \cdot c_{p\text{fl}}} \right)^{-1} \quad (114)$$

Die Untersuchungen in LOREF 1 [1] haben gezeigt, dass für die sich an den Lamellen aufbauende Frostschicht eine quasi konstante Wärmeleitfähigkeit von $\lambda_F = 0.17 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ über den gesamten relevanten Temperaturbereich verwendet werden darf. Dies gilt mithin deshalb, weil der Wärmeleitwiderstand durch die Frostschicht den Wärmepumpen-Betrieb nicht primär beeinflusst.

3.4.2 Lamellenwirkungsgrad

Die Lamellentemperatur und somit auch die spezifische Sättigungsenthalpie der feuchten Luft in Funktion der Lamellentemperatur lassen sich mit dem Lamellenwirkungsgrad bestimmen. Der Lamellenwirkungsgrad wird hier als Verhältnis zwischen dem Enthalpiegefälle Luft zu Lamelle ($\bar{h}_{fL} - \bar{h}_{s\text{Lam}}$) und dem Enthalpiegefälle Luft zu Rohroberfläche ($\bar{h}_{fL} - \bar{h}_{sR}$) definiert (anstelle der Temperaturgefälle bei trocken betriebenen Lamellenluftkühlern):

$$\eta_{\text{Lam}} = \frac{\bar{h}_{fL} - \bar{h}_{s\text{Lam}}}{\bar{h}_{fL} - \bar{h}_{sR}} \quad (115)$$

Es steht \bar{h}_{sR} für die spezifische Sättigungsenthalpie der feuchten Luft in Funktion der Rohrwandtemperatur (wiederum über das betrachtete Flächenelement gemittelt).

Für den Lamellenwirkungsgrad bei *simultaner Wärme- und Stoffübertragung* gilt nach Sanders [2]:

$$\eta_{\text{Lam}} = \frac{\tanh(p \cdot L)}{p \cdot L} \quad (116)$$

mit:

$$p = \sqrt{\left(\frac{\delta_F}{\lambda_F} + \frac{c_{p\text{fl}}}{\alpha_L \cdot b_0} \right)^{-1} \cdot (\lambda_{\text{Lam}} \cdot \delta_{\text{Lam}})^{-1}} \quad (117)$$

und

$$L = \frac{1}{2} \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{a \cdot c}{\pi}} - d_{Ra} \right) \cdot \left[1 + 0.35 \cdot \ln \left(\frac{2 \cdot \sqrt{\frac{a \cdot c}{\pi}}}{d_{Ra}} \right) \right] \quad (118)$$

dabei bedeuten a = Rohrteilung in der Tiefe, c = Rohrteilung in der Höhe und d_{Ra} = Rohrdurchmesser.

Mit Gl. (114) in (113) eingesetzt ergibt sich somit für den totalen von der feuchten Luft an die Lamelle übertragenen Wärmestrom $\Delta \dot{Q}_{0Lam}$:

$$\Delta \dot{Q}_{0Lam} = \frac{k_1}{c_{pfl}} \cdot \eta_{Lam} \cdot \Delta A_{Lam} \cdot (\bar{h}_{fl} - \bar{h}_{sR}) \quad (119)$$

Die Wärmeübergangskoeffizient α zwischen der Luft und der Lamelle sowie zwischen der Luft und dem Rohr kann mit guter Genauigkeit als gleich gross angenommen werden (Schmidt [8], Sanders [2]). Damit ergibt sich für den total durch die freie Rohroberfläche übertragenen Wärmestrom $\Delta \dot{Q}_{0R}$ analog zur Gl. (119):

$$\Delta \dot{Q}_{0R} = \frac{k_1}{c_{pfl}} \cdot \Delta A_R \cdot (\bar{h}_{fl} - \bar{h}_{sR}) \quad (120)$$

Der totale am berippten Rohrelement übertragene Wärmestrom $\Delta \dot{Q}_0$ beträgt somit:

$$\Delta \dot{Q}_0 = \Delta \dot{Q}_{0Lam} + \Delta \dot{Q}_{0R} \quad (121)$$

und durch Einsetzen der Gl. (119) und (120):

$$\Delta \dot{Q}_0 = \frac{k_1}{c_{pfl}} \cdot (\bar{h}_{fl} - \bar{h}_{sR}) \cdot (\eta_{Lam} \cdot \Delta A_{Lam} + \Delta A_R) \quad (122)$$

Unter Vernachlässigung des Wärmeleitwiderstandes durch die Rohrwand lässt sich der totale Wärmestrom $\Delta \dot{Q}_0$ berechnen mit:

$$\Delta \dot{Q}_0 = \frac{\alpha_{KS}}{b_0} \cdot (\bar{h}_{sR} - \bar{h}_{sKS}) \cdot \Delta A_R \quad (123)$$

Unter Einbezug von Gl. (123) kann h_{sR} in Gl. (122) durch h_{sKS} ausgedrückt werden und es ergibt sich für den totalen Wärmestrom $\Delta \dot{Q}_0$:

$$\Delta \dot{Q}_0 = \left(\frac{c_{pfl}}{k_1 \cdot (\eta_{Lam} \cdot \Delta A_{Lam} + \Delta A_R)} + \frac{b_0}{\Delta A_R \cdot \alpha_{KS}} \right)^{-1} \cdot (\bar{h}_{fl} - \bar{h}_{sKS}) \quad (124)$$

Dabei stellt der erste Term den Wärme- und Stoffdurchgangskoeffizienten in einem verfrosteten, berippten Rohrelement bezogen auf das Enthalpie-Gefälle $(\bar{h}_{fl} - \bar{h}_{sKS})$ dar.

Mit der Abkürzung

$$\Delta C_1 = \left(\frac{c_{pfl}}{k_1 \cdot (\eta_{Lam} \cdot \Delta A_{Lam} + \Delta A_R)} + \frac{b_0}{\Delta A_R \cdot \alpha_{KS}} \right)^{-1} \quad (125)$$

erhält man für den total am berippten Rohrelement übertragenen Wärmestrom:

$$\Delta \dot{Q}_0 = \Delta C_1 \cdot (\bar{h}_{fL} - \bar{h}_{sKS}) \quad (126)$$

Unter Verwendung der arithmetischen Mittelwerte für Luft und Sole zwischen *Ein- und Austritt des betrachteten Flächenelementes* ergibt sich schliesslich:

$$\Delta \dot{Q}_0 = \Delta C_1 \cdot \left(\frac{h_{fLE} + h_{fLA}}{2} - \frac{h_{sKSE} + h_{sKS}}{2} \right) \quad (127)$$

Die in Gl. (127) verwendete spezifische Sättigungsenthalpie der feuchten Luft in Funktion der Soleaustrittstemperatur h_{sKS} sowie die spezifische Enthalpie der feuchten Luft am Austritt h_{fLA} sind (bislang) unbekannte Größen. Dazu werden die Energiebilanzgleichungen der Luft- und Soleströmung herangezogen:

$$\Delta \dot{Q}_0 = \Delta \dot{m}_L \cdot (h_{fLE} - h_{fLA}) \quad (128)$$

und

$$\Delta \dot{Q}_0 = \frac{\Delta \dot{m}_{KS} \cdot c_{pKS}}{b_0} \cdot (h_{sKS} - h_{sKSE}) \quad (129)$$

Aus den obigen zwei Gleichungen folgt die Beziehung zwischen den zu berechnenden Größen h_{sKS} und h_{fLA} :

$$h_{sKS} = h_{sKSE} + C_2 \cdot (h_{fLE} - h_{fLA}) \quad (130)$$

C_2 stellt wiederum eine dimensionslose Kennzahl dar:

$$C_2 = \frac{\Delta \dot{m}_L \cdot b_0}{\Delta \dot{m}_{KS} \cdot c_{pKS}} \quad (131)$$

Durch Einsetzen der Gl. (130) in Gl. (127) und unter Einbezug von Gl. (128) ergibt sich die spezifische Enthalpie der feuchten Luft am Austritt aus dem betrachteten Flächenelement:

$$h_{fLA} = \frac{h_{fLE} \cdot (C_3 - 1) + 2 \cdot h_{sKSE}}{(C_3 + 1)} \quad (132)$$

wobei C_3 eine weitere dimensionslose Kennzahl ist:

$$C_3 = \frac{2 \cdot \Delta \dot{m}_L}{\Delta C_1} + C_2 \quad (133)$$

Nun kann der totale Wärmestrom $\Delta \dot{Q}_0$ mit Gl. (128) berechnet werden.

Bei Partialdesublimation ist die Desublimationsenthalpie r_s und im Falle der Partialkondensation die Verdampfungsenthalpie r_v einzusetzen. Der zweite Term in Gl. (114) berücksichtigt den Wärmeleitwiderstand durch die Frostschicht und fällt bei der Partialkondensation weg.

3.4.3 Sensibler und latenter Wärmestrom

Der am berippten Rohrelement übertragene sensible Wärmestrom wird anhand der Temperaturabnahme der feuchten Luft berechnet:

$$\Delta \dot{Q}_s = \Delta \dot{m}_L \cdot c_{pL} \cdot (\vartheta_{LE} - \vartheta_{LA}) \quad (134)$$

Aus Gl. (61) gilt (für ein endliches Flächenelement):

$$\frac{\bar{h}_{fLE} - \bar{h}_{fLA}}{\bar{h}_{fL} - \bar{h}_{sG}} = \frac{\vartheta_{LE} - \vartheta_{LA}}{\vartheta_L - \vartheta_G} = z \quad (135)$$

und daraus berechnet sich die Austrittstemperatur der Luft:

$$\vartheta_{LA} = \frac{\vartheta_{LE} \cdot \left(1 - \frac{z}{2}\right) + \bar{\vartheta}_G \cdot z}{\left(1 + \frac{z}{2}\right)} \quad (136)$$

Dazu erforderlich ist die mittlere Phasengrenzschicht-Temperatur $\bar{\vartheta}_G$ bzw. die (fiktive) mittlere spezifische Phasengrenzschichtenthalpie \bar{h}_{sG} (mittlere spezifische Sättigungsenthalpie der feuchten Luft bei Phasengrenzschicht-Temperatur). Dazu bietet sich Gl. (126) bzw. Gl. (124) an:

$$\Delta \dot{Q}_0 = \Delta C_1 \cdot (\bar{h}_{fL} - \bar{h}_{sKS}) = \frac{\alpha_L}{c_{pfl}} \cdot (\bar{h}_{fL} - \bar{h}_{sG}) \cdot (\Delta A_R + \Delta A_{Lam}) \quad (137)$$

Gleichung (137) nach der (fiktiven) mittleren spezifischen Phasengrenzschicht-Enthalpie \bar{h}_{sG} aufgelöst ergibt:

$$\bar{h}_{sG} = \bar{h}_{fL} - \left[(\bar{h}_{fL} - \bar{h}_{sKS}) \cdot \frac{\Delta C_1 \cdot c_{pfl}}{\alpha_L \cdot (\Delta A_R + \Delta A_{Lam})} \right] \quad (138)$$

Die (fiktive) mittlere spezifische Phasengrenzschichtenthalpie \bar{h}_{sG} stellt die spezifische Sättigungenthalpie feuchter Luft bei der Phasengrenzschicht-Temperatur (über den betrachteten Querschnitt gemittelt) dar. Somit kann aus der berechneten (fiktiven) mittleren spezifischen Phasengrenzschichtenthalpie \bar{h}_{sG} die Temperatur an der Phasengrenzschicht ϑ_G berechnet werden.

Nun ergibt sich der latente Wärmestrom aus dem totalen und sensiblen Wärmestrom:

$$\Delta \dot{Q}_l = \Delta \dot{Q}_0 - \Delta \dot{Q}_s \quad (139)$$

Schliesslich kann damit der aus der feuchten Luft ausgeschiedene Massenstrom des Wasserdampfes ermittelt werden:

$$\Delta \dot{m}_{Da} = \frac{\Delta \dot{Q}_l}{r_i} \quad (140)$$

mit $r_i = r_v$ bei Partialkondensation und $r_i = r_s$ bei Partialdesublimation.

3.4.4 Soleseitiger Wärmeübergangskoeffizient

Die zur Berechnung des soleseitigen Wärmeübergangskoeffizienten α_{KS} benötigte mittlere *Nusselt-Zahl* bei thermischem und hydrodynamischem Anlauf wird gemäss VDI-Wärmeatlas [9] (Abschnitt Ga) ermittelt:

$$Nu_{m,9} = \left[Nu^3_{m,9,1} + 0.7^3 + (Nu_{m,9,2} - 0.7)^3 + Nu^3_{m,9,3} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (141)$$

mit:

$$Nu_{m,9,2} = 1.615 \cdot \left(Re \cdot Pr \cdot \frac{d_{Ri}}{l} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (142)$$

und

$$Nu_{m,9,3} = \left(\frac{2}{1 + 22 \cdot Pr} \right)^{\frac{1}{6}} \cdot \left(Re \cdot Pr \cdot \frac{d_{Ri}}{l} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (143)$$

3.4.5 Luftseitiger Wärmeübergangskoeffizient

Der luftseitige Wärmeübergangskoeffizient wurde bei trockenen Bedingungen im Lamellenluftkühler experimentell ermittelt. Das Verfahren basiert auf der Berechnungsmethode für Lamellenluftkühler aus dem VDI-Wärmeatlas [9] (Abschnitt Mb1). Dabei wurden folgende Annahmen und Vereinfachungen getroffen:

- Ermittelt wird ein mittlerer Wärmeübergangskoeffizient.
- Die Luftströmung verläuft parallel zu den Lamellen.
- Der Wärmeübergang infolge Strahlung wird nicht berücksichtigt.
- Der Wärmeübergangskoeffizient zwischen Luft und freier Rohrfläche sowie zwischen Luft und Lamellenoberfläche wird als gleich gross angenommen.

Zuerst wird ein *scheinbarer Wärmeübergangskoeffizient* α_{schein} berechnet aus VDI-Wärmeatlas [9] (Abschnitt Mb1):

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_{schein}} + \frac{A_0}{A_{Ri}} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_{KS}} + \frac{d_{Ra} - d_{Ri}}{2 \cdot \lambda_R} \right) \quad (144)$$

Der *scheinbare Wärmeübergangskoeffizient* ist damit die Grösse, in der sich noch alle Werte, wie Lamellenhöhe, -abstand, -dicke, -wärmeleitfähigkeit auf die Wärmeübertragung auswirken. Die den wahren Wärmeübergang beeinflussenden Faktoren, wie die Strömungsgeschwindigkeit, drücken sich in einem entsprechend hohen Wert des wahren Wärmeübergangskoeffizienten α_L aus. Zwischen α_L und α_{schein} gilt die Beziehung:

$$\alpha_{schein} = \alpha_L \cdot \left[\frac{A_{Ra}}{A_0} + \eta_{Lam} \cdot \frac{A_{Lam}}{A_0} \right] \quad (145)$$

Zwischen α_L und η_{Lam} gilt die Beziehung nach Gl. (116), (117) und (118). Die Wärmeübergangskoeffizienten α_L wurden in MAPLE für die aus Messergebnissen ermittelten, *scheinbaren Wärmeübergangskoeffizienten* α_{schein} berechnet.

Mit den aus umfangreichen Versuchen ermittelten α_L -Werten wurden anschliessend die *Nusselt-Zahlen* in Abhängigkeit der *Reynolds-Zahl* berechnet.

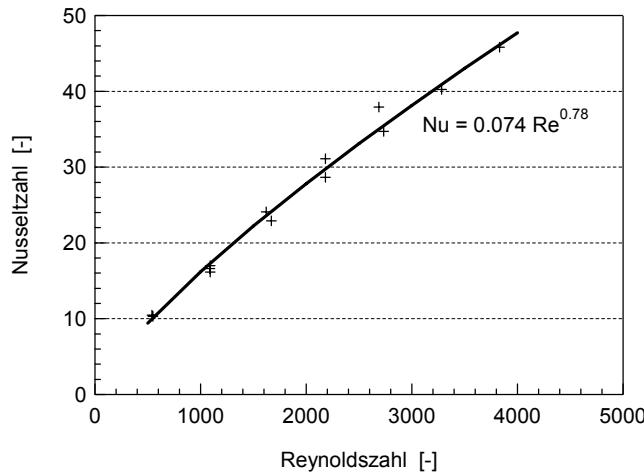


Abb. 3-3: Nusselt-Zahl in Abhängigkeit der Reynolds-Zahl für VLK1 und VLK2.

$$Nu = \frac{\alpha_L \cdot d_{Ra}}{\lambda_L} \quad (146)$$

Mit den berechneten *Reynolds-* und *Nusselt-Zahlen* wurde eine Beziehung zwischen *Reynolds-* und *Nusselt-Zahl* für die untersuchten Lamellenluftkühler-Geometrien und quasi trockener Luft als Medium ermittelt (Abb. 3-3).

$$Nu = 0.074 \cdot Re^{0.78} \quad (147)$$

Für die untersuchten Geometrien der Lamellenluftkühlern ergibt sich die folgenden Einheitengleichung für α_L in $\text{W/m}^2\text{K}$:

$$\frac{\alpha_L}{[\text{W/m}^2\text{K}]} = 45 \cdot \left(\frac{w_{\text{Lam}}}{[\text{m/s}]} \right)^{0.78} \quad (148)$$

Dabei steht w_{Lam} für die mittlere Luftgeschwindigkeit zwischen den Lamellen in m/s (Abb. 3-4).

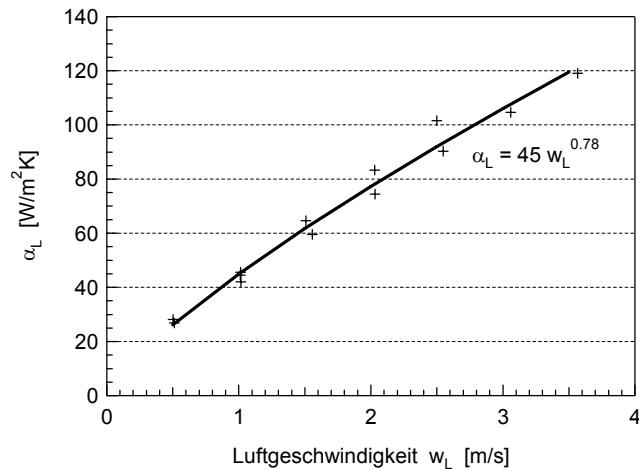


Abb. 3-4: Wärmeübergangskoeffizient in Abhängigkeit der Luftgeschwindigkeit.

Die Korrelation für die *Nusselt-Zahl* in Lamellenluftkühlern aus dem VDI-Wärmeatlas [9] gibt eine Streubreite von $\pm 10\%$ bis $\pm 25\%$ für die untersuchten Reynolds-Zahlen und Geometrien an. Diese Streubreite wurde ebenfalls für die in dieser Studie untersuchten Lamellenluftkühler gefunden. Somit ermöglicht die Beziehung nach Gl. (147) eine genauere Berechnung der *Nusselt-Zahlen* für die untersuchten Lamellenluftkühler-Geometrien.

Haas berichtet in Plank [10], dass Kondensat im Lamellenluftkühler anfänglich zu einer Erhöhung des luftseitigen Druckverlustes führt und der Wärmeübergang verbessert wird. Die Summe beider Effekte wirkt sich so aus, dass die Wärmeübergangskoeffizienten nur geringfügig niedriger als bei trockenen Bedingungen sind. Dies bestätigen auch unsere Messungen und Berechnungen bei auftretender Partialkondensation im Lamellenluftkühler. Unsere Untersuchungen in LOREF 1 [1] zeigten auch, dass die Frostrauhigkeit bzw. die Oberflächenbeschaffenheit des Frostes nur einen marginalen Einfluss auf den Wärmeübergangskoeffizienten hat. Somit werden die Wärmeübergangskoeffizienten bei trockenen, feuchten und verfrostenen Bedingungen mit der Korrelation gemäss Gl. (148) ermittelt.

Die Reduktion des freien Strömungsquerschnittes zwischen den Lamellen infolge der anwachsenden Frostschicht ist jedoch zwingend zu berücksichtigen.

4 Luftseitiger Druckverlust in einem Lamellenluftkühler bei Eis- und Frostbildung

4.1 Einführung

Die Abnahme des übertragenen Wärmestromes während der Eis- und Frostbildung in einem Lamellenluftkühler wird hauptsächlich durch die Reduktion des Luftstromes verursacht: Die Eis- bzw. Frostschicht verringert den freien Strömungsquerschnitt des Lamellenluftkühlers, wodurch der luftseitige Druckverlust ansteigt. Abhängig von der Ventilatorkennlinie nimmt der Luftvolumenstrom dabei ab. Der Wärmeleitwiderstand der Eis- bzw. Frostschicht selbst hat nur einen sekundären Einfluss und wirkt sich in den meisten Fällen nur gering auf den übertragenen Wärmstrom aus (LOREF 1 [1], Fahlén [3]).

Mit Wachstum der Frostdicke verstärken sich die oben beschriebenen Phänomene, was zu einer markanten Reduktion des übertragenen Wärmestromes führen kann. Somit ist es wichtig, das Wachstum der Eis- bzw. Frostschicht und die Auswirkung auf den Strömungswiderstand genau zu kennen. In den meisten Forschungsarbeiten wurde die Eis- bzw. Frostdicke mit Sensoren und verschiedenen optischen Hilfsmitteln ermittelt. Solche Messungen sind umständlich und liefern die lokale Eis/Frostdicke nur an der jeweiligen Position. Da die Oberflächenbeschaffenheit des Frostes bzw. Eises stark vom Betriebszustand des Lamellenluftkühlers abhängig ist, wird eine genaue Ermittlung der Frostdicke durch Messungen zusätzlich erschwert. Ein nächster markanter Parameter, der sowohl den Druckverlust als auch den Wärmestrom entscheidend beeinflusst, ist die Dichte des als Eis oder Frost ausgeschiedenen Wasserdampfes. Die Frostdichte wird üblicherweise aus der Frostmasse und -dicke ermittelt. Da beide Messungen recht stark mit Fehlern behaftet sind, ist die Ermittlung der Frostdichte ebenfalls mit gröserer Unsicherheit verbunden.

Die Berechnung des luftseitigen Druckverlustes in trockenen Luftkühlern forderte bereits grosse Bemühungen seitens der Forscher. Glas [4] hat eine einfache empirische und ziemlich genaue Formel für die Berechnung des Druckverlustes erarbeitet. Man versuchte häufig diese Methode auch für verfroste und/oder vereiste Lamellenluftkühler anzuwenden. Ein gangbarer Weg hat Fahlén [3] vorgeschlagen. Er definierte eine *effektive Eis- bzw. Frostdicke* als die Dicke einer ebenen Schicht, die den gleichen Druckverlust wie die aktuelle Eis/Frostschicht mit all ihren Unregelmässigkeiten ergibt. Zur Ermittlung dieser effektiven Frostdicke werden empirische Berechnungsformeln des luftseitigen Druckverlustes in einem Lamellenluftkühler als Funktionen der Luftdaten, -geschwindigkeit und Luftkühlergeometrie verwendet, die sich für trockene Lamellenluftkühler bewährt haben. Dies bietet die Möglichkeit, aufgrund der Änderung des freien Strömungsquerschnittes durch Messung des Luftvolumenstromes und Druckverlustes auf die effektive Eis- bzw. Frostdicke zu schliessen. Wird zusätzlich die Frostmasse gemessen, kann auch eine effektive Frostdichte ermittelt werden. – Es muss hier angemerkt werden, dass sowohl die effektive Eis- oder Frostdicke aber auch die effektive Frostdichte lediglich Rechengrössen darstellen. Es zeigt sich aber, dass dieser eher pauschale Ansatz sehr zweckmässig ist und den physikalischen Prozess weit über die Erwartungen sehr gut wiedergibt.

Der Druckverlust während der Anfangsphase verläuft recht stochastisch; das zeigen auch Messungen. Die Eis- und Frostbildung und somit der Druckverlust sind noch klein. Jedoch interessiert für die praktischen Aufgaben die zeitliche Entwicklung des Druckverlustes und dies über längere Intervalle, nämlich dann, wenn die Eis- oder Frostschicht zu einer Reduktion des übertragenen Wärmestromes führt.

4.2 Druckverlust im trockenen Lamellenluftkühler

Der totale luftseitige Druckverlust wird allgemein üblich additiv ermittelt aus dem Druckverlust am Ein- und Austritt, dem Druckverlust der quer angeströmten Rohre und dem Druckverlust entlang der Lamellen:

$$\Delta p_{V0} = \Delta p_{V_{EA}} + \Delta p_{V_{Lam}} + \Delta p_{V_R} \quad (149)$$

Dagegen verwendet Fahlén [3] eine einfache (praktische) Formel zur Berechnung des totalen luftseitigen Druckverlustes in trockenen Lamellenluftkühlern basierend auf dem Staudruck des Luftstromes. Er formulierte folgende Einheitengleichung:

$$\frac{\Delta p_{V0}}{[Pa]} = 5 \cdot \frac{n_R}{s_{Lam}} \cdot \frac{\rho_{fl}}{[kg/m^3]} \cdot \left(\frac{w_L}{[m/s]} \right)^2 \quad (150)$$

dabei bedeuten n_R = Anzahl der Rohrreihen, s_{Lam} = Lamellenabstand, ρ_{fl} = Dichte der feuchten Luft w_L = Luftgeschwindigkeit am Luftkühlereintritt.

Wir haben obige Formel (im Bereich der in LOREF 2 Teil 1 [11] Kapitel 5 untersuchten Geometrien) validiert und dabei gute Ergebnisse erhalten. Die maximale Abweichung zwischen gemessenen und berechneten Werten betrug rund 10% für den Luftgeschwindigkeitsbereich von 1 bis 3 m/s.

Unter Einbezug der Kontinuitätsgleichung und der Gl. (150) lässt sich der Druckverlust (bei trockenem Lamellenluftkühler) in Abhängigkeit des Luftvolumenstroms am Luftkühlereintritt ausdrücken mit (Einheitengleichung):

$$\Delta p_{V0} = 5 \cdot \frac{n_R}{n_{Lam}^2 \cdot H^2} \cdot \rho_{fl} \cdot \frac{\dot{V}_{L0}^2}{s_{Lam}^3} \cdot 10^{-3} \quad (151)$$

dabei bedeuten n_{Lam} = Lamellenanzahl, \dot{V}_{L0} = Luftvolumenstrom bei trockenem Lamellenluftkühler in m^3/s und H = Höhe des Lamellenluftkühlers in m.

4.3 Druckverlust im vereisten und/oder verfrostenen Lamellenluftkühler

Der freie Strömungsquerschnitt des Lamellenluftkühlers wird infolge der Eis- bzw. Frostbildung kontinuierlich verringert. Entsprechend lautet die Einheitengleichung für den totalen Druckverlust des verfrostenen oder vereisten Lamellenluftkühlers:

$$\Delta p_{VF} = 5 \cdot \frac{n_R}{n_{Lam}^2 \cdot H^2} \cdot \rho_{fl} \cdot \frac{\dot{V}_L^2}{(s_{Lam} - 2 \cdot \delta_F)^3} \cdot 10^{-3} \quad (152)$$

Gleichung (151) nach dem Lamellenabstand s_{Lam} aufgelöst, in Gl. (152) eingesetzt und nach der effektiven Eis/Frostdicke aufgelöst ergibt:

$$\delta_F = \left(\frac{0.625 \cdot 10^{-3} \cdot n_R \cdot \rho_{fl}}{n_{Lam}^2 \cdot H^2} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{\dot{V}_{L0}^{\frac{2}{3}}}{\Delta p_{V0}^{\frac{1}{3}}} - \frac{\dot{V}_L^{\frac{2}{3}}}{\Delta p_{VF}^{\frac{1}{3}}} \right) \quad (153)$$

Gleichung (153) ermöglicht durch Messung von Druckverlust und Luftvolumenstrom die zeitliche Entwicklung der effektiven Eis/Frostdicke δ_F zu ermitteln:

$$\delta_F = f(\Delta p_{VF}(t), \dot{V}_L(t)) \quad (154)$$

Durch die Messung der Luftfeuchte am Luftkühlereintritt und -austritt ergibt sich die ausgeschiedene Eis- oder Frostmasse bzw. die Kondensatmasse bei Partialkondensation. Sie kann ebenfalls mit der simultanen Wärme- und Stoffübertragung (vgl. Abschnitt 2.3) berechnet werden. Die Abhängigkeit zwischen der (aus Messungen ermittelten) effektiven Eis- und Frostdicke und der Frostmassenbeladung (abgelagerte Frostmasse bezogen auf die Wärmeübertrager-Fläche) wurde untersucht und empirische Korrelationen dazu entwickelt.

Abb. 4-1 zeigt die effektive Frostdicke δ_F in Abhängigkeit der Frostmassenbeladung m_{aF} für den Versuchsluftkühler 2 und zwar für Lamellentemperaturen kleiner als -5.5°C .

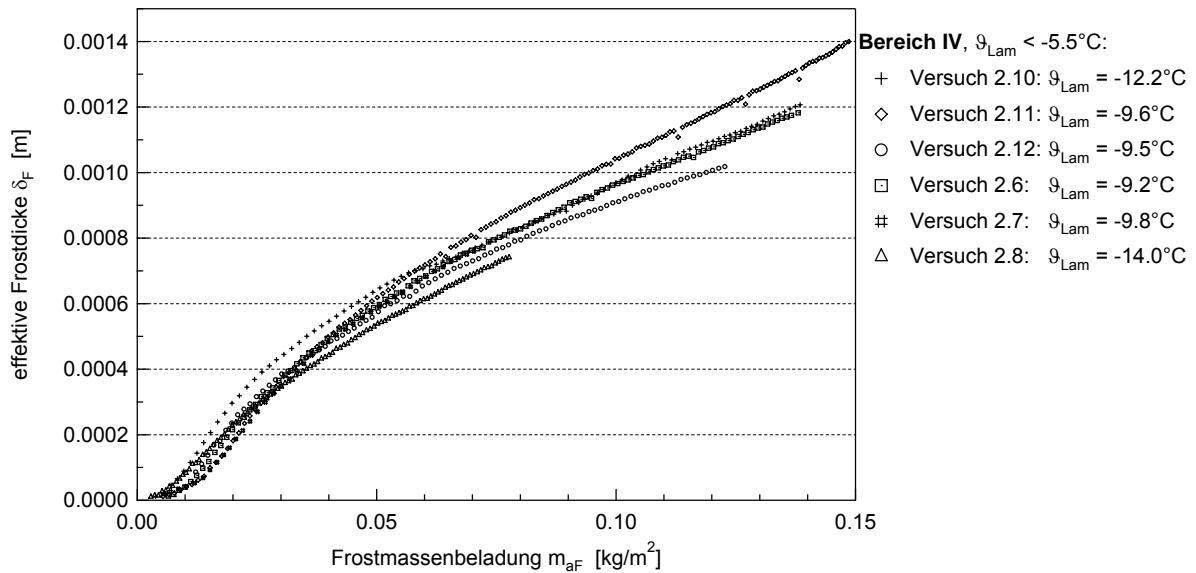


Abb. 4-1: Effektive Frostdicke in Abhängigkeit der Frostmassenbeladung des Versuchsluftkühlers 2 bei Lamellentemperaturen unter -5.5°C (Bereich IV) aus Messungen (Versuchsnummer siehe LOREF 2 Teil 1 [11]).

Bei tiefen Lamellentemperaturen (tiefer als rund -5.5°C) entsteht im gesamten Lamellenluftkühler reiner Frost, d.h. ohne Eis- bzw. Kondensatbildung (Bereich IV) – vgl. Abb. 4-2.

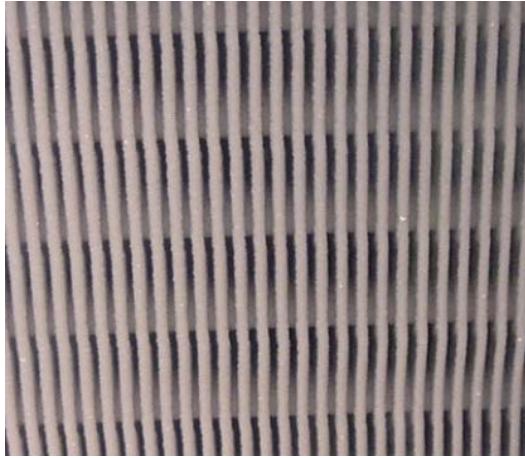


Abb. 4-2: Frostbildung Bereich IV: Lamellentemperatur niedriger als -5.5°C .

Für die Frostmassenbeladung $m_{\text{af}} \leq 0.03 \text{ kg/m}^2$ ist die effektive Frostdicke proportional zur Frostmassenbeladung. Die Ausgleichsrechnung ergibt die Beziehung (Bereich IV):

$$\frac{\delta_F}{[\text{m}]} = 0.0092 \cdot \frac{m_{\text{af}}}{[\text{kg/m}^2]} \quad \text{Bereich IV} \quad (155)$$

Für $m_{\text{af}} > 0.03 \text{ kg/m}^2$ korreliert die gebildete effektive Frostdicke mit der Regressionsgleichung (Bereich IV):

$$\frac{\delta_F}{[\text{m}]} = 0.005 \cdot \left(\frac{m_{\text{af}}}{[\text{kg/m}^2]} \right)^{0.65} - 0.0002 \quad \text{Bereich IV} \quad (156)$$

Bei Lamellentemperaturen zwischen -5.5°C und -4.1°C vereisen die entstehenden Kondensattropfen (bzw. der Kondensatfilm) und anschliessend bildet sich Frost (Abb. 4-3).

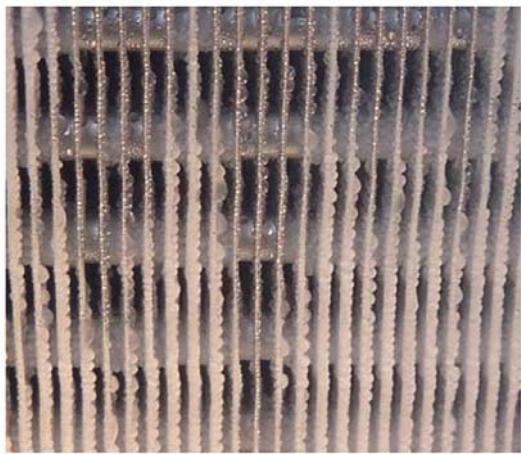


Abb. 4-3: Eis/Frostbildung Bereich III: Lamellentemperatur zwischen -5.5°C und -4.1°C .

In diesem Frostbildungsbereich (Bereich III) gilt folgende lineare Regressionsgleichung für die effektive Frostdicke (Abb. 4-5):

$$\frac{\delta_F}{[m]} = 0.0051 \cdot \frac{m_{aF}}{[kg/m^2]} \quad \text{Bereich III} \quad (157)$$

Bei Lamellentemperaturen zwischen -4.1°C und -3.0°C vereisen die Kondensatropfen (bzw. der Kondensatfilm) und im Gegensatz zu obigem Bereich (von -5.5°C bis -4.1°C) entsteht anschliessend kein Frost – vgl. Abb. 4-4.



Abb. 4-4: Eisbildung Bereich II: Lamellentemperatur zwischen -4.1°C und -3.0°C .

Die Regressionsgleichung zur Berechnung der effektiven Eisdicke (Bereich II) lautet:

$$\frac{\delta_F}{[m]} = 0.0028 \cdot \frac{m_{aF}}{[kg/m^2]} \quad \text{Bereich II} \quad (158)$$

Die Korrelationen zur Berechnung der effektiven Eis- bzw. Frostdicken der Bereiche II und III wurden analog zum Bereich IV ermittelt. Dabei wurden jedoch lediglich Messreihen verwendet, bei welchen sich jeweils ein bzw. zwei Pakete in den genannten Frostbildungsbereichen befinden. Abb. 4-5 zeigt die effektiven Frostdicken der Bereiche II und III in Funktion der Frostmassenbeladung.

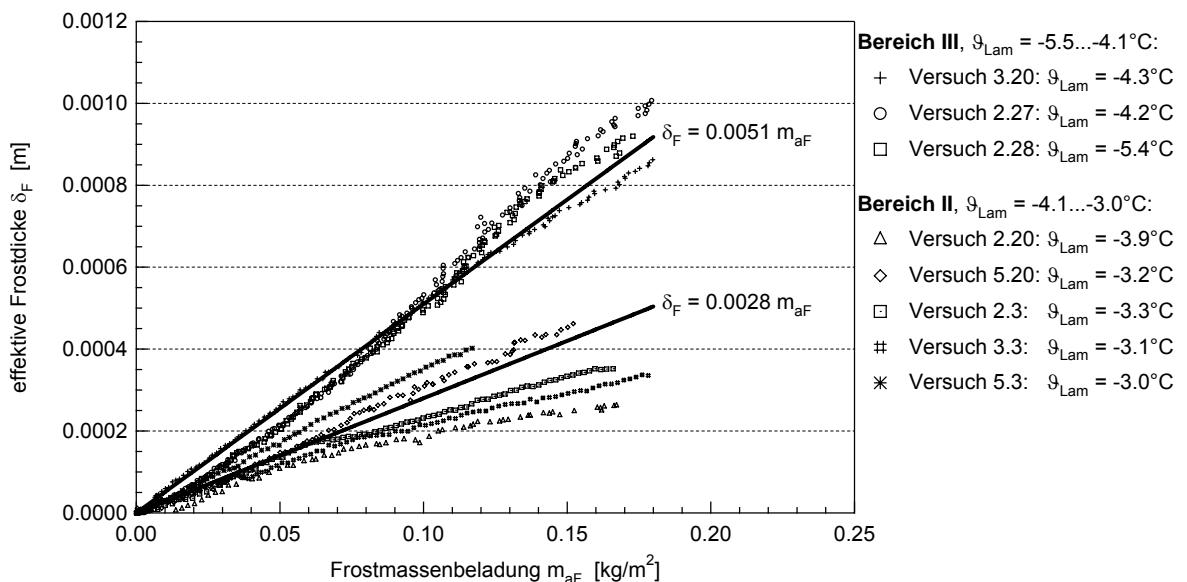


Abb. 4-5: Effektive Frostdicke in den Bereichen II und III aus Messungen (Versuchsnummer siehe LOREF 2 Teil 1 [11]).

Die ermittelten empirischen Korrelationen zwischen der effektiven Eis/Frostdicke und der Frostmassenbeladung des ausgeschiedenen Eis/Frostes werden im Simulationsprogramm angewendet, um aus der berechneten Frostmassenbeladung des Eis/Frostes auf die effektive Eis/Frostdicke zu schliessen. Anhand von Gl. (152) und den obigen empirischen Korrelationen zur Berechnung der effektiven Frostdicke kann die zeitliche Entwicklung der Frostdicke und des Druckverlustes simuliert werden.

4.4 Druckverlust im feuchten Lamellenluftkühler

Bei Lamellentemperaturen höher als -3.0°C (Bereich I) kondensiert Wasserdampf aus der feuchten Luft an den Lamellen und Rohren und es bilden sich Kondensatropfen (Abb. 4-6).

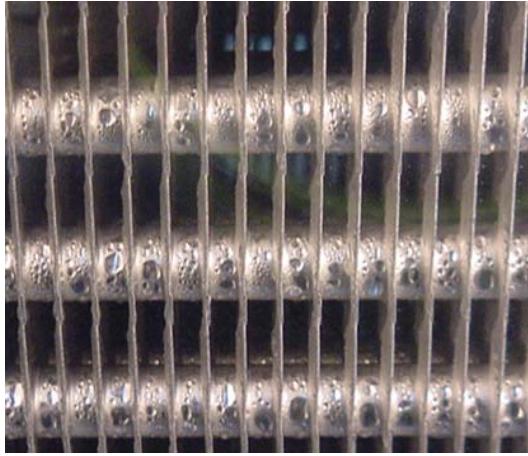


Abb. 4-6: Kondensatbildung Bereich I: Lamellentemperatur grösser als -3.0°C .

Bei Partialkondensation im Lamellenluftkühler nimmt der luftseitige Druckverlust in einer ersten Phase zu, bis er ca. den doppelten Anfangsdruckverlust erreicht, anschliessend bleibt er nahezu konstant – vgl. Abb. 4-7. Ursache dafür ist, dass das Kondensat ab einer bestimmten Filmdicke kontinuierlich an den Lamellen abfließt.

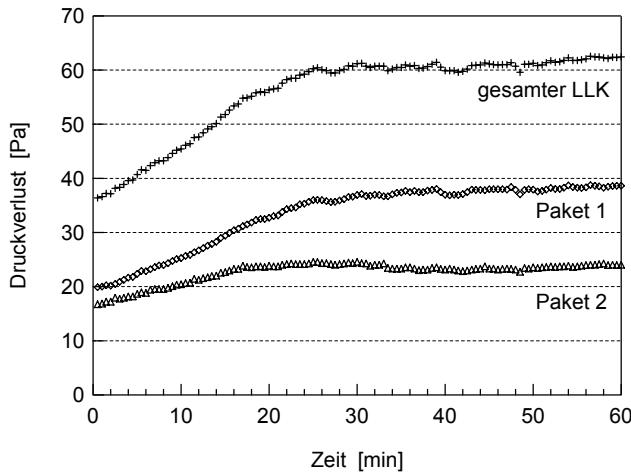


Abb. 4-7: Druckverlust bei Kondensatbildung (Bereich I) aus Messungen.

Dieses Verhalten des Druckverlustes bei Partialkondensation bestätigt ebenfalls Plank [10] in seiner Recherche über Forschungsarbeiten auf diesem Gebiet. Wir stellen fest, dass die Kondensat-

massenbeladung des ausgeschiedenen Kondensates, zum Zeitpunkt in welchem der Druckverlust stagniert, ungefähr 0.125kg/m^2 beträgt. Für den Zeitabschnitt, in welchem der Druckverlust zunimmt, haben wir die folgende empirische Korrelation zur Berechnung des Druckverlustes in Funktion der Kondensatmassenbeladung (Definition analog zur Frostmassenbeladung) ermittelt:

$$\frac{\Delta p_{VK}}{[\text{Pa}]} = \frac{\Delta p_{V0}}{[\text{Pa}]} \cdot \left(1 + 7.2 \cdot \frac{m_{aK}}{[\text{kg/m}^2]} \right) \quad \text{Bereich I} \quad (159)$$

Diese Korrelation wird im Simulationsprogramm angewendet, um die zeitliche Entwicklung des Druckverlustes bei Partialkondensation von Wasserdampf aus feuchter Luft zu simulieren.

5 Berechnungsmethode für komplexe Wärmeübertrager-Schaltungen

5.1 Einführung

Die in den Kapiteln 3 und 4 hergeleiteten Gleichungen ermöglichen die Berechnung der Kondensat- und/oder Eis- und Frostbildung in einem Lamellenluftkühlerelement bzw. in einer einzelnen Rohrreihe. Ein Lamellenluftkühler setzt sich aus mehreren Rohrreihen zusammen, die üblicherweise nicht gleichmäßig verfrosten. Für die Optimierung der Geometrie des Lamellenluftkühlers ist es somit wichtig, die Frost- bzw. Kondensatablagerung an den einzelnen Rohrreihen simulieren zu können.

Zur Berechnung der Wärmeübertrager-Schaltung wurde eine auf gekoppelten Matrizengleichungen basierende Methode angewendet, die eine iterationslose Berechnung ermöglicht. Diese Methode ist für beliebige Schaltungsvarianten anwendbar.

Für die Simulation wurde der Lamellenluftkühler als Schaltung mehrerer, ideal durchströmter Apparate aufgefasst, wobei jeder Apparat eine Rohrreihe repräsentiert. Die nachfolgend dargestellten Berechnungsvorgänge mittels gekoppelten Matrizengleichungen wurden bereits von Bošnjakovic [5] vorgeschlagen und später von Strelow [6] weiterentwickelt. Sie wurden in dieser Arbeit nochmals weiter modifiziert und ergänzt für die simultane Wärme- und Stoffübertragung, und zwar so, dass die beiden treibenden Gefälle, nämlich Temperatur- und Konzentrationsgefälle, durch die hier verwendeten Enthalpiegefälle anwendbar sind.

5.2 Die Berechnung eines Wärmeübertragers: Ein beripptes Rohr

Wir betrachten die Abkühlung der feuchten Luft mittels Kältesole innerhalb einer Rohrreihe – vgl. Black-Box Darstellung in Abb. 5-1.

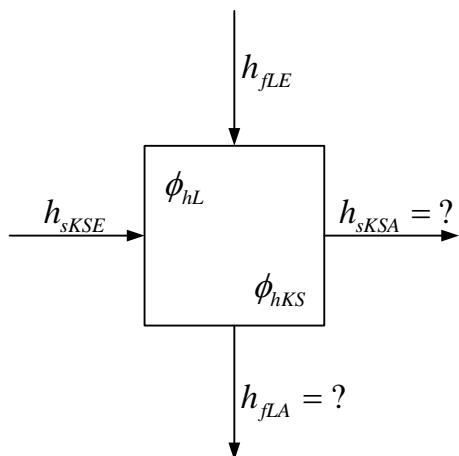


Abb. 5-1: Berechnungsschema eines Wärmeübertragers mit feuchter Luft und Kältesole.

Die Abkühlung der feuchten Luft wird mit der *Betriebscharakteristik* ϕ_{hL} und die Erwärmung der Kältesole mit der *Betriebscharakteristik* ϕ_{hKS} beschrieben:

$\phi_{hL} = f(k, A, \dot{U}_L, \dot{U}_{KS})$ bzw. $\phi_{hKS} = f(k, A, \dot{U}_{KS}, \dot{U}_L)$ vgl. auch Gl. (107) und (108).

Beide Betriebscharakteristiken sind dabei proportional voneinander abhängig:

$$\dot{U}_L \cdot \phi_{hL} = \dot{U}_{KS} \cdot \phi_{hKS} \quad (160)$$

mit

$$\dot{U}_L = \dot{m}_L \quad (161)$$

und

$$\dot{U}_{KS} = \frac{\dot{m}_{KS} \cdot c_{pKS}}{b_0} \quad (162)$$

Die reale Strömungsführung der in dieser Studie untersuchten Lamellenluftkühler entspricht dem Kreuzgegenstrom. Zur Vereinfachung wird sie hier jedoch durch eine reine Gegenstrom-Führung approximiert. Für den Gegenstrom existiert die exakte Beziehung für die Betriebscharakteristik (Herleitung siehe Abschnitt 3.3):

$$\phi_{hL} = \frac{(h_{fLE} - h_{fLA})}{(h_{fLE} - h_{sKSE})} = \frac{1 - e^{\left[-\left(\frac{k_1 \cdot A_0 - k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_{KS} - \dot{U}_L} \right) \right]}}{1 - \frac{\dot{U}_L}{\dot{U}_{KS}} \cdot e^{\left[-\left(\frac{k_1 \cdot A_0 - k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_{KS} - \dot{U}_L} \right) \right]}} \quad (163)$$

$$\phi_{hKS} = \frac{\dot{U}_L \cdot \phi_{hL}}{\dot{U}_{KS}} \quad (164)$$

Mit den hergeleiteten Betriebscharakteristiken der feuchten Luft und der Kältesole ist es möglich, den Zusammenhang zwischen Eintritts- und Austrittsenthalpien der beiden Ströme in einem Wärmeübertrager mit einem linearen Ansatz zu beschreiben.

$$h_{fLA} = h_{fLE} \cdot (1 - \phi_{hL}) + h_{sKSE} \cdot \phi_{hL} \quad (165)$$

und

$$h_{sKSA} = h_{fLE} \cdot \phi_{hKS} + h_{sKSE} \cdot (1 - \phi_{hKS}) \quad (166)$$

und als Matrizendarstellung:

$$\begin{bmatrix} h_{fLA} \\ h_{sKSA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \phi_{hL} & \phi_{hL} \\ \phi_{hKS} & 1 - \phi_{hKS} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_{fLE} \\ h_{sKSE} \end{bmatrix} \quad (167)$$

$$h_A = \phi \cdot h_E$$

Die Matrix ϕ kann als verallgemeinerte Apparatecharakteristik aufgefasst werden.

5.3 Die Berechnung einer Wärmeübertragerschaltung: Mehrere berippte Rohrreihen

Bei der Berechnung eines Lamellenluftkühlers, bestehend aus mehreren Rohrreihen, werden ausgehend von den Massendurchsätzen, Wärmedurchgangskoeffizienten, Wärmeübertragerflächen und Eintrittsenthalpien (der beiden Ströme) die Austrittsenthalpien jeder Rohrreihe berechnet. Infolgedessen können weiter die jeweils übertragenen Wärmeströme pro Rohrreihe ermittelt werden. Hier ist nochmals darauf hinzuweisen, dass soleseitig die Sättigungsenthalpie der feuchten Luft bei der jeweiligen Soletemperatur verwendet wird.

Für die mathematische Beschreibung der technischen Funktion einer Wärmeübertragerschaltung wird das *Funktionsmodell* definiert. Es entsteht durch formale Extrapolation des Matrixmodells (167) und bildet den Zusammenhang zwischen Eintritts- und Austrittsenthalpien pro Rohrreihe:

$$\begin{bmatrix} h_{fLA} \\ h_{sKSA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E - \phi_{hL} & \phi_{hL} \\ \phi_{hKS} & E - \phi_{hKS} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_{fLE} \\ h_{sKSE} \end{bmatrix} \quad (168)$$

$$h_A = \phi \cdot h_E$$

Die Funktionsmatrix ϕ besteht aus 4 Untermatrizen. Diese weisen für eine Schaltung mit m Rohrreihen das Format $m \times m$ auf. Die Untermatrizen ϕ_{hL} und ϕ_{hKS} sind Diagonalmatrizen. An den Position (i, i) befinden sich die Betriebscharakteristiken ϕ_{hL} bzw. ϕ_{hKS} des i -ten Apparates. Die Vektoren h_{fLE} und h_{fLA} enthalten an i -ter Position die Ein- bzw. Austrittsenthalpie der feuchten Luft von Rohrreihe i . Analog enthalten die Vektoren h_{sKSE} und h_{sKSA} an i -ter Position die Ein- bzw. Austrittsenthalpie der gesättigten Luft bei Soleeintritts- und Austrittstemperatur von der i -ten Rohrreihe.

Obwohl das Funktionsmodell die Austrittsenthalpien h_A der Wärmeübertrager als Funktion der Eintrittsenthalpien h_E exakt beschreibt, liefert es noch keine Lösung, da aufgrund der Apparateschaltung auch im Vektor h_E unbekannte Enthalpien vorkommen. Somit liegen zwei unbekannte Vektoren vor und es ist notwendig, eine zweite, nämlich strukturbeschreibende Matrix zu formulieren. Es wird das *Inputmodell* definiert:

$$\begin{bmatrix} h_{fLE} \\ h_{sKSE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{LL} & S_{LK} \\ S_{SL} & S_{SS} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_{fLA} \\ h_{sKSA} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_L & 0 \\ 0 & I_{KS} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h^I_{fLE} \\ h^I_{sKSE} \end{bmatrix} \quad (169)$$

$$h_E = S \cdot h_A + I \cdot h^I_E$$

In obiger Matrix ist zwischen den Eintrittsenthalpien der einzelnen Rohreihen h_E und derjenigen des gesamten Lamellenluftkühlers h^I_E zu unterscheiden.

Die *Strukturmatrix* S beschreibt die Kopplung zwischen den einzelnen Rohrreihen. Sie besteht aus vier quadratischen Untermatrizen des Formates $m \times m$. Die Matrixelemente nehmen die Werte 0 oder 1 an. Der Wert Eins bedeutet:

$S_{LL}(i, j)$:= Der *warme* Luftstrom aus Rohrreihe j fliesst als *warmer* Strom in die Rohrreihe i .

$S_{KL}(i, j)$:= Der *kalte* Solenstrom aus Rohrreihe j fliesst als *warmer* Strom in die Rohrreihe i .

$S_{LK}(i, j)$:= Der *warme* Luftstrom aus Rohrreihe j fliesst als *kalter* Strom in die Rohrreihe i .

$S_{KK}(i, j)$:= Der *kalte* Solenstrom aus Rohrreihe j fliesst als *kalter* Strom in die Rohrreihe i .

Es ist klar, dass die Untermatrizen S_{KL} und S_{LK} (bei einer Schaltung, wie sie in einem Lamellenluftkühler vorkommt) Nullmatrizen sind.

Die *Inputmatrix* I lokalisiert die Eingänge der Wärmeübertrager, an welchen die Prozessströme in die Schaltung eintreten. Sie besteht aus zwei Nullmatrizen sowie den Untermatrizen I_L und I_S . Die Untermatrizen sind nicht quadratisch. Ihr Format für L Luftströme und S Solenströme ist $m \times L$ bzw. $m \times S$. Die Matrixelemente nehmen die Werte Null oder Eins an. Es bedeuten:

$I_L(i, j) = 1$: Der Luftstrom tritt an der Rohrreihe i in den Lamellenluftkühler

$I_K(i, j) = 1$: Der Solenstrom tritt an der Rohrreihe j in den Lamellenluftkühler

Mit Gl. (169) ist ein weiterer mathematischer Zusammenhang zwischen den Vektoren h_E und h_A gegeben. Die Gl. (168) und (169) bilden ein Matrizengleichungssystem mit zwei unbekannten Vektoren, welches in allgemeiner Form lösbar ist. Durch Einsetzen von Gl. (169) in (168) und auflösen nach dem Vektor der Austrittsenthalpien der einzelnen Rohreihen h_A ergibt sich:

$$h_A = (E - \phi \cdot S)^{-1} \cdot \phi \cdot I \cdot h^I_E \quad (170)$$

Um aus dem Vektor der Rohrreihen-Austrittsenthalpien h_A die Enthalpien h^O_A „herauszufiltern“, mit denen die Ströme den gesamten Lamellenluftkühler verlassen, ist ein weiteres strukturbeschreibendes Modell, das *Outputmodell* erforderlich:

$$\begin{bmatrix} h_{fLA}^O \\ h_{sKSA}^O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_L & 0 \\ 0 & O_S \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_{fLA} \\ h_{sKSA} \end{bmatrix} \quad (171)$$

$$h^O_A = O \cdot h_A$$

Die Outputmatrix O besteht, neben zwei Nebenmatrizen, aus den Untermatrizen O_L und O_S . Sie besitzen das Format $L \times m$ bzw. $S \times m$. Ihre Elemente weisen die Werte Null oder Eins auf. Die Werte 1 bedeuten:

$O_L(i, j) = 1$: Der Luftstrom verlässt nach der Rohrreihe i den Lamellenluftkühler

$O_S(i, j) = 1$: Der Solestrom verlässt nach der Rohrreihe j den Lamellenluftkühler

Durch formales Einsetzen von Gl. (170) in Gl. (171) erhält man eine Beziehung, welche die Austrittsenthalpien der Luft und Sole aus dem Lamellenluftkühler in Abhängigkeit der Eintrittstemperaturen darstellt:

$$\begin{aligned} h^O_A &= O \cdot (E - \phi \cdot S)^{-1} \cdot \phi \cdot I \cdot h^I_E \\ h^O_A &= \phi^S \cdot h^I_E \end{aligned} \quad (172)$$

Die Matrix ϕ^S besitzt das Format $(L + S) \times (L + S)$. Sie beschreibt im Vektorraum der Enthalpien die Resultierende eines Polygonzuges. Dieser Polygonzug setzt sich aus den Prozessgeraden der Rohrreihencharakteristiken zusammen. Die Matrix ϕ^S wird deshalb in Analogie zur Rohrreihencharakteristik ϕ^R als *Schaltungscharakteristik* bezeichnet.

5.4 Die Berechnung einer Wärmeübertragerschaltung: Ein Beispiel

Die vorgestellte Berechnungsmethode wird an einem Lamellenluftkühler mit zwei Rohrreihen beispielhaft demonstriert. Dabei handelt es sich gemäss Abb. 5-2 um einen Gegenstrom-Wärmeübertrager.

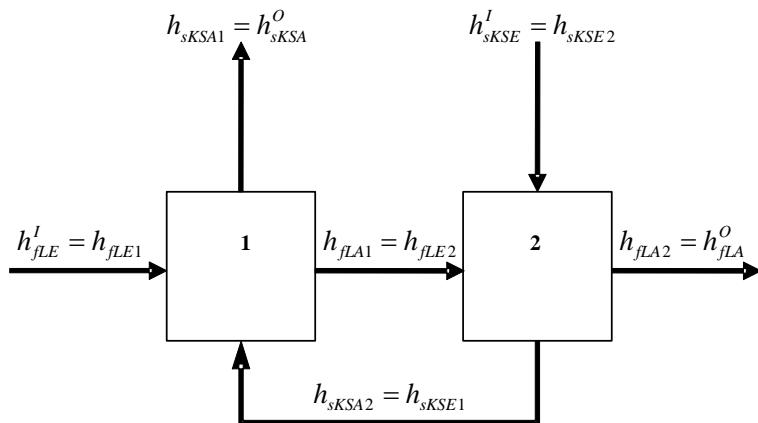


Abb. 5-2: Strömungsführung mit Bezeichnungen des Wärmeübertragers mit zwei Rohrreihen.

Mit den betrachteten zwei Rohrreihen des Lamellenluftkühlers ergibt sich die Funktionsmatrix ϕ aus den Betriebscharakteristiken der Luft ϕ_{hL} , sowie der Sole ϕ_{hKS} . Dabei gilt für die genannten Betriebscharakteristiken der Luft und der Sole:

$$\phi_{hL} = \begin{bmatrix} \phi_{hL1} & 0 \\ 0 & \phi_{hL2} \end{bmatrix} \quad (173)$$

und

$$\phi_{hKS} = \begin{bmatrix} \phi_{hKS1} & 0 \\ 0 & \phi_{hKS2} \end{bmatrix} \quad (174)$$

Somit gilt für die Funktionsmatrix:

$$\phi = \begin{bmatrix} 1 - \phi_{hL1} & 0 & \phi_{hL1} & 0 \\ 0 & 1 - \phi_{hL2} & 0 & \phi_{hL2} \\ \phi_{hKS1} & 0 & 1 - \phi_{hKS1} & 0 \\ 0 & \phi_{hKS2} & 0 & 1 - \phi_{hKS2} \end{bmatrix} \quad (175)$$

Weiter kann die Verschaltung der einzelnen Rohrreihen über die Strukturmatrix S wie folgt beschrieben werden:

$$S_{LL} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (176)$$

$$S_{KK} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (177)$$

Daraus folgt für die Strukturmatrix S :

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (178)$$

Die Inputmatrix definiert, in welcher Rohreihe sich die Eingänge der Luft bzw. der Sole in den Lamellenluftkühler befinden. Die Inputmatrix ergibt sich somit aus den Inputmatrizen der Luft I_L und der Sole I_{KS} :

$$I_L = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (179)$$

$$I_{KS} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (180)$$

Somit gilt für die Inputmatrix I des Lamellenluftkühlers:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (181)$$

Analog zur Inputmatrix definiert die Outputmatrix, in welcher Rohreihe der Luft- bzw. Solestrom den Lamellenluftkühler wiederum verlässt. Dazu werden wiederum die Outputmatrizen der Luft bzw. der Sole benötigt:

$$O_L = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (182)$$

$$O_{KS} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (183)$$

Es ergibt sich die Outputmatrix O des gesamten Lamellenluftkühlers:

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (184)$$

Nun können die Enthalpien am Austritt des gesamten Lamellenluftkühlers h_{fLA}^O bzw. h_{sKSA}^O und auch die Enthalpien zwischen den einzelnen Rohrreihen $h_{fLE1} = h_{fLE2}$ bzw. $h_{sKSE2} = h_{sKSE1}$ berechnet werden. Zur Berechnung dieser Größen können die obigen Matrizen in die Gl. (170) und (172) eingesetzt werden. Die dabei benötigte Einheitsmatrix E wurde im obigen Abschnitt nicht aufgezeigt, da es sich nicht um ein numerisches Beispiel handelt.

6 Simulationsprogramm für Lamellenluftkühler mit Kältesole

6.1 Aufbau und Ablauf des Simulationsprogramms

Das Simulationsprogramm basiert auf den mathematisch-physikalischen Modellen, welche in den Kapiteln 1 bis 5 detailliert beschrieben sind.

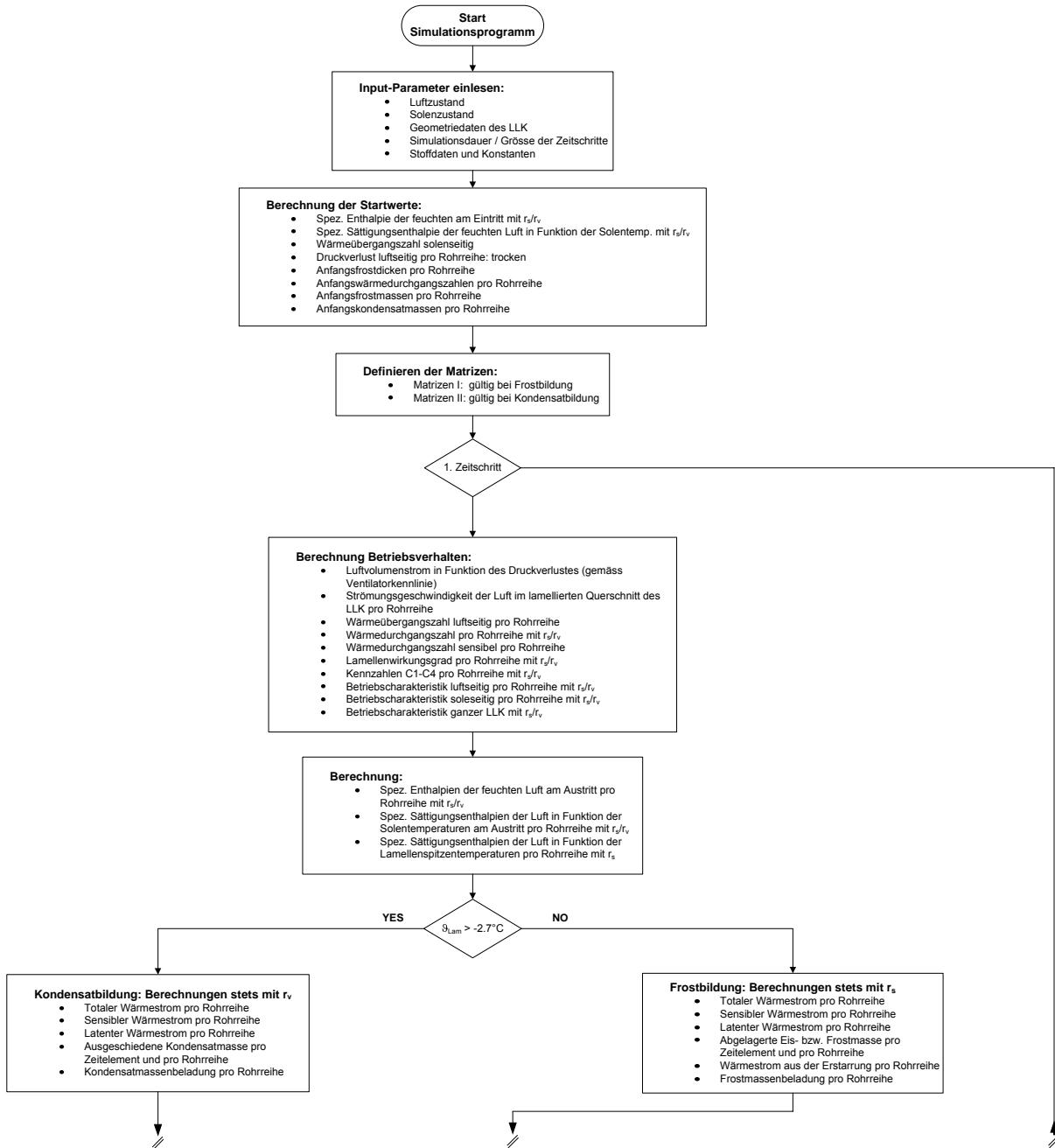
Mit dem Simulationsprogramm kann der Betrieb eines Lamellenluftkühlers (LLK) bei gegebenen Betriebsbedingungen von Luft/Wasser-Wärmepumpen simuliert werden. Das Simulationsprogramm soll als Grundlage für die Optimierung der Lamellenluftkühler-Geometrien und weiter auch als Subprogramm zur Simulation der gesamten Luft/Wasser-Wärmepumpe dienen. Das Simulationsprogramm wurde in MAPLE programmiert und anschliessend in MATLAB portiert. Für eine einfachere Validierung der Simulationen können die simulierten Daten in eine *Excel*-Vorlage eingefügt und direkt mit den Messdaten verglichen werden. Das Simulationsprogramm teilt den Lamellenluftkühler in einzelne Rohrreihen, welche mit Lamellen bestückt sind, auf. Die gekoppelten Matrizegleichungen werden jeweils für jede Rohrreihe gelöst. Das detaillierte Ablaufdiagramm des Simulationsprogramms ist in Abb. 6-1 dargestellt.

In einem ersten Schritt müssen die folgenden Betriebsbedingungen in das Simulationsprogramm eingegeben werden:

Luftzustand:	Lufttemperatur, relative Feuchte, Luftgeschwindigkeit, Luftdruck und Taupunkttemperatur
Solezustand:	Eintrittstemperatur, Massenstrom
Geometriedaten des LLK:	Lamellendicke, Lamellenteilung, Anzahl Rohrreihen, usw.

Weiter werden die Betriebs- bzw. Simulationsdauer, die Grösse der einzelnen Zeitschritte, die verwendete Ventilatorkennlinie sowie diverse Stoffdaten und Konstanten benötigt. Mit den eingegebenen Randbedingungen berechnet das Simulationsprogramm die Startwerte. Dabei werden die spezifischen Enthalpien der feuchten Luft jeweils mit r_s bei Frostbildung und r_v bei Kondensatbildung berechnet. Zudem wird für den Zeitpunkt $t=0$ der Anfangsdruckverlust (trocken) pro Rohrreihe berechnet. Nach der Ermittlung der Startwerte werden die zur Berechnung der Wärmeübertragung benötigten Matrizen definiert. Anschliessend wird das Betriebsverhalten des LLK für den ersten Zeitschritt berechnet. Der Luftvolumenstrom wird dabei gemäss der Ventilatorkennlinie in Funktion des Druckverlustes des vorgehenden Zeitelements ermittelt. Dann werden die gekoppelten Matrizegleichungen aufgelöst und die folgenden Werte pro Rohrreihe für das erste Zeitelement berechnet: Spezifische Enthalpien der feuchten Luft am Austritt für jede Rohrreihe, spezifische Sättigungsenthalpien der feuchten Luft in Funktion Soletemperaturen am Austritt pro Rohrreihe und die spezifischen Sättigungsenthalpien der Luft in Funktion der Lamellenspitzentemperaturen (Temperaturen an der Lamellenspitze – vgl. Abb. 3-2). Die Lamellenspitzentemperaturen sind das Kriterium, ob es zur Kondensat- oder Frostbildung in den einzelnen Rohrreihen kommt (vgl. dazu Kapitel 4). Die totalen, sensiblen und latenten Wärmeströme pro Rohrreihe werden jetzt berechnet. Weiter wird die im jeweiligen Zeitelement ausgeschiedene Kondensat- bzw. Frostmasse in jeder Rohrreihe berechnet. Kommt es im Lamellenluftkühler zur Frost- bzw. Eisbildung, wird die effektive *Frostdicke* nach Glas [4] berechnet. Diese ist in drei Bereiche unterteilt – vgl. dazu Abschnitt 4.3. Jetzt werden die totalen Druckverluste pro Rohrreihe berechnet. Im Falle der Kondensation (Bereich I) werden die Druckverluste in Funktion der Kondensatmassenbeladung und der Luftgeschwindigkeit im Lamellenquerschnitt berechnet. Wenn es im Lamellenluftkühler zu Frost- bzw. Eisbildung kommt (Bereich II-IV), so werden die totalen Druckverluste der jeweiligen Rohrreihe in Funktion der effektiven *Frostdicke* nach Glas [4] sowie des Luftvolumenstromes ermittelt.

Wenn die gewünschte simulierte Betriebsdauer erreicht ist, wird die Berechnung abgeschlossen und die Ergebnisse werden in verschiedenen Diagrammen dargestellt. Weiter besteht die Möglichkeit die relevanten Simulationsdaten in ein txt-File zu exportieren. Ist die gewünschte simulierte Betriebsdauer noch nicht erreicht, werden die aufgeführten Berechnungen erneut durchgeführt. Dabei werden die Randbedingungen (Frostdicken, Kondensatmassen, Druckverluste pro Rohrreihe usw.) jeweils zu Beginn der Berechnung aktualisiert. Die Berechnung wird solange wiederholt, bis die gewünschte Simulationsdauer bzw. ein maximaler luftseitiger Druckverlust erreicht ist.



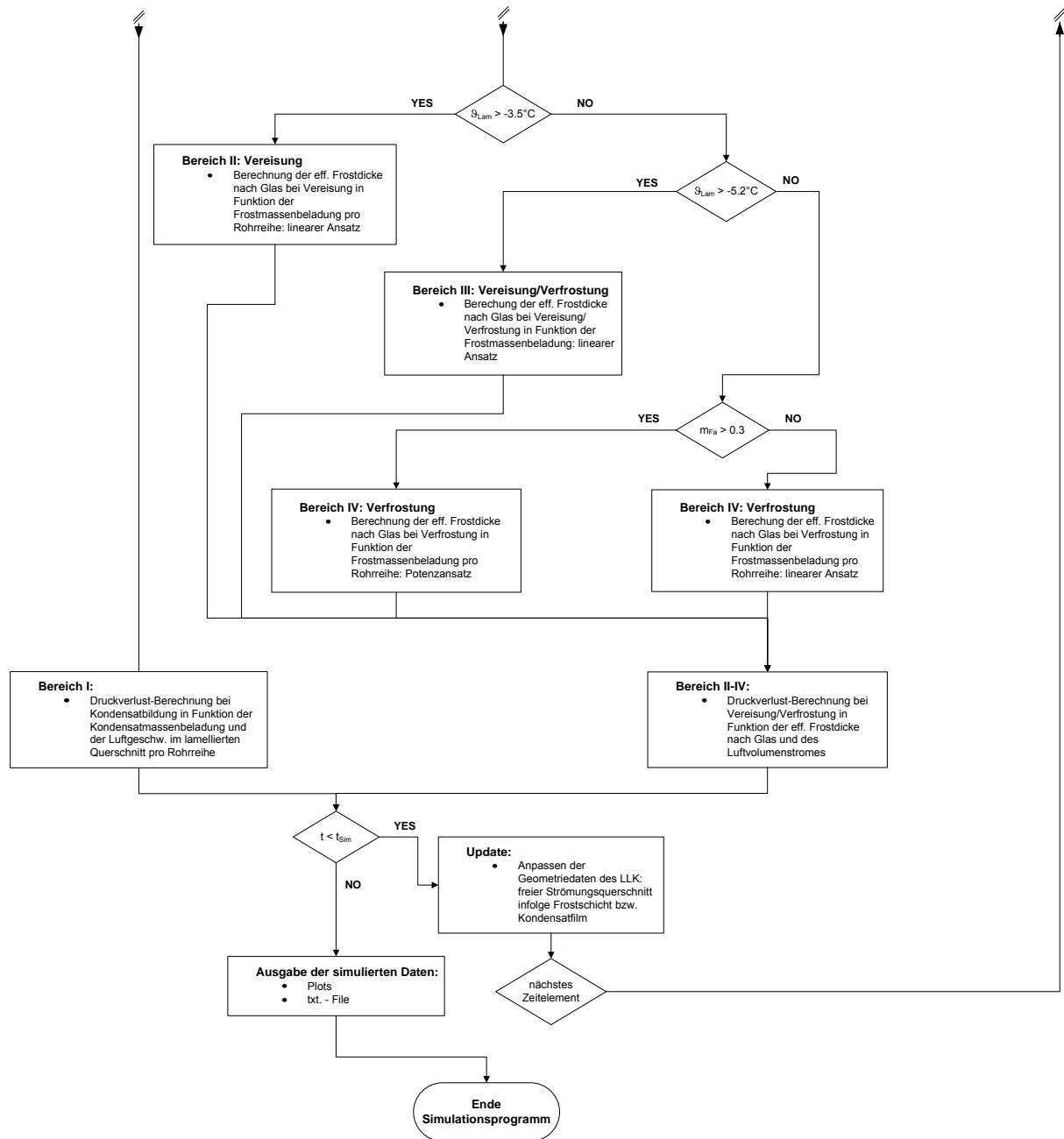


Abb. 6-1: Ablaufdiagramm für das Simulationsprogramm Lamellenluftkühler mit Kältesole.

6.2 Diskussion der Simulationsergebnisse

Wie gut das Simulationsprogramm die Realität wiedergibt, wird nachfolgend durch Vergleiche von Simulations- und Messergebnissen beurteilt. Diese Validierungen werden für die wichtigsten Einflussgrößen, verschiedene Versuchsluftkühler sowie für mehrere Betriebszustände dargestellt. Am Ende des Abschnitts werden einige Erkenntnisse aufgelistet, welche mit Hilfe des Simulationsprogramms gewonnen wurden.

6.2.1 Totaler Wärmestrom

Der *totale Wärmestrom*, also der effektiv am Lamellenluftkühler übertragene Wärmestrom wird nachfolgend dargestellt. Um Hinweise auf die Simulationsgenauigkeit des latenten und sensiblen Wärmestromanteils geben zu können, wird weiter die ausgeschiedene Wasserdampfmasse dargestellt, da der latente Wärmestrom direkt proportional zur ausgeschiedenen Wasserdampfmasse ist.

Der Verlauf des totalen Wärmestroms ist stark abhängig vom geförderten Luftvolumenstrom und somit von der Ventilatorkennlinie. Mit flacher Ventilatorkennlinie nimmt der totale Wärmestrom bei Eis- und Frostbildung am Lamellenluftkühler rasch ab. Wird dagegen der Luftvolumenstrom konstant gehalten, bleibt der totale Wärmestrom auch bei Frostbildung am Lamellenluftkühler quasi konstant. Die nachfolgenden Abbildungen zeigen die gemessenen und simulierten totalen Wärmeströme für jeweils verschiedene Versuchsluftkühler bei unterschiedlichen Betriebszuständen in Abhängigkeit der Zeit.

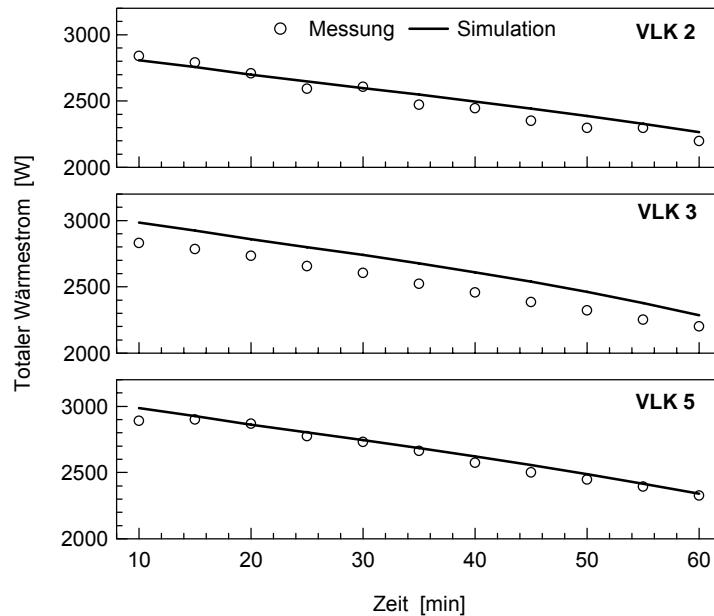


Abb. 6-2: Totaler Wärmestrom bei einer Lufteintrittstemperatur von -2°C , einer Taupunkttemperatur am Eintritt von -2.5°C , einer Temperaturdifferenz zwischen Luft und Sole von 9.7 K , einer Anfangs-Luftgeschwindigkeit 2 m/s und Verwendung einer steilen Ventilatorkennlinie (vgl. LOREF 2 Teil 1 [11] Anhang 5).

Abb. 6-2 zeigt den totalen Wärmestrom des Lamellenluftkühlers bei einer Lufteintrittstemperatur von -2°C , einer Taupunkttemperatur am Eintritt von -2.5°C , einer Temperaturdifferenz zwischen Luft und Sole von 9.7 K , einer Anfangs-Luftgeschwindigkeit von 2 m/s und Verwendung einer steilen Ventilatorkennlinie. Er nimmt mit der Zeit kontinuierlich ab: es kommt im Lamellenluftkühler zu reiner Frostbildung (vgl. Abschnitt 4.3: Bereich IV). Der Luftvolumenstrom nimmt somit durch den

zunehmenden Druckverlust gemäss der Ventilatorkennlinie ab. Die simulierten Daten stimmen mit den Messungen mit hoher Genauigkeit überein.

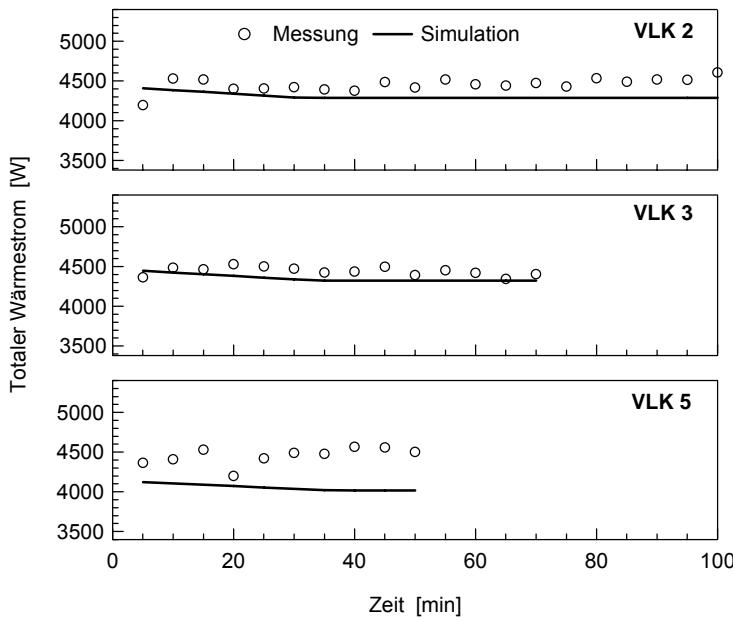


Abb. 6-3: Totaler Wärmestrom bei einer Lufteintrittstemperatur von 15°C, einer Taupunkttemperatur am Eintritt von 12°C, einer Temperaturdifferenz zwischen Luft und Sole von 13.6 K, einer Anfangs-Luftgeschwindigkeit von 2 m/s und Verwendung einer steilen Ventilatorkennlinie (vgl. LOREF 2 Teil 1 [11] Anhang 5).

Abb. 6-3 zeigt den Verlauf des totalen Wärmestromes bei einer Lufteintrittstemperatur von 15°C, einer Taupunkttemperatur am Eintritt von 12°C, einer Temperaturdifferenz zwischen Luft und Sole von 13.6 K, einer Anfangs-Luftgeschwindigkeit von 2 m/s und Verwendung einer steilen Ventilatorkennlinie. Bei sämtlichen Versuchsluftkühlern nimmt er zeitlich nur geringfügig ab. In diesem Betriebszustand kommt es im Lamellenluftkühler zu Kondensatbildung (vgl. Abschnitt 4.3: Bereich I): der Luftvolumenstrom verringert sich zeitlich kaum (geringe Zunahme des Druckverlustes). Somit bleibt der übertragene Wärmestrom quasi konstant. Die Simulationsdaten stimmen mit den Messungen wiederum gut überein. Die grössten Abweichungen ergeben sich beim Versuchsluftkühler 5 (relativer Fehler max. 12%). Jedoch sind die Wärmeeinbrüche aufgrund der Versuchsanordnung bei diesem Versuchsluftkühler grösser als bei den Versuchsluftkühlern 2 und 3, wodurch sich diese Abweichungen zum Teil erklären lassen.

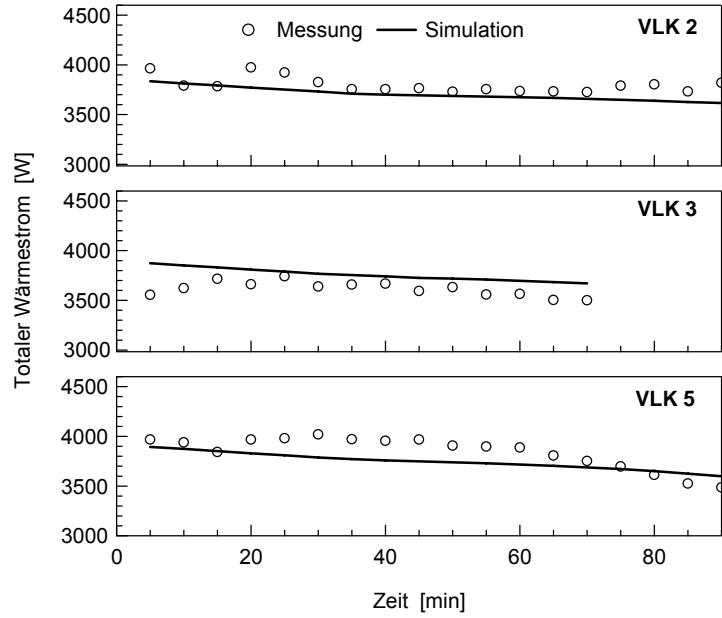


Abb. 6-4: Totaler Wärmestrom bei einer Lufteintrittstemperatur von 7°C, einer Taupunkttemperatur am Eintritt von 6°C, einer Temperaturdifferenz zwischen Luft und Sole von 11.8 K, einer Anfangs-Luftgeschwindigkeit von 2 m/s, und Verwendung einer steilen Ventilatorkennlinie (vgl. LOREF 2 Teil 1 [11] Anhang 5).

In Abb. 6-4 ist der Verlauf des totalen Wärmestromes bei einer Lufteintrittstemperatur von 7°C, einer Taupunkttemperatur am Eintritt von 6°C, einer Temperaturdifferenz zwischen Luft und Sole von 11.8 K, einer Anfangs-Luftgeschwindigkeit von 2 m/s und Verwendung einer steilen Ventilatorkennlinie dargestellt. In diesem Betriebszustand kommt es im Lamellenluftkühler zu Kondensat- und Eisbildung. Infolge der Eisbildung nimmt der Druckverlust nur leicht zu, da das entstehende Eis aufgrund der hohen Dichte sehr kompakt ist. Auch für diesen Betriebspunkt können mit dem Simulationsprogramm gute Resultate erzielt werden. Die grössten Abweichungen ergeben sich wiederum beim Versuchsluftkühler 5.

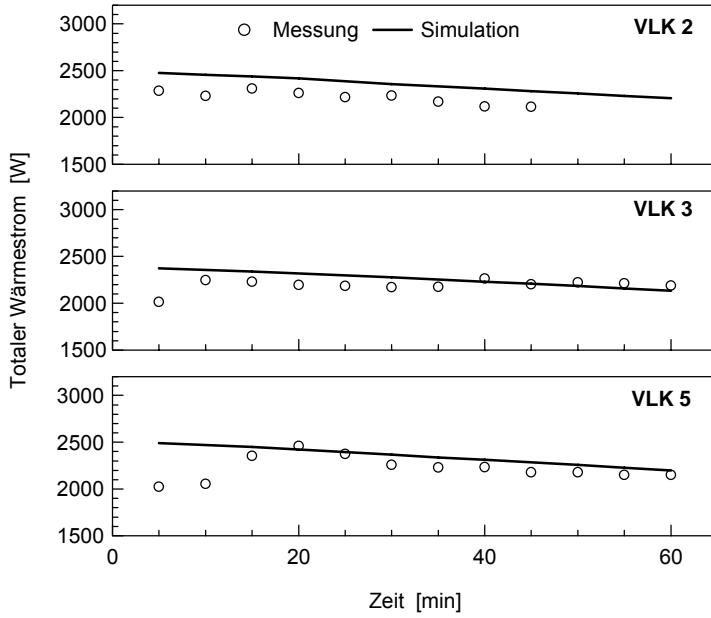


Abb. 6-5: Totaler Wärmestrom bei einer Lufteintrittstemperatur von -7°C , einer Taupunkttemperatur am Eintritt von -8°C , einer Temperaturdifferenz zwischen Luft und Sole von 8.5 K , einer Anfangs-Luftgeschwindigkeit von 2 m/s , und Verwendung einer steilen Ventilatorkennlinie (vgl. LOREF 2 Teil 1 [11] Anhang 5).

Bei tiefen Umgebungstemperaturen – wie in Abb. 6-5 mit -7°C Lufteintrittstemperatur – kommt es zu einer langsamen Reduktion des totalen Wärmestromes mit der steilen Ventilatorkennlinie. Im Lamellenluftkühler entsteht reiner Frost. Die absolute Feuchte dieser Luft ist gering, so dass nur wenig Wasserdampf auskondensiert und somit der Druckverlust-Anstieg gegenüber dem Betrieb bei -2°C Lufttemperatur deutlich langsamer ausfällt. Auch bei diesem Betriebszustand sind die Simulationsergebnisse gut.

6.2.2 Ausgeschiedener Wasserdampf infolge Partialkondensation bzw. -desublimation

Der latente Wärmestrom ist direkt proportional zur ausgeschiedenen Wasserdampfmasse. Bei guter Genauigkeit des totalen Wärmestromes und der ausgeschiedenen Wasserdampfmenge weist die Berechnung auch für die sensiblen und latenten Wärmestrom-Anteile eine hohe Genauigkeit auf.

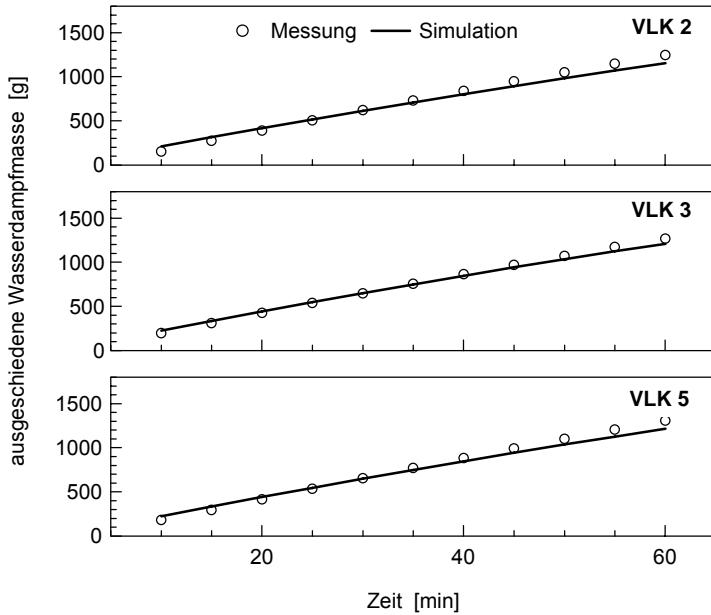


Abb. 6-6: Ausgeschiedene Wasserdampfmasse bei einer Lufteintrittstemperatur von -2°C , einer Taupunkttemperatur am Eintritt von -2.5°C , einer Temperaturdifferenz zwischen Luft und Sole von 9.7 K , einer Anfangs-Luftgeschwindigkeit von 2 m/s , und Verwendung einer steilen Ventilatorkennlinie (vgl. LOREF 2 Teil 1 [11] Anhang 5).

Die simulierten, in Abb. 6-6 dargestellten ausgeschiedenen Wasserdampfmassen bei einer Lufteintrittstemperatur von -2°C , einer Taupunkttemperatur am Eintritt von -2.5°C , einer Temperaturdifferenz zwischen Luft und Sole von 9.7 K , einer Anfangs-Luftgeschwindigkeit von 2 m/s und Verwendung einer steilen Ventilatorkennlinie, stimmen sehr gut mit den Messungen überein. Beim obigen Betriebspunkt lagert sich der gesamte ausgeschiedene Wasserdampf aus der Luft in Form von Frost am Lamellenluftkühler ab.

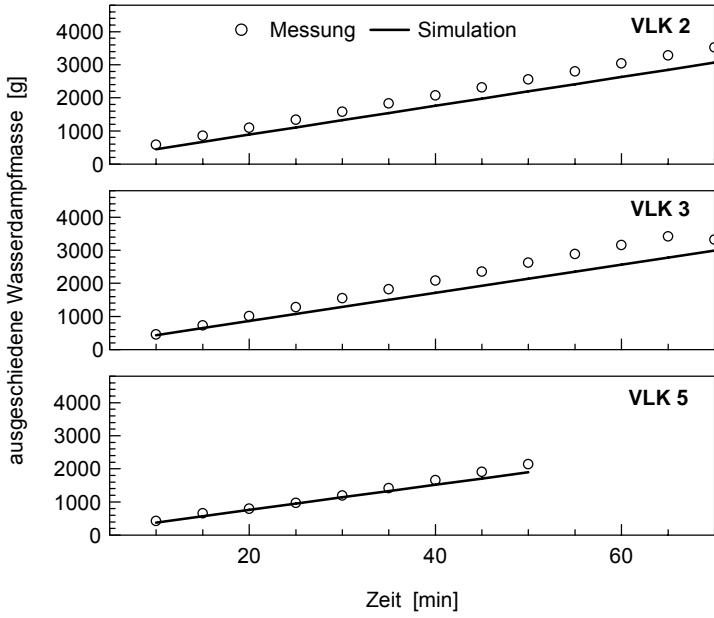


Abb. 6-7: Ausgeschiedene Wasserdampfmasse bei einer Lufteintrittstemperatur von 15°C, einer Taupunktt-temperatur am Eintritt von 12°C, einer Temperaturdifferenz zwischen Luft und Sole von 13.6 K, einer Anfangs-Luftgeschwindigkeit von 2 m/s, und Verwendung einer steilen Ventilatorkennlinie (vgl. LOREF 2 Teil 1 [11] Anhang 5).

Auch bei höheren Lufttemperaturen – wie in Abb. 6-7 bei einer Lufteintrittstemperatur von 15°C – kann die ausgeschiedene Wasserdampfmasse und somit der sensible und latente Wärmestrom-Anteil mit guter Genauigkeit simuliert werden. Die ausgeschiedenen Wasserdampfmassen sind bei diesen hohen Temperaturen und Feuchten gross. Hier bildet sich Kondensat, das an den Lamellen kontinuierlich abfließt. Es resultieren kleine Druckverluste. Bei reiner Kondensation im Lamellenluftkühler wirken sich Abweichungen bei der simulierten Wasserdampfmasse deutlich geringer auf die anderen Simulationsgrößen aus als bei Frostbildung.

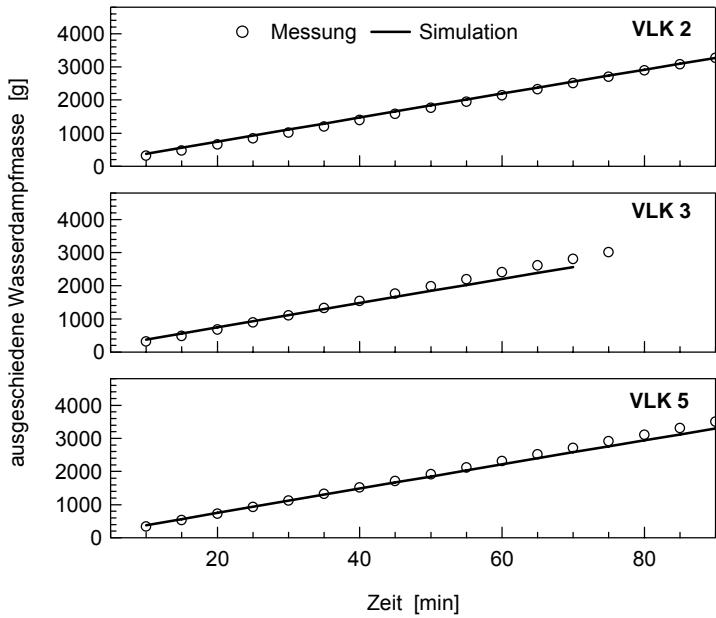


Abb. 6-8: Ausgeschiedene Wasserdampfmasse bei einer Lufteintrittstemperatur von 7°C, einer Taupunkttemperatur am Eintritt von 6°C, einer Temperaturdifferenz zwischen Luft und Sole von 11.8 K, einer Anfangs-Luftgeschwindigkeit von 2 m/s, und Verwendung einer steilen Ventilatorkennlinie (vgl. LOREF 2 Teil 1 [11] Anhang 5).

Bei 7°C Lufttemperatur wird gegenüber 15°C Lufttemperatur deutlich weniger Wasserdampf aus der Luft ausgeschieden. Bei diesem Betriebszustand kann das sich ablagernde Kondensat auf den Lamellen gefrieren, so dass markant grössere Druckverluste resultieren als bei 15°C Lufttemperatur. Auch hier kann die ausgeschiedene Wasserdampfmasse mit hoher Genauigkeit simuliert werden – vgl. Abb. 6-8.

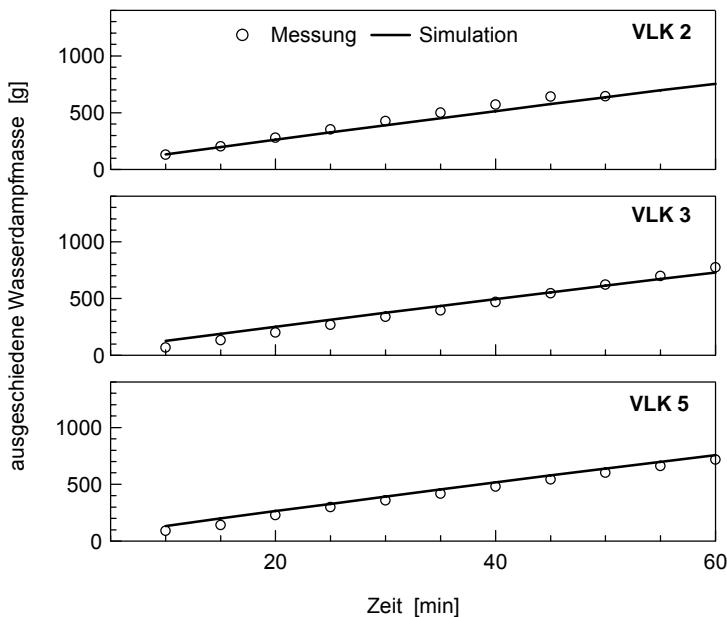


Abb. 6-9: Ausgeschiedene Wasserdampfmasse bei einer Lufteintrittstemperatur von -7°C, einer Taupunkttemperatur am Eintritt von -8°C, einer Temperaturdifferenz zwischen Luft und Sole von 8.5 K, einer Anfangs-Luftgeschwindigkeit von 2 m/s, und Verwendung einer steilen Ventilatorkennlinie (vgl. LOREF 2 Teil 1 [11] Anhang 5).

Bei tiefen Umgebungstemperaturen (-7°C Lufteintrittstemperatur) und somit geringen absoluten Feuchtigkeiten scheidet sich nur wenig Wasserdampf aus der Luft aus. Wiederum werden mit dem Simulationsprogramm gute Resultate erzielt – vgl. Abb. 6-9.

6.2.3 Druckverlust

Die Simulation des Druckverlustes ist für die Optimierung von grosser Bedeutung und bedeutet für den Forscher die schwierigste Herausforderung. Er bestimmt zusammen mit der Ventilatorkennlinie den Luftdurchsatz und somit die übertragenen Wärmeströme. Bei zu grossen Abweichungen des simulierten Druckverlustes werden auch alle anderen Simulationsgrößen an Genauigkeit einbüßen.

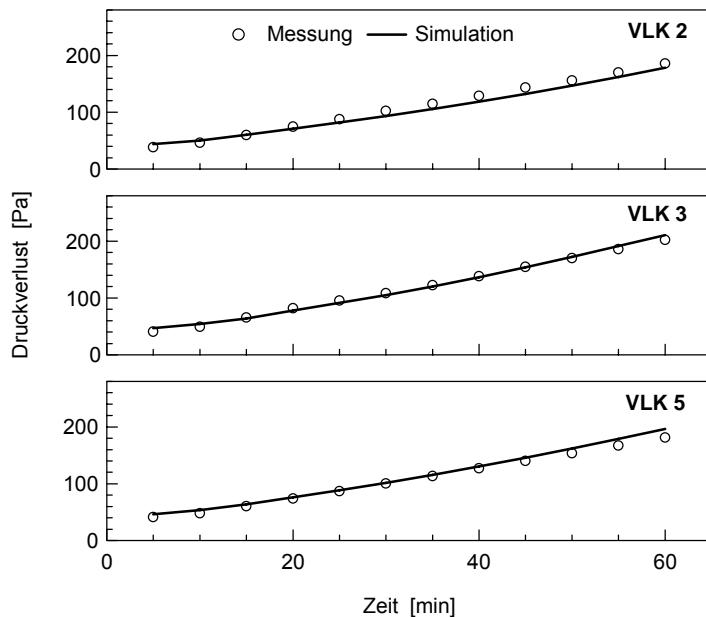


Abb. 6-10: Druckverlust bei einer Lufteintrittstemperatur von -2°C, einer Taupunkttemperatur am Eintritt von -2.5°C, einer Temperaturdifferenz zwischen Luft und Sole von 9.7 K, einer Anfangs-Luftgeschwindigkeit von 2 m/s, und Verwendung einer steilen Ventilatorkennlinie (vgl. LOREF 2 Teil 1 [11] Anhang 5).

Abb. 6-10 zeigt den Verlauf des Druckverlustes bei einer Lufteintrittstemperatur von -2°C, einer Taupunkttemperatur am Eintritt von -2.5°C, einer Temperaturdifferenz zwischen Luft und Sole von 9.7 K, einer Anfangs-Luftgeschwindigkeit von 2 m/s und Verwendung einer steilen Ventilatorkennlinie. Es tritt reine Frostbildung im Lamellenluftkühler auf. Die Simulation ergibt für diesen Betriebszustand eine hohe Genauigkeit.

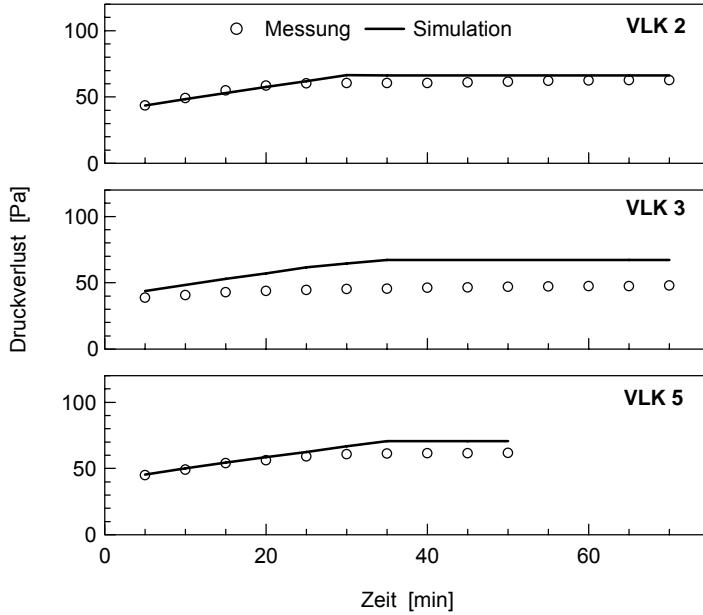


Abb. 6-11: Druckverlust bei einer Lufteintrittstemperatur von 15°C, einer Taupunkttemperatur am Eintritt von 12°C, einer Temperaturdifferenz zwischen Luft und Sole von 13.6 K, einer Anfangs-Luftgeschwindigkeit von 2 m/s, und Verwendung einer steilen Ventilatorkennlinie (vgl. LOREF 2 Teil 1 [11] Anhang 5).

Bei reiner Kondensation im Lamellenluftkühler – Abb. 6-11 mit 15°C Lufteintrittstemperatur – nimmt der Druckverlust zuerst leicht zu und bleibt anschliessend quasi konstant, da sich zuerst ein Kondensatfilm aufbaut, welcher ab einer bestimmten Filmdicke konstant bleibt, weil das Kondensat kontinuierlich abfliesst. Dieser Betriebszustand kann mit dem Simulationsprogramm weitgehend gut wiedergegeben werden. Einzig beim Versuchluftkühler 3 ergeben sich grössere Abweichungen.

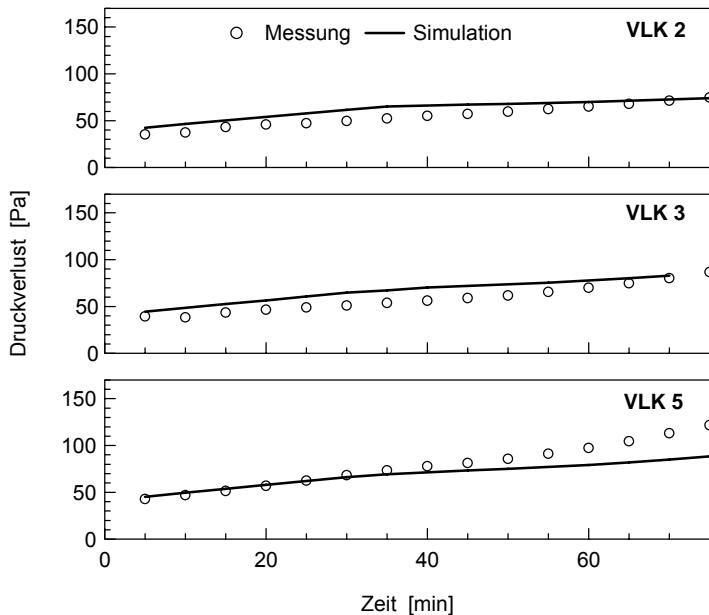


Abb. 6-12: Druckverlust bei einer Lufteintrittstemperatur von 7°C, einer Taupunkttemperatur am Eintritt von 6°C, einer Temperaturdifferenz zwischen Luft und Sole von 11.8 K, einer Anfangs-Luftgeschwindigkeit von 2 m/s, und Verwendung einer steilen Ventilatorkennlinie (vgl. LOREF 2 Teil 1 [11] Anhang 5).

Im Betriebszustand mit 7°C Lufteintrittstemperatur – Abb. 6-12 – kommt es im Lamellenluftkühler zu Kondensat- und Eisbildung. Die Simulationen der Versuchsluftkühler 2 und 3 stimmen gut mit den Messungen überein. Bei Versuchsluftkühler 5 ergeben sich nach rund 35 min grössere Abweichungen, die jedoch auf Schwierigkeiten bei der Messung zurückzuführen sind. Die Taupunkttemperatur der feuchten Luft am Lamellenluftkühler-Eintritt hat über die ersten 20 min geschwankt, was sich stark auf den latenten Wärmestrom und somit die Frostbildung auswirkt. In diesem Frostbildungsbereich ist die Simulation sehr schwierig, da die Eisbildung im Lamellenluftkühler anfänglich recht stochastisch verläuft (wegen Keimbildung mit fluktuierender Gefriertemperatur). Die simulierten Druckverluste weisen jedoch stets eine genügende Genauigkeit auf.

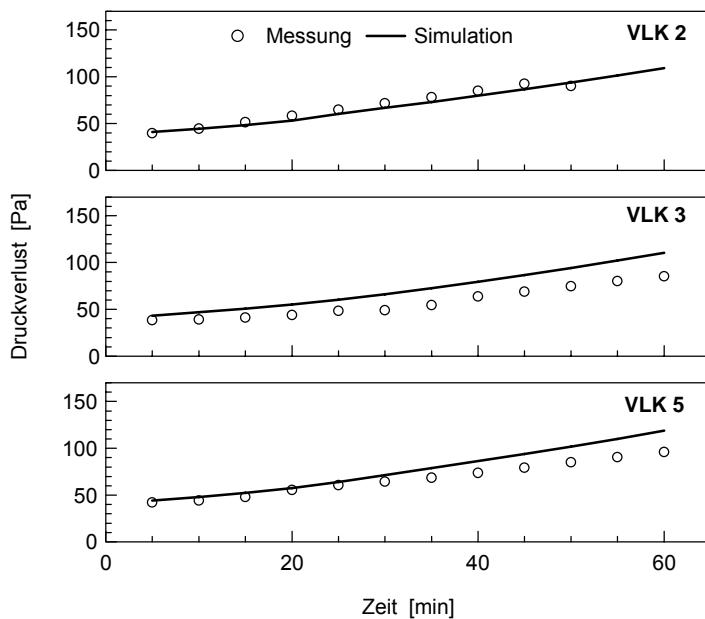


Abb. 6-13: Druckverlust bei einer Lufteintrittstemperatur von -7°C, einer Taupunkttemperatur am Eintritt von -8°C, einer Temperaturdifferenz zwischen Luft und Sole von 8.5 K, einer Anfangs-Luftgeschwindigkeit von 2 m/s, und Verwendung einer steilen Ventilatorkennlinie (vgl. LOREF 2 [11] Anhang 5).

Bei reiner Frostbildung am Lamellenluftkühler, also tiefen Lufteintrittstemperaturen von -7°C (Abb. 6-13), können die Druckverluste ebenfalls mit guter Genauigkeit simuliert werden. Die grössten Abweichungen ergeben sich bei Versuchsluftkühler 3, wo der Druckverlust gegenüber der Messung zu gross simuliert wird. Wird jedoch die zugehörige Messung betrachtet, kann diese Abweichung teilweise begründet werden. Der latente Wärmestrom war über die ersten 12 min der Messung deutlich zu klein, da die gewünschte Feuchtigkeit der Luft nicht erreicht werden konnte. Infolgedessen hat sich über die ersten 12 min kaum Frost an den Lamellen abgelagert, so dass der gemessene Druckverlust gegenüber der Simulation geringer ausfällt.

6.2.4 ***Fazit***

Das Simulationsprogramm gibt die Messergebnisse mit guter Genauigkeit wieder. Die grössten Abweichungen ergeben sich bei Lufttemperaturen zwischen 2°C bis 8°C, also im so genannten *neuralgischen* Temperaturbereich. Jedoch können auch in diesem Bereich Simulationsergebnisse mit genügender Genauigkeit erreicht werden. Die Mathematisierung der Frostbildungsmechanismen in diesem Temperaturbereich erweist sich als schwierig, kann aber mit der Unterscheidung der drei verschiedenen Frostbildungsbereiche im Simulationsprogramm mit guter Genauigkeit simuliert werden.

Das Simulationsprogramm dient als Grundlage für weitere Optimierungsbetrachtungen. In einem weiteren Schritt wird das Simulationsprogramm durch die rohrinnenseitige Verdampfung modifiziert, so dass es als Subprogramm in ein Simulationsprogramm der gesamten Luft/Wasser-Wärmepumpe eingesetzt werden kann.

7 Simultane Wärme- und Stoffübertragung in einem Lamellenluftkühler mit rohrinnenseitiger Verdampfung

7.1 Herleitung der Betriebscharakteristik

Das in den Kapiteln 3 bis 5 erläuterte Simulationsprogramm der simultanen Wärme- und Stoffübertragung im Lamellenluftkühler mit Kältesole dient als Grundlage für das Simulationsprogramm der Luft/Wasser-Wärmepumpe. Dazu muss das bestehende Simulationsprogramm durch die rohrinnenseitige Verdampfung des Arbeitsfluids modifiziert werden. Die Verdampfung hat Änderungen in der Betriebscharakteristik des Lamellenluftkühlers zur Folge. Nachfolgend werden die notwendigen Modifikationen ausführlich beschrieben. Anschliessend wird das detaillierte Simulationsprogramm des Lamellenluftkühlers in die Modellierung der gesamten Luft/Wasser-Wärmepumpe einbezogen.

7.2 Betriebscharakteristik für Gegenstrom-Wärmeübertragung ohne Ausscheidung von Wasserdampf

Wir betrachten den Verlauf der Luftabkühlung und der Verdampfung des Arbeitsfluids, siehe Abb. 7-1. Durch das Temperaturgefälle zwischen Luft und Arbeitsfluid ($\vartheta_L - \vartheta_{AF}$) wird der Wärmestrom $d\dot{Q}_0$ durch das infinitesimale Flächenelement dA übertragen:

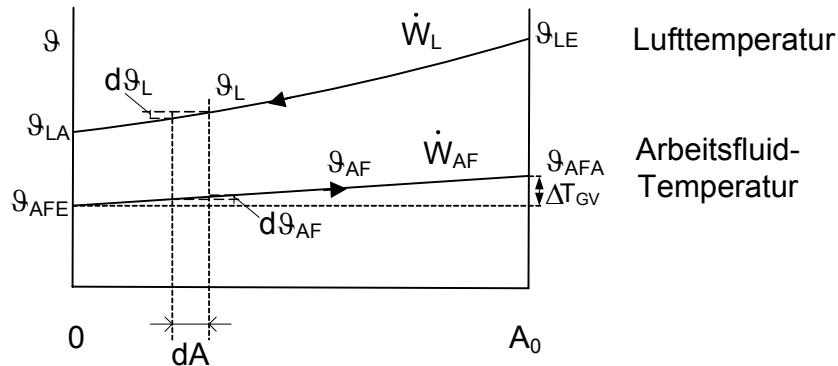


Abb. 7-1: ϑ, A -Diagramm bei Abkühlung der trockenen Luft mit verdampfendem Arbeitsfluid in einem Gegenstrom-Wärmeübertrager.

Die Temperaturänderung des Arbeitsfluids während der Verdampfung ergibt sich bei konstantem Verdampfungsdruck aufgrund des auftretenden Temperaturgleites ΔT_{GV} des Arbeitsfluids (z.B. R407C). Über dA ist infinitesimale Temperaturänderung des Arbeitsfluids $d\vartheta_{AF}$ in Abb. 7-1 eingezeichnet.

Der Temperaturgleit ΔT_{GV} bei der Verdampfung ist ausser vom Arbeitsfluid von der Verdampfungs-temperatur bzw. vom Verdampfungsdruck abhängig. Mit zunehmendem Verdampfungs- bzw. Kondensationsdruck wird der Temperaturgleit kleiner.

Die luftseitige Bilanz für den total übertragenen Wärmestrom $d\dot{Q}_0$ ergibt:

$$d\dot{Q}_0 = \dot{m}_L \cdot c_{pL} \cdot d\vartheta_L = \dot{W}_L \cdot d\vartheta_L \quad (185)$$

mit:

$$\dot{W}_L = \dot{m}_L \cdot c_{pL} \quad (186)$$

Die arbeitsfluidseitige Bilanz ergibt für $d\dot{Q}_0$:

$$d\dot{Q}_0 = \dot{m}_{AF} \cdot r_{VAF} \cdot dx_d \quad (187)$$

Dabei steht dx_d für die Änderung des Dampfgehaltes des Arbeitsfluids innerhalb des Flächen-elementes dA durch Zufuhr des Wärmestromes $d\dot{Q}_0$. Mit der Annahme, dass die Änderung des Dampfgehaltes bezogen auf die Fläche linear erfolge ($dx_d/dA = \text{konst.}$), kann die Änderung des Dampfgehaltes in Gl. (187) wie folgt durch eine Temperaturänderung ausgedrückt werden:

$$\dot{m}_{AF} \cdot \tilde{c}_{p,AF} \cdot d\vartheta_{AF} = \dot{m}_{AF} \cdot r_{VAF} \cdot dx_d \quad (188)$$

Mann kann $\tilde{c}_{p,AF}$ als *korrigierte spezifische Wärmekapazität* des verdampfenden Arbeitsfluids interpretieren (Herleitung folgt). Die obige Annahme setzt voraus, dass der Wärmedurchgangskoeffizient über die gesamte Fläche des Verdampfers (Lamellenluftkühlers) quasi konstant bleibt. In der Realität variiert der Wärmeübergangskoeffizient (α -Wert) des Arbeitsfluids während der Verdampfung (über die Fläche des Lamellenluftkühlers) jedoch stark (wegen Fluidbeschleunigung einerseits und Dampfüberhitzung andererseits), während jene der Luft (bei trockenem Lamellenluftkühler) nahezu unverändert bleibt – vgl. Abb. 7-2 (Leszek Wojtan [12])

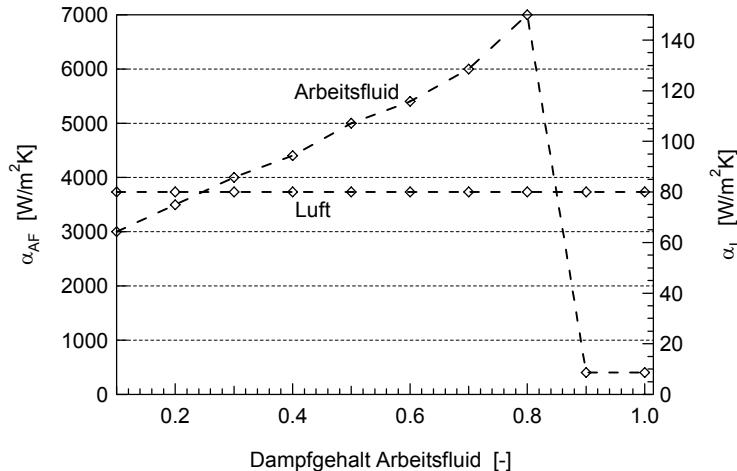


Abb. 7-2: Wärmeübergangskoeffizient im Verdampfer.

Unter Berücksichtigung der luftseitigen Flächenvergrößerung durch die Lamellen ergibt sich mit den obigen Wärmeübergangskoeffizienten den in Abb. 7-3 dargestellten Wärmedurchgangskoeffizienten k des Lamellenluftkühlers. Er variiert zwischen rund 72 W/(m²K) und 28 W/(m²K). Bis zu einem Dampfgehalt von rund 0.8 ist der Wärmedurchgangskoeffizient quasi konstant und fällt darüber stark ab.

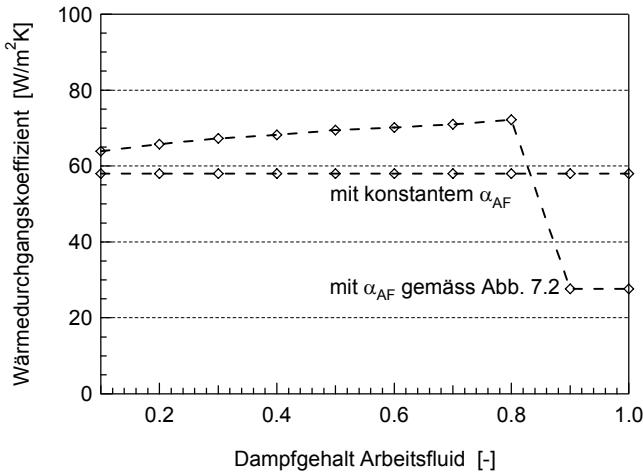


Abb. 7-3: Wärmedurchgangskoeffizient im Verdampfer.

Die detaillierte Ermittlung der Wärmedurchgangskoeffizienten im Lamellenluftkühler und im speziellen des Wärmedurchgangskoeffizienten des Arbeitsfluids erweist sich als schwierig und messtechnisch aufwändig. Damit weiterhin mit Gl. (188) gearbeitet werden kann, wird der Wärmeübergangskoeffizient des Arbeitsfluids als konstant approximiert – vgl. resultierender Wärmedurchgangskoeffizient mit konstantem α_{AF} in Abb. 7-3.

Für die *korrigierte spezifische Wärmekapazität*, welche über die gesamte Fläche des Wärmeübertragers konstant ist, gilt:

$$\tilde{c}_{p,AF} = \frac{r_{V,AF} \cdot (1 - x_d)}{\Delta T_{AF}} \quad (189)$$

Es ist x_d der Dampfgehalt des Arbeitsfluids am Eintritt in den Wärmeübertrager. Erfolgt die Verdampfung isobar, gilt für die Temperaturänderung ΔT_{AF} während der Verdampfung:

$$\Delta T_{AF} = \Delta T_{GV} \quad (190)$$

Wird jedoch zusätzlich der Druckabfall im Verdampfer miteinbezogen, gilt für die Temperaturänderung während der Verdampfung:

$$\Delta T_{AF} = \Delta T_{GV} - \Delta T_{\Delta p} \quad (191)$$

Die Gl. (188) kann jetzt wie folgt ausgedrückt werden:

$$d\dot{Q}_0 = \dot{m}_{AF} \cdot \tilde{c}_{p,AF} \cdot d\vartheta_{AF} = \dot{W}_{AF} \cdot d\vartheta_{AF} \quad (192)$$

mit:

$$\dot{W}_{AF} = \dot{m}_{AF} \cdot \tilde{c}_{p,AF} \quad (193)$$

Zudem gilt die Gleichung der Wärmeübertragung:

$$d\dot{Q}_0 = k \cdot (\vartheta_L - \vartheta_{AF}) \cdot dA \quad (194)$$

Mit $X = A / A_0$ und $Y = (\vartheta_L - \vartheta_{AF})$ folgt:

$$\dot{W}_L \cdot d\vartheta_L = k \cdot A_0 \cdot Y \cdot dX \quad (195)$$

und

$$\dot{W}_{AF} \cdot d\vartheta_{AF} = k \cdot A_0 \cdot Y \cdot dX \quad (196)$$

Durch die Umformung der letzten zwei Gleichungen ergibt sich:

$$\frac{d\vartheta_L}{dX} = \frac{k \cdot A_0 \cdot Y}{\dot{W}_L} \quad (197)$$

und

$$\frac{d\vartheta_{AF}}{dX} = \frac{k \cdot A_0 \cdot Y}{\dot{W}_{AF}} \quad (198)$$

Wenn man von Gl. (197) Gl. (198) subtrahiert, folgt:

$$\frac{dY}{dX} + \left(\frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_{AF}} - \frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_L} \right) \cdot Y = 0 \quad (199)$$

Die Randbedingungen für den Gegenstrom-Wärmeübertrager lauten: Für $X=0$ ($A=0$) sind die Temperaturen $\vartheta_L = \vartheta_{LA}$ und $\vartheta_{AF} = \vartheta_{AFE}$.

Die Integration der Gleichung (199) liefert mit den obigen Randbedingungen:

$$Y = (\vartheta_L - \vartheta_{AF}) = (\vartheta_{LA} - \vartheta_{AFE}) \cdot e^{\left[-\left(\frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_{AF}} - \frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_L} \right) X \right]} \quad (200)$$

Daraus erhält man für $X=1$:

$$\vartheta_{LE} - \vartheta_{AFA} = (\vartheta_{LA} - \vartheta_{AFE}) \cdot e^{\left[-\left(\frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_{AF}} - \frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_L} \right) \right]} \quad (201)$$

Der total übertragene Wärmestrom ist gemäss den Energiebilanzen:

$$\dot{Q}_0 = \dot{W}_L \cdot (\vartheta_{LE} - \vartheta_{LA}) = \dot{W}_{AF} \cdot (\vartheta_{AFA} - \vartheta_{AFE}) \quad (202)$$

Damit erhält man aus der Gl. (203) und (201) die dimensionslose Temperaturänderung der beiden Ströme:

$$\phi_{\vartheta_L} = \frac{(\vartheta_{LE} - \vartheta_{LA})}{(\vartheta_{LE} - \vartheta_{AFE})} = \frac{1 - e^{\left[-\left(\frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_{AF}} - \frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_L} \right) \right]}}{1 - \frac{\dot{W}_L}{\dot{W}_{AF}} \cdot e^{\left[-\left(\frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_{AF}} - \frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_L} \right) \right]}} \quad (203)$$

$$\phi_{\vartheta_{AF}} = \frac{(\vartheta_{AFA} - \vartheta_{AFE})}{(\vartheta_{LE} - \vartheta_{AFE})} = \frac{1 - e^{\left[-\left(\frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_{AF}} - \frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_L} \right) \right]}}{1 - \frac{\dot{W}_L}{\dot{W}_{AF}} \cdot e^{\left[-\left(\frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_{AF}} - \frac{k \cdot A_0}{\dot{W}_L} \right) \right]}} \cdot \frac{\dot{W}_L}{\dot{W}_{AF}} = \frac{\dot{W}_L}{\dot{W}_{AF}} \cdot \phi_{\vartheta_L} \quad (204)$$

7.3 Betriebscharakteristik für Gegenstrom-Wärmeübertragung bei Partialkondensation und -desublimation von Wasserdampf aus feuchter Luft

Beim Betrieb mit feuchter Luft kann es infolge Abkühlung der Luft zur Partialkondensation bzw. Partialdesublimation des in der Luft enthaltenen Wasserdampfes kommen. Dieser Effekt setzt voraus, dass bei der Berechnung des übertragenen Wärmestromes neben dem Temperaturgefälle auch das Konzentrationsgefälle quer zur Strömung berücksichtigt werden muss.

Für den luftseitig übertragenen Wärmestrom gilt gemäss Gl. (53):

$$d\dot{Q}_0 = \frac{\alpha_L}{c_{pL}} \cdot [c_{pL} \cdot (g_L - g_G) + r_i \cdot (x_L - x_G)] \cdot dA_0 \quad (205)$$

und aus der Energiebilanz:

$$d\dot{Q}_0 = \dot{m}_L \cdot [c_{pL} \cdot dg_L + r_i \cdot dx] \quad (206)$$

Analog dazu gilt für den arbeitsfluidseitig übertragenen Wärmestrom:

$$d\dot{Q}_0 = \alpha_{AF} \cdot (g_R - g_{AF}) \cdot dA \quad (207)$$

und wieder aus der Energiebilanz:

$$d\dot{Q}_0 = \dot{m}_{AF} \cdot r_{VAF} \cdot dx_d = \dot{m}_{AF} \cdot \tilde{c}_{pAF} \cdot dg_{AF} \quad (208)$$

Zur Vereinfachung werden das Konzentrations- und Temperaturgefälle wiederum als Enthalpiegefälle zusammengefasst – vgl. Abschnitt 3.3. Somit gilt für den übertragenen Wärmestrom mit dem luftseitigen Enthalpiegefälle:

$$d\dot{Q}_0 = \frac{\alpha_L}{c_{pfl}} \cdot (h_{fl} - h_{sG}) \cdot dA \quad (209)$$

Auf der Arbeitsfluidseite gilt entsprechend für den Wärmeübergang durch Linearisierung der Sättigungsenthalpie der feuchten Luft:

$$d\dot{Q}_0 = \frac{\alpha_{AF}}{b_0} \cdot (h_{sR} - h_{sAF}) \cdot dA \quad (210)$$

wobei h_{sR} und h_{sAF} die Sättigungsenthalpien feuchter Luft in Funktion der Rohrwand- bzw. der Verdampfungstemperatur sind. Mit $h_{sR} \approx h_{sG}$ und deren Elimination folgt somit:

$$d\dot{Q}_0 = k_1 \cdot (h_{fl} - h_{sAF}) \cdot dA \quad (211)$$

mit:

$$k_1 = \left(\frac{c_{pfl}}{\alpha_L} + \frac{\delta_R}{\lambda_R} + \frac{b_0}{\alpha_{AF}} \right)^{-1} \quad (212)$$

Der totale Wärmestrom $d\dot{Q}_0$ lässt sich gemäss den luftseitigen und arbeitsfluidseitigen Energiebilanzen berechnen mit:

$$d\dot{Q}_0 = \dot{m}_L \cdot dh_{fl} = \frac{\dot{m}_{AF} \cdot \tilde{c}_{pAF}}{b_0} \cdot dh_{sAF} \quad (213)$$

Es ist wiederum zu beachten, dass h_{sAF} die spezifische Sättigungsenthalpie feuchter Luft bei der Verdampfungstemperatur (Arbeitsfluid-Temperatur) ist.

Mit $X = A / A_0$ und $Y = (h_{fL} - h_{sAF})$ folgt analog zu Gl. (195) und (196):

$$\dot{U}_L \cdot dh_{fL} = k_1 \cdot A_0 \cdot Y \cdot dX \quad (214)$$

und

$$\dot{U}_{AF} \cdot dh_{sAF} = k_1 \cdot A_0 \cdot Y \cdot dX \quad (215)$$

mit:

$$\dot{U}_L = \dot{m}_L \quad (216)$$

und

$$\dot{U}_{AF} = \frac{\dot{m}_{AF} \cdot \tilde{c}_{pAF}}{b_0} \quad (217)$$

Durch die Umformung von Gl. (214) und (215) erhält man:

$$\frac{dh_{fL}}{dX} = \frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_L} \cdot Y \quad (218)$$

$$\frac{dh_{sAF}}{dX} = \frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_{AF}} \cdot Y \quad (219)$$

Subtrahiert man von der Gl. (218) die Gl. (219) erhält man:

$$\frac{dY}{dX} + \left(\frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_{AF}} - \frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_L} \right) \cdot Y = 0 \quad (220)$$

Die Randbedingungen für den Gegenstrom-Wärmeübertrager lauten: Für $X=0$ ($A=0$) sind die spezifischen Enthalpien $h_{fL} = h_{fLA}$ und $h_{sAF} = h_{sAFE}$.

Die Integration von Gl. (220) liefert mit den obigen Randbedingungen:

$$Y = (h_{fL} - h_{sAF}) = (h_{fLA} - h_{sAFE}) \cdot e^{\left[-\left(\frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_{AF}} - \frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_L} \right) \cdot X \right]} \quad (221)$$

Daraus erhält man für $X=1$:

$$h_{fLE} - h_{sAFA} = (h_{fLA} - h_{sAFE}) \cdot e^{\left[-\left(\frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_{AF}} - \frac{k_1 \cdot A_0}{\dot{U}_L} \right) \right]} \quad (222)$$

Der insgesamt übertragene Wärmestrom ist:

$$\dot{Q}_0 = \dot{U}_L \cdot (h_{fLE} - h_{fLA}) = \dot{U}_{AF} \cdot (h_{sAFA} - h_{sAFE}) \quad (223)$$

Damit erhält man aus den Gl. (222) und (223) die *dimensionslose spezifische Enthalpieänderung* der beiden Ströme:

$$\phi_{hL} = \frac{(h_{fLE} - h_{fLA})}{(h_{fLE} - h_{sAFE})} = \frac{1 - e^{\left[-\left(\frac{k_1 \cdot A_0}{U_{AF}} - \frac{k_1 \cdot A_0}{U_L} \right) \right]}}{1 - \frac{\dot{U}_L}{\dot{U}_{AF}} \cdot e^{\left[-\left(\frac{k_1 \cdot A_0}{U_{AF}} - \frac{k_1 \cdot A_0}{U_L} \right) \right]}} \quad (224)$$

und

$$\phi_{hAF} = \frac{\dot{U}_L \cdot \phi_{hL}}{\dot{U}_{AF}} \quad (225)$$

7.4 Am berippten Rohrelement feuchte Luft mit verdampfendem Arbeitsfluid abkühlen

7.4.1 Wärme- und Stoffübertragung am berippten Rohrelement

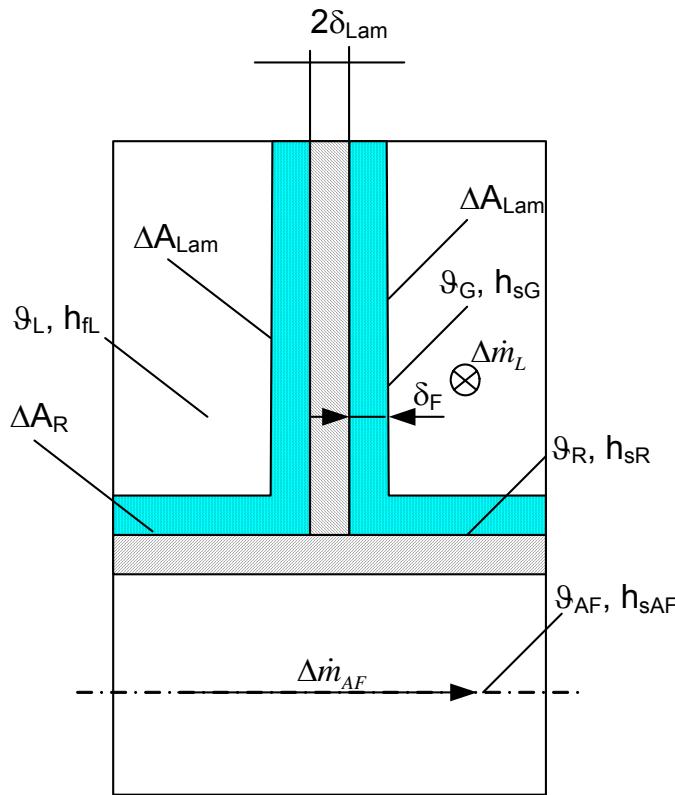


Abb. 7-4: Beripptes Rohrelement: feuchte Luft mit verdampfendem Arbeitsfluid abkühlen.

Nun betrachten wir die Luftabkühlung mit Frostbildung an einem berippten Rohrelement. Alle auf das Rohrelement bezogenen Größen werden mit Δ bezeichnet (ΔA_{Lam} , ΔA_R , $\Delta \dot{m}_L$, $\Delta \dot{m}_{AF}$).

Dabei wird für die spezifische Enthalpie der feuchten Luft die folgende Definition angewendet (Sanders [2], vgl. Gl. (109)):

$$h_{fL} = c_{pfL} \cdot \theta_L + x_L \cdot r_i \quad (226)$$

Damit lässt sich der totale an der Lamelle übertragene Wärmestrom analog zu Gl. (112) berechnen, da diese Gleichung infolge der rohrinnenseitigen Verdampfung von Arbeitsfluid gegenüber der Erwärmung von Kältesole unverändert bleibt.

Somit gilt dafür:

$$\Delta \dot{Q}_{0\text{Lam}} = \frac{k_1}{c_{p\text{fL}}} \cdot (\bar{h}_{\text{fL}} - \bar{h}_{\text{sLam}}) \cdot \Delta A_{\text{Lam}} \quad (227)$$

mit k_1 gemäss Gl. (114):

$$k_1 = \left(\frac{1}{\alpha_L} + \frac{\delta_F \cdot b_0}{\lambda_F \cdot c_{p\text{fL}}} \right)^{-1} \quad (228)$$

Auch der Lamellenwirkungsgrad bleibt gegenüber Abschnitt 3.4 unverändert und kann übernommen werden (Gl. (119)):

$$\Delta \dot{Q}_{0\text{Lam}} = \frac{k_1}{c_{p\text{fL}}} \cdot \eta_{\text{Lam}} \cdot \Delta A_{\text{Lam}} \cdot (\bar{h}_{\text{fL}} - \bar{h}_{\text{sR}}) \quad (229)$$

Auch Gl. (120) zur Berechnung des durch die freie Rohrwand übertragenen Wärmestromes gilt hier unverändert:

$$\Delta \dot{Q}_{0R} = \frac{k_1}{c_{p\text{fL}}} \cdot \Delta A_R \cdot (\bar{h}_{\text{fL}} - \bar{h}_{\text{sR}}) \quad (230)$$

Der totale in einem berippten Rohrelement übertragene Wärmestrom berechnet sich nun mit:

$$\Delta \dot{Q}_0 = \Delta \dot{Q}_{0\text{Lam}} + \Delta \dot{Q}_{0R} \quad (231)$$

Die obige Gleichung ergibt mit Gl. (230) und (229):

$$\Delta \dot{Q}_0 = \frac{k_1}{c_{p\text{fL}}} \cdot (\bar{h}_{\text{fL}} - \bar{h}_{\text{sR}}) \cdot (\eta_{\text{Lam}} \cdot \Delta A_{\text{Lam}} + \Delta A_R) \quad (232)$$

Unter Vernachlässigung des Wärmeleitwiderstandes durch die Rohrwand und infolge der Linearisierung der Sättigungsenthalpie der feuchten Luft ergibt sich für den totalen durch die Rohrwand übertragenen Wärmestrom analog zur Gl. (123) in Abschnitt 3.4:

$$\Delta \dot{Q}_0 = \frac{\alpha_{\text{AF}}}{b_0} (\bar{h}_{\text{sR}} - \bar{h}_{\text{sAF}}) \cdot \Delta A_R \quad (233)$$

Somit erhält man für den Wärmestrom $\Delta \dot{Q}_0$ mit (232) in (233) eingesetzt:

$$\Delta \dot{Q}_0 = \left(\frac{c_{p\text{fL}}}{k_1 \cdot (\eta_{\text{Lam}} \cdot \Delta A_{\text{Lam}} + \Delta A_R)} + \frac{b_0}{\Delta A_R \cdot \alpha_{\text{AF}}} \right)^{-1} \cdot (\bar{h}_{\text{fL}} - \bar{h}_{\text{sAF}}) \quad (234)$$

Der erste Klammerausdruck stellt den Wärme- und Stoffdurchgangskoeffizienten in einem verfrostenen berippten Rohrelement bezogen auf das spezifische Enthalpiegefälle dar:

$$\Delta C_1 = \left(\frac{c_{p\text{fL}}}{k_1 \cdot (\eta_{\text{Lam}} \cdot \Delta A_{\text{Lam}} + \Delta A_R)} + \frac{b_0}{\Delta A_R \cdot \alpha_{\text{AF}}} \right)^{-1} \quad (235)$$

Man erhält damit für den totalen zwischen der feuchten Luft und dem Arbeitsfluid übertragenen Wärmestrom:

$$\Delta \dot{Q}_0 = \Delta C_1 \cdot (\bar{h}_{\text{fL}} - \bar{h}_{\text{sAF}}) \quad (236)$$

bzw. mit dem arithmetischen Mittelwert für Luft und Arbeitsfluid zwischen Eintritt und Austritt des betrachteten Flächenelements:

$$\Delta \dot{Q}_0 = \Delta C_1 \cdot \left(\frac{h_{fLE} + h_{fLA}}{2} - \frac{h_{sAFE} + h_{sAFA}}{2} \right) \quad (237)$$

In Gl. (237) sind die spezifische Sättigungsenthalpie in Funktion der Verdampfungstemperatur und die spezifische Enthalpie der feuchten Luft am Austritt des betrachteten Flächenelementes unbekannt. Der totale Wärmestrom wird zusätzlich durch die Energiebilanz längs zur Luft- und Arbeitsfluidströmung berechnet:

$$\Delta \dot{Q}_0 = \Delta \dot{m}_L \cdot (h_{fLE} - h_{fLA}) \quad (238)$$

und

$$\Delta \dot{Q}_0 = \frac{\Delta \dot{m}_{AF} \cdot \tilde{c}_{pAF}}{b_0} \cdot (h_{sAFA} - h_{sAFE}) \quad (239)$$

Aus den obigen zwei Gleichungen werden h_{sAFA} und h_{fLA} bestimmt:

$$h_{sAFA} = h_{sAFE} + C_2 \cdot (h_{fLE} - h_{fLA}) \quad (240)$$

mit der dimensionslosen Kennzahl C_2 :

$$C_2 = \frac{\Delta \dot{m}_L \cdot b_0}{\Delta \dot{m}_{AF} \cdot \tilde{c}_{pAF}} \quad (241)$$

Durch Einsetzen von Gl. (238) und (240) in Gl. (237) folgt:

$$h_{fLA} = \frac{h_{fLE} (2 \cdot \Delta \dot{m}_L - \Delta C_1 + \Delta C_3) - 2 \cdot \Delta C_1 \cdot h_{sAFE}}{2 \cdot \Delta \dot{m}_L + \Delta C_1 + \Delta C_3} \quad (242)$$

mit:

$$\Delta C_3 = \Delta C_1 \cdot C_2 \quad (243)$$

Jetzt kann der total übertragene Wärmestrom am berippten Rohrelement berechnet werden. Im Falle der Partialkondensation ist für r_i die Verdampfungsenthalpie r_v einzusetzen und bei Partialdesublimation die Desublimationsenthalpie r_s .

7.4.2 Sensibler und latenter Wärmestrom

Der übertragene sensible Wärmestrom kann analog zur Gl. (134) aus Abschnitt 3.4 berechnet werden:

$$\Delta \dot{Q}_s = \Delta \dot{m}_L \cdot c_{pL} \cdot (g_{LE} - g_{LA}) \quad (244)$$

Gemäss Gl. (61) gilt:

$$\frac{h_{fLE} - h_{fLA}}{\bar{h}_{fL} - \bar{h}_{sG}} = \frac{\vartheta_{LE} - \vartheta_{LA}}{\bar{\vartheta}_L - \bar{\vartheta}_G} = z \quad (245)$$

Somit berechnet sich die Luftaustrittstemperatur gemäss Gl. (245):

$$\vartheta_{LA} = \frac{\vartheta_{LE} \cdot \left(1 - \frac{z}{2}\right) + \bar{\vartheta}_G \cdot z}{\left(1 + \frac{z}{2}\right)} \quad (246)$$

Die mittlere Phasengrenz-Temperatur $\bar{\vartheta}_G$ wird aus den zwei Gleichungen für den total übertragenen Wärmestrom analog zur Gl. (236) bzw. Gl. (110) ermittelt.

$$\Delta \dot{Q}_0 = \Delta C_1 \cdot (\bar{h}_{fL} - \bar{h}_{sAF}) = \frac{\alpha_L}{c_{pfl}} \cdot (\bar{h}_{fL} - \bar{h}_{sG}) \cdot (\Delta A_R + \Delta A_{Lam}) \quad (247)$$

Gleichung (247) nach der mittleren spezifischen Phasengrenzschicht-Enthalpie aufgelöst ergibt:

$$\bar{h}_{sG} = \bar{h}_{fL} - \left[(\bar{h}_{fL} - \bar{h}_{sAF}) \cdot \frac{\Delta C_1 \cdot c_{pfl}}{\alpha_L \cdot (\Delta A_R + \Delta A_{Lam})} \right] \quad (248)$$

Die mittlere spezifische Phasengrenzschicht-Enthalpie ist die spezifische Sättigungsenthalpie feuchter Luft bei der mittleren Phasengrenztemperatur. Somit kann aus der berechneten spezifischen Phasengrenzschicht-Enthalpie die Phasengrenztemperatur ermittelt werden.

Der latente Wärmestrom ergibt sich nun aus der Differenz von totalem und sensiblem Wärmestrom:

$$\Delta \dot{Q}_l = \Delta \dot{Q}_0 - \Delta \dot{Q}_s \quad (249)$$

Mit dem berechneten latenten Wärmestrom lässt sich der aus der feuchten Luft ausgeschiedene Wasserdampf-Massenstrom ermitteln:

$$\Delta \dot{m}_{Da} = \frac{\Delta \dot{Q}_l}{r_i} \quad (250)$$

mit $r_i = r_v$ für Partialkondensation und $r_i = r_s$ für Partialdesublimation.

7.4.3 Betriebscharakteristik

Für den total übertragenen Wärmestrom am berippten Rohrelement, nun formuliert für infinitesimale Flächenanteile, gilt:

$$d\dot{Q}_0 = dC_1 \cdot (\bar{h}_{fL} - \bar{h}_{sAF}) \quad (251)$$

mit:

$$dC_1 = \left(\frac{c_{pfl}}{k_1 \cdot (\eta_{Lam} \cdot dA_{Lam} + dA_R)} + \frac{b_0}{dA_R \cdot \alpha_{AF}} \right)^{-1} \quad (252)$$

Weiter gilt für den total übertragenen Wärmestrom am berippten Rohrelement:

$$d\dot{Q}_0 = \dot{m}_L \cdot dh_{fL} \quad (253)$$

und

$$d\dot{Q}_0 = \dot{m}_{AF} \frac{\tilde{c}_{pAF}}{b_0} \cdot dh_{sAF} \quad (254)$$

Mit $X = A / A_0$ und $Y = (\bar{h}_{fL} - \bar{h}_{sAF})$ folgt:

$$d\dot{Q}_0 = \dot{m}_L \cdot dh_{fL} = C_1 \cdot Y \cdot dX \quad (255)$$

Also ist:

$$d\dot{Q}_0 = \dot{m}_{AF} \cdot \frac{\tilde{c}_{pAF}}{b_0} \cdot dh_{sAF} = C_1 \cdot Y \cdot dX \quad (256)$$

Mit

$$\dot{U}_L = \dot{m}_L \quad (257)$$

und

$$\dot{U}_{AF} = \dot{m}_{AF} \frac{\tilde{c}_{pAF}}{b_0} \quad (258)$$

folgt weiter:

$$d\dot{Q}_0 = \dot{U}_L \cdot dh_{fL} = C_1 \cdot Y \cdot dX \quad (259)$$

und

$$d\dot{Q}_0 = \dot{U}_{AF} \cdot dh_{sAF} = C_1 \cdot Y \cdot dX \quad (260)$$

Durch Subtrahieren der Gl. (259) von der Gl. (260) erhält man:

$$\frac{dY}{dX} + \left(\frac{C_1}{\dot{U}_{AF}} - \frac{C_1}{\dot{U}_L} \right) \cdot Y = 0 \quad (261)$$

Die Randbedingungen für den Gegenstrom-Wärmeübertrager zur Integration von Gl. (261) lauten:

Für $X=0$ ($A=0$) sind die spezifischen Enthalpien $h_{fL} = h_{fLA}$ und $h_{sAF} = h_{sAFE}$.

Nun ergibt die Integration:

$$Y = (h_{fL} - h_{sAF}) = (h_{fLA} - h_{sAFE}) \cdot e^{-\left[\left(\frac{C_1}{\dot{U}_{AF}} - \frac{C_1}{\dot{U}_L} \right) X \right]} \quad (262)$$

Somit folgt für $X=1$:

$$(h_{fLE} - h_{sAF}) = (h_{fLA} - h_{sAFE}) \cdot e^{-\left[\left(\frac{C_1}{\dot{U}_{AF}} - \frac{C_1}{\dot{U}_L} \right) \right]} \quad (263)$$

Zudem gilt:

$$\dot{Q}_0 = \dot{U}_L \cdot (h_{fLE} - h_{fLA}) = \dot{U}_{AF} \cdot (h_{sAF} - h_{sAFE}) \quad (264)$$

Jetzt kann die *dimensionslose spezifische Enthalpieänderung* der Luft bzw. des Arbeitsfluids berechnet werden:

$$\phi_{hL} = \frac{h_{fLE} - h_{fLA}}{h_{fLE} - h_{sAFE}} = \frac{1 - e^{\left[(1-C_2) \left(\frac{C_{11}}{U_L} \right) \right]}}{1 - C_2 \cdot e^{\left[(1-C_2) \left(\frac{C_1}{U_L} \right) \right]}} \quad (265)$$

$$\phi_{hAF} = \frac{\dot{U}_L}{\dot{U}_{AF}} \cdot \phi_{hL} \quad (266)$$

Die Wärmeübertragerschaltung lässt sich nun mit den obigen Betriebscharakteristiken und der im Kapitel 5 beschriebenen Matrizen-Methode berechnen.

8 Berechnungsmodell für Luft/Wasser-Wärmepumpen mit Ein/Aus-Regelung

8.1 Mathematisch-physikalische Modellierung der Teilprozesse der Luft/Wasser-Wärmepumpe mit Ein/Aus-Regelung

Der Kernpunkt der mathematisch-physikalischen Simulation der Luft/Wasser-Wärmepumpe ist die detaillierte Modellierung des Lamellenluftkühlers mit rohrinnenseitiger Verdampfung des Arbeitsfluids, welche bereits in Abschnitt 7.4 beschrieben wurde. Zur vollständigen Simulation der gesamten Luft/Wasser-Wärmepumpe müssen jedoch auch die restlichen Komponenten (Kompressor, Kondensator und Expansionsventil) mathematisiert werden. Der Kompressor lässt sich dabei wie folgt mathematisch-physikalisch beschreiben.

Der vom Kompressor geförderte Arbeitsfluid-Massenstrom ist massgeblich abhängig vom spezifischen Volumen des Arbeitsfluids auf der Saugseite des Kompressors und somit vom thermischen Zustand am Eintritt in den Kompressionsraum:

$$\dot{m}_{AF} = \frac{p_v \cdot \dot{V}_N \cdot \lambda}{R_{AF} \cdot Z \cdot T_1} \quad (267)$$

mit:

$$T_1 = T_v + \Delta T_{\dot{U}} \quad (268)$$

Dabei steht \dot{V}_N für den vom Kompressor geförderten Normvolumenstrom und λ für den Nutzliefergrad, welcher wiederum abhängig ist vom Druckverhältnis. T_v ist die sich einstellende Verdampfungstemperatur des Arbeitsfluids und $\Delta T_{\dot{U}}$ ist die Dampfüberhitzung im Verdampfer, die durch die Einstellung des Expansionsventils beeinflusst werden kann.

Die dem Arbeitsfluid zugeführte (innere) Kompressorleistung wird berechnet mit – vgl. WEXA [13]:

$$P_{Ki} = \dot{m}_{AF} \cdot (T_v + \Delta T_{\dot{U}}) \cdot c_{pAFg} \cdot \frac{1}{\eta_s} \cdot \left(\left(\frac{p_K}{p_v} \right)^{\kappa} - 1 \right) \quad (269)$$

mit:

$$\kappa = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \quad (270)$$

Der dabei verwendete isentrope Kompressorwirkungsgrad η_s ist analog zum Nutzliefergrad massgeblich abhängig vom Kompressortyp aber auch vom thermischen Zustand des Arbeitsfluids vor und nach dem Kompressor und kann aus Herstellerangaben ermittelt werden.

Aus den in Kapitel 7.4 dargestellten Gleichungen wird bei gegebener Verdampfungstemperatur der im Lamellenluftkühler übertragene Wärmestrom \dot{Q}_0 berechnet. Die im Kondensator abzuführende Heizleistung der Wärmepumpe beträgt:

$$\dot{Q}_H = \dot{Q}_0 + P_{Ki} \quad (271)$$

und die während des Betriebs der Wärmepumpe resultierende Heizwassererwärmung

$$\Delta T_{HW} = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{m}_{HW} \cdot c_{pHW}} \quad (272)$$

Die während dem Betrieb der Wärmepumpe erzeugte Vorlauftemperatur ergibt sich zu:

$$T_{VL} = T_{RL} + \Delta T_{HW} \quad (273)$$

Der Kondensator der Luft/Wasser-Wärmepumpe wird in diesem Simulationsprogramm (gegenüber dem Lamellenluftkühler/Verdampfer) stark vereinfacht modelliert. Der Wärmedurchgangskoeffizient k_K wird als konstant angenommen. Das zur Wärmeübertragung notwendige Temperaturgefälle ΔT_K im Kondensator ergibt sich somit:

$$\Delta T_K = \frac{\dot{Q}_H}{A_K \cdot k_K} \quad (274)$$

Vereinfacht kann jetzt die sich einstellende Kondensationstemperatur T_K gemäss dem folgenden T, \dot{Q} -Diagramm berechnet werden.

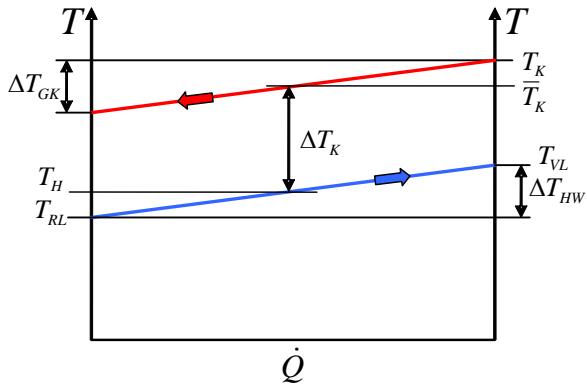


Abb. 8-1: T, \dot{Q} -Diagramm des Kondensators.

$$T_K = \left(T_{VL} - \frac{1}{2} \cdot \Delta T_{HW} \right) + \Delta T_K + \frac{1}{2} \cdot \Delta T_{GK} \quad (275)$$

Falls das Arbeitsfluid während der Kondensation einen Temperaturgleit ΔT_{GK} aufweist, bezieht sich die Kondensationstemperatur immer auf die Taupunkttemperatur.

Der Dampfgehalt x_d des Arbeitsfluids nach dem Expansionsventils bzw. am Eintritt in den Lamellenluftkühler/Verdampfer wird bei gegebener Verdampfungs- und Kondensationstemperatur berechnet aus – vgl. WEXA [13]:

$$x_d = \frac{c_{p,AFI}(T_K - T_V)}{r_{V,AF}} \quad (276)$$

Jetzt kann der sich einstellende Betriebspunkt iterativ ermittelt werden und so der Luft/Wasser-Wärmepumpen-Betrieb mit Frost- und Kondensatbildung zeitlich simuliert werden.

9 Simulationsprogramm der Luft/Wasser-Wärmepumpe mit detailliertem Lamellenluftkühler-Modell

9.1 Aufbau und Ablauf des Simulationsprogramms

Das Simulationsprogramm der Luft/Wasser-Wärmepumpe basiert auf den in den Abschnitten 7.4 und 8.1 dargestellten Modellierungen sowie auf der im Kapitel 5 aufgeführten Berechnungsmethode für Wärmeübertrager-Schaltungen. Der detaillierte Ablauf des Simulationsprogramms der Luft/Wasser-Wärmepumpe ist im Ablaufplan (Abb. 9-1) dargestellt.

Folgende Betriebsbedingungen müssen vor dem Start des Simulationsprogramms eingegeben werden:

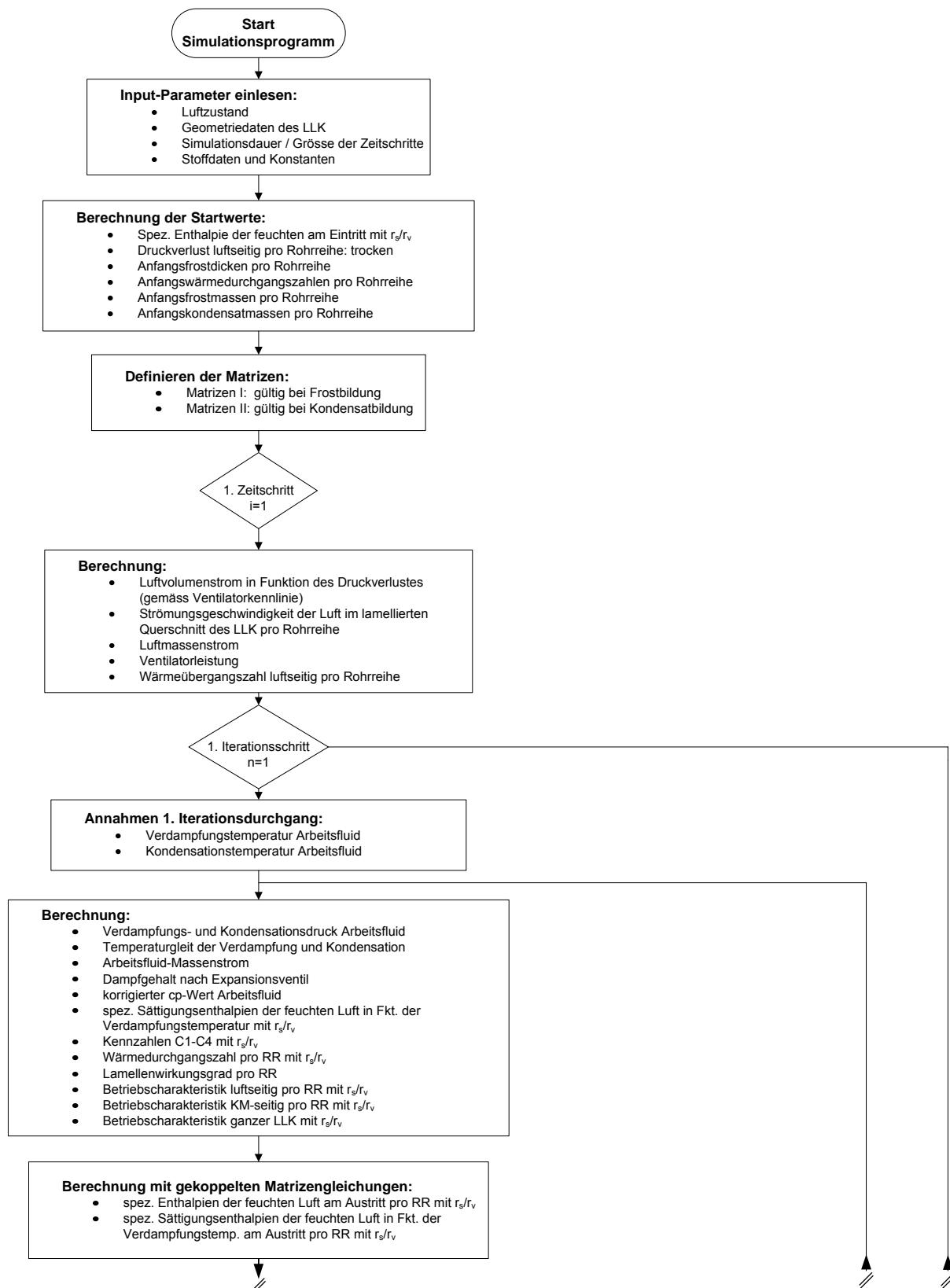
Luftzustand: Lufttemperatur, relative Feuchte, Luftgeschwindigkeit (unverfroset), Luftdruck und Taupunkttemperatur

Geometriedaten des Lamellenluftkühlers: Lamellendicke, Lamellenteilung, Anzahl der Rohrreihen usw.

Weiter benötigt werden das gewünschte Abbruchkriterium (z.B. maximale Simulationsdauer, maximaler Druckverlust, Absenkung der Verdampfungstemperatur, usw.) sowie diverse Stoffdaten und Konstanten. Mit den eingegebenen Startwerten und Randbedingungen berechnet das Simulationsprogramm die Startwerte – vgl. Ablaufdiagramm Abb. 9-1. Nach der Berechnung der Startwerte werden die zur Berechnung der Wärmeübertragerschaltung benötigten Matrizen eingelesen. Für den ersten Zeitschritt wird nach der Berechnung des Betriebsverhaltens des Lamellenluftkühlers (Luftvolumenstrom gemäss Ventilatorkennlinie in Funktion des Druckverlustes) die Iterationsschlaufe zur Ermittlung der sich einstellenden Verdampfungs- und Kondensationstemperatur gestartet. In einem ersten Iterationsdurchgang werden eine Verdampfungs- und Kondensationstemperatur angenommen und mit diesen die sich einstellenden Wärmeströme im Lamellenluftkühler/Verdampfer berechnet. Dabei wird unterschieden, ob es zur Kondensat- oder Frostbildung im Lamellenluftkühler kommt (als Entscheidungskriterium dient die Lamellen-spitzenstemperatur). Über die Änderung des Dampfgehaltes des Arbeitsfluids im Lamellenluftkühler wird die zu Beginn des Iterationsdurchgangs getroffene Annahme der Verdampfungs- und Kondensationstemperatur überprüft. Wird die erforderliche Änderung des Dampfgehaltes (vollständige Verdampfung) erreicht, wird die Iterationsschlaufe der Verdampfungs- und Kondensationstemperatur verlassen. Ansonsten wird die gewählte Verdampfungstemperatur nach unten korrigiert und die Iterationsschlaufe erneut ausgeführt.

Nach Abschluss der Iterationsschlaufe zur Ermittlung der Verdampfungs- und Kondensationstemperatur erfolgt die Berechnung der effektiven Frostdicke und des resultierenden Druckverlustes. Dabei ist der Programmablauf analog zum Simulationsprogramm des Lamellenluftkühlers mit Kältesole und wird hier nicht erneut aufgeführt.

Ist die gewünschte simulierte Betriebsdauer bzw. das definierte Abbruchkriterium erreicht, wird die Berechnungsschleife abgebrochen und die relevanten Simulationsdaten werden in verschiedenen Plots dargestellt. Zudem besteht die Möglichkeit, die gewünschten Simulationsdaten in ein txt.-File zu exportieren. Ansonsten werden die Randbedingungen für das nächste Zeitelement aktualisiert (z.B. Frostdicke, Druckverlust, usw.) und die Berechnungsschleife solange erneut durchgeführt, bis die gewünschte Simulationsdauer bzw. das Abbruchkriterium erreicht ist.



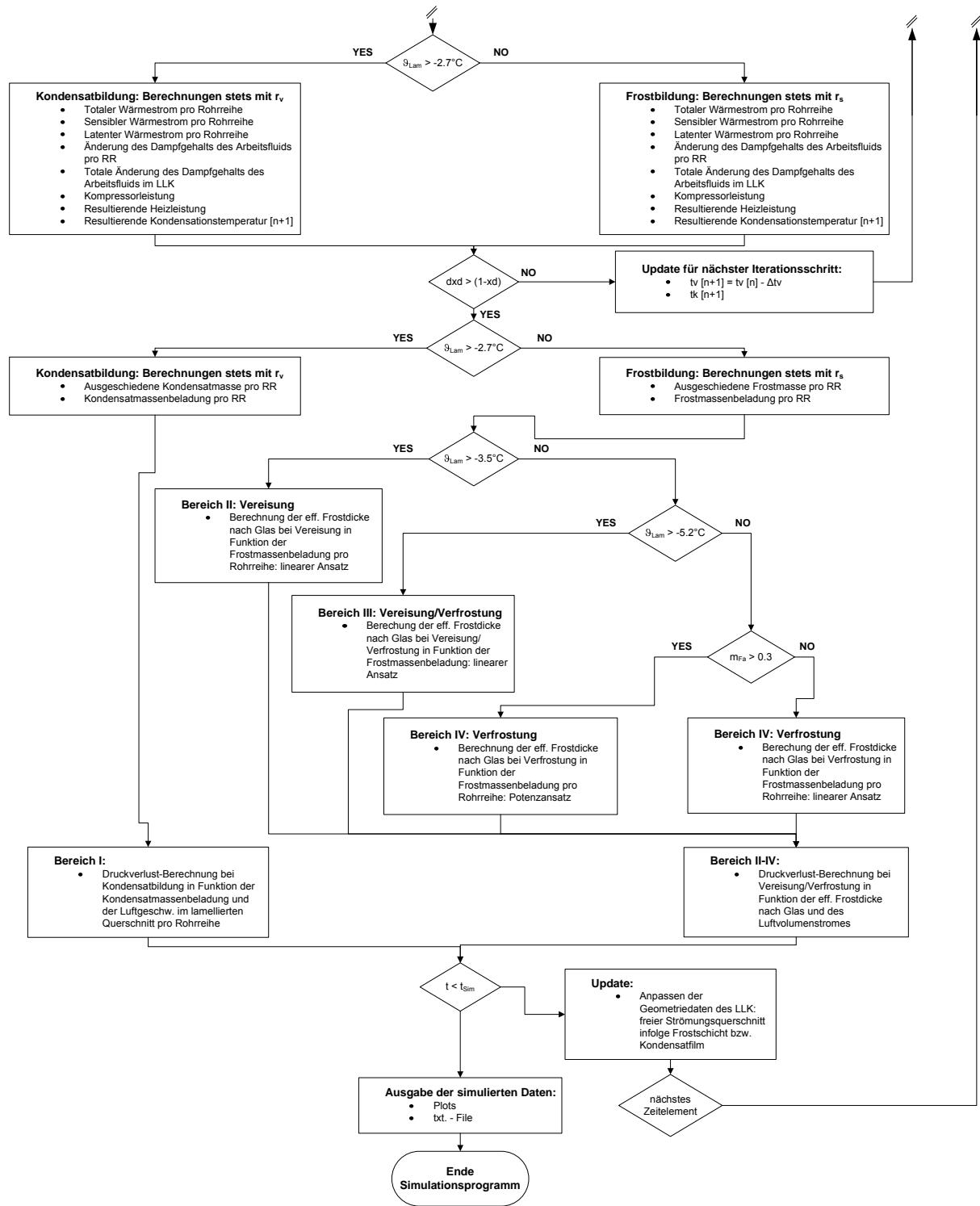


Abb. 9-1: Ablaufdiagramm: Simulationsprogramm der Luft/Wasser-Wärmepumpe.

9.2 Diskussion der Simulationsergebnisse

Im diesem Abschnitt wird das Simulationsprogramm der Luft/Wasser-Wärmepumpe validiert. Dazu werden die Messungen mit den simulierten Verläufen verglichen. Die Validierung wird lediglich für den Standardverdampfer der im Wärmepumpen-Prüfstand installierten Wärmepumpe LCR5, jedoch aber für verschiedene Betriebszustände (Lufttemperaturen, Heizwasser-Rücklauftemperaturen) und Prozessgrößen (Heizleistung, Wärmestrom im Verdampfer, Druckverlust und Luftvolumenstrom) durchgeführt. Damit der für Luft/Wasser-Wärmepumpen relevante Bereich der Umgebungstemperaturen abgedeckt wird, werden nachfolgend die Validierungen für Lufttemperaturen von 15°C, 6°C, -2°C und -7°C bei jeweils 80% relativer Feuchtigkeit aufgeführt.

9.2.1 Heizleistung

Die erzeugte Heizleistung stellt im Simulationsprogramm eine wichtige Größe dar, da sie für sämtliche Kennzahlen (Leistungszahl, Arbeitszahl, Jahresarbeitszahl usw.) zur Wärmepumpen-Bewertung benötigt wird und muss somit mit bester Genauigkeit simuliert werden können.

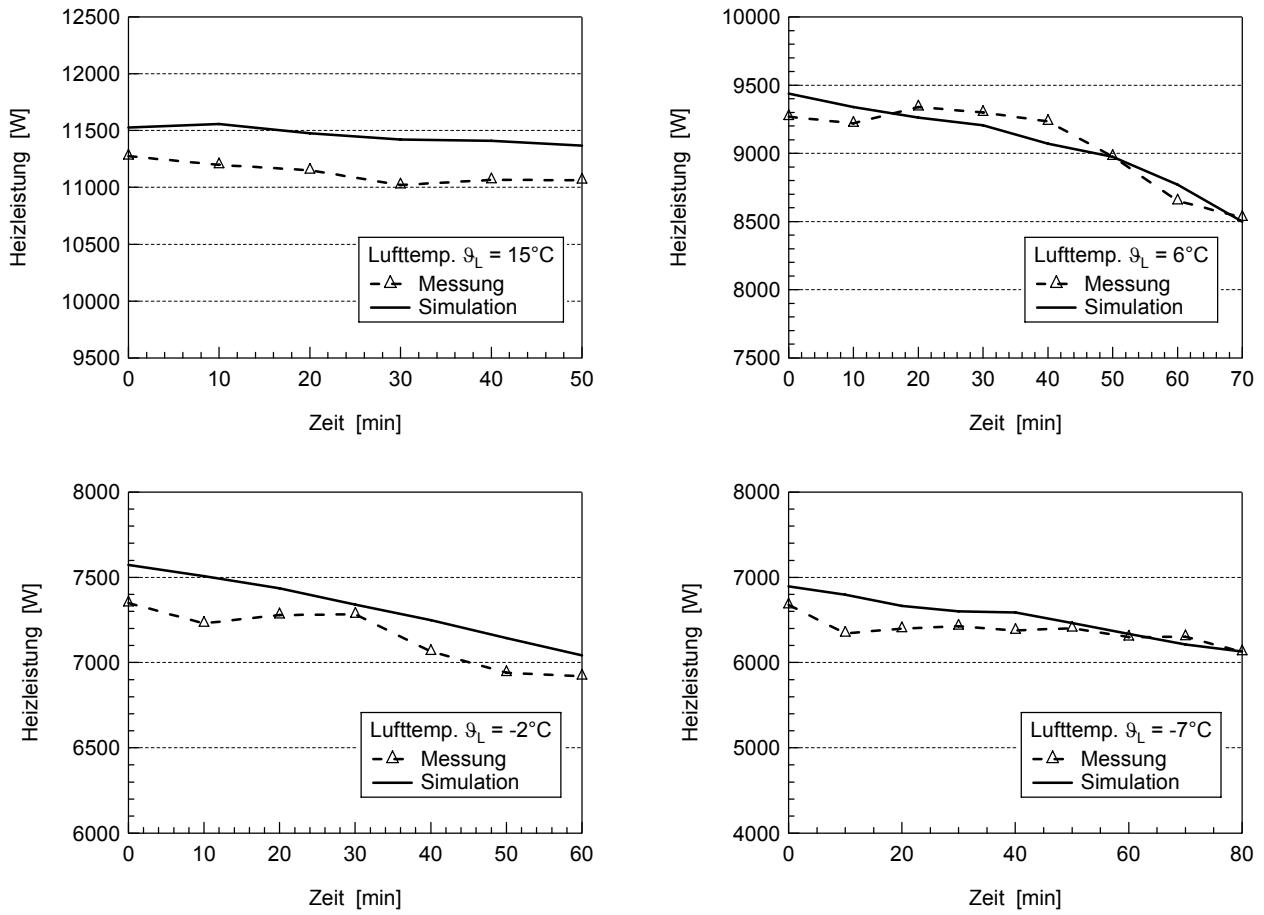


Abb. 9-2: Heizleistung bei verschiedenen Lufttemperaturen.

Die Heizleistungen bei den verschiedenen Lufttemperaturen, auch innerhalb des kritischen Temperaturbereichs, können mit guter Genauigkeit simuliert werden. Die maximale Abweichung der Simulation beträgt bezüglich der Messung rund 8%. Auch die zeitliche Entwicklung (Abnahme der Heizleistung) kann mit der Simulation gut wiedergegeben werden. Die simulierten Heizleistungen sind gegenüber den Messungen tendenziell leicht zu hoch.

9.2.2 Wärmestrom im Verdampfer/Lamellenluftkühler

Auch der im Verdampfer/Lamellenluftkühler übertragene Wärmestrom muss selbstverständlich mit entsprechend guter Genauigkeit simuliert werden können. Bereits kleine Abweichungen wirken sich auf die Frostbildung und somit auch auf den luftseitigen Druckverlust aus. Dadurch kann die zeitliche Entwicklung sämtlicher simulierten Größen verfälscht werden.

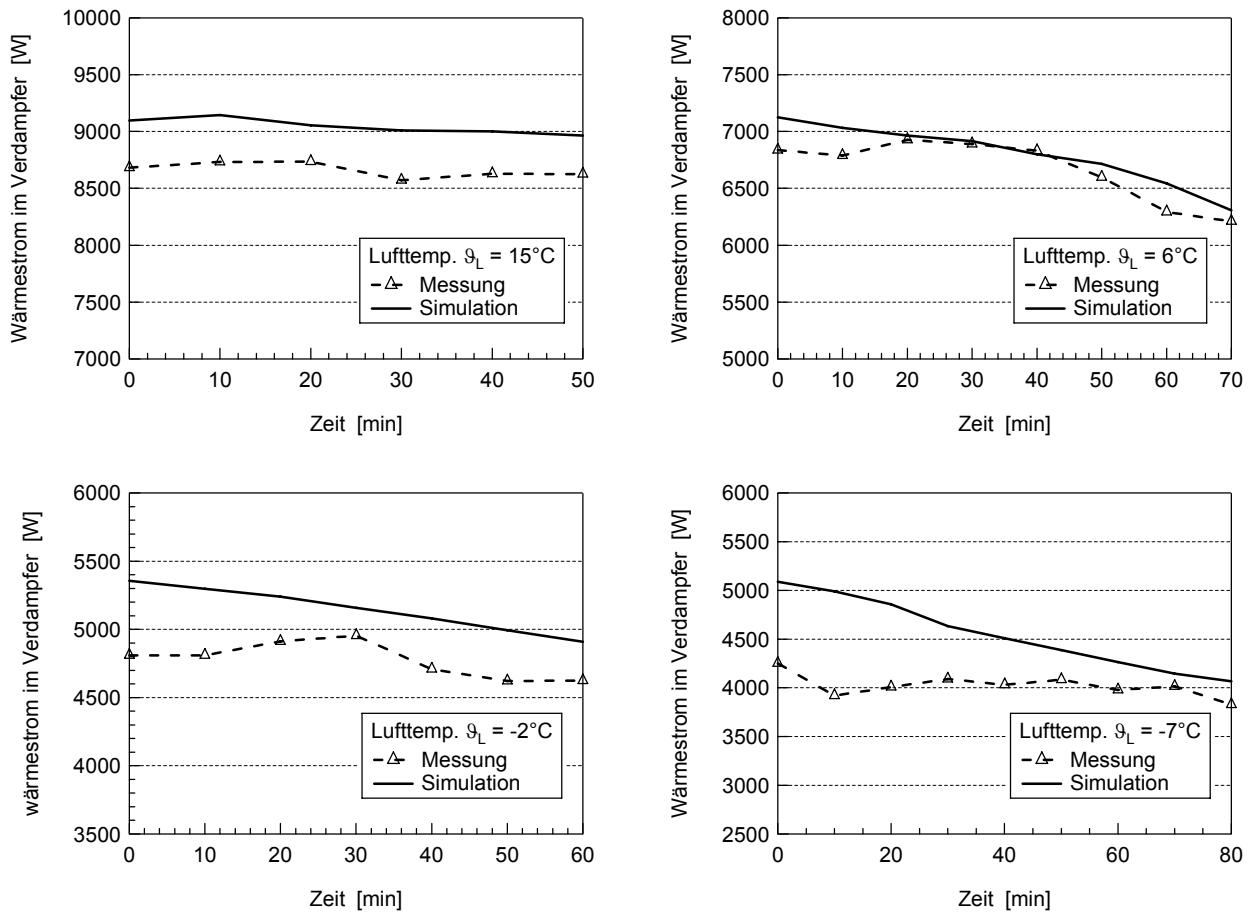


Abb. 9-3: Wärmestrom im Verdampfer bei verschiedenen Lufttemperaturen.

Die im Verdampfer übertragenen Wärmeströme können für sämtliche Betriebszustände gut simuliert werden. Die grössten Abweichungen ergeben sich bei der Messung mit -7°C Lufttemperatur: maximaler relativer Fehler beträgt rund 25% bei $t = 10$ min, nimmt jedoch anschliessend schnell ab auf rund 6% bei $t = 80$ min. Ansonsten können Simulationen mit maximalen Abweichungen von rund 10% erzielt werden. Auch die Verläufe, also die zeitliche Reduktion der übertragenen Wärmeströme stimmen gut mit den Messungen überein. Tendenziell sind die Simulationen gegenüber den Messungen leicht zu hoch.

9.2.3 Druckverlust

Der (luftseitige) Druckverlust muss zwingend mit hoher Genauigkeit simuliert werden können, da er gemäss der Ventilatorkennlinie den durch den Lamellenluftkühler/Verdampfer geförderten Luftvolumenstrom bestimmt. Bereits kleine Abweichungen des Druckverlustes ergeben grössere Fehler beim simulierten Luftvolumenstrom. Dieser wiederum wirkt sich stark auf den im Verdampfer übertragenen Wärmestrom und somit auch auf die erzeugte Heizleistung aus. Der Druckverlust kann somit als zentrale Simulationsgrösse betrachtet werden.

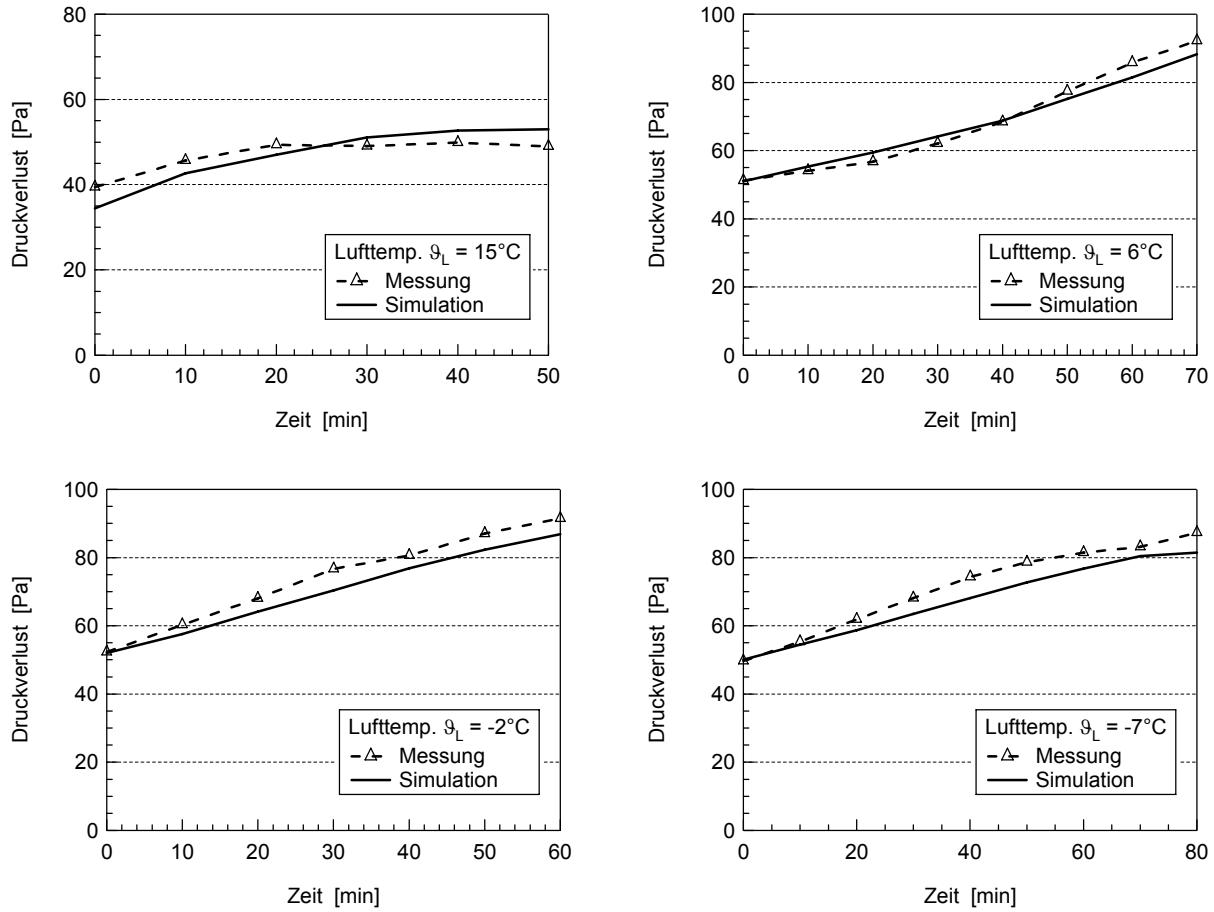


Abb. 9-4: Luftseitiger Druckverlust bei verschiedenen Lufttemperaturen.

In sämtlichen Betriebszuständen können die luftseitigen Druckverluste mit hoher Genauigkeit simuliert werden. Die maximale Abweichung gegenüber der Messung beträgt rund 8%. Die simulierten Druckverluste sind tendenziell leicht zu tief. Jedoch können die zeitlichen Verläufe mit der Simulation gut wiedergegeben werden.

9.2.4 Luftvolumenstrom

Der simulierte Luftvolumenstrom ist stark abhängig vom simulierten Druckverlust. Zu grossen Abweichungen des simulierten Luftvolumenstromes wirken sich auf die simulierten Wärmeströme bzw. auf die Heizleistung aus. Mit der verwendeten, flachen Ventilatorkennlinie (vgl. LOREF [11], Anhang 5) ergeben sich bereits bei sehr geringen Abweichungen des Druckverlustes grössere Abweichungen beim simulierten Luftvolumenstrom.

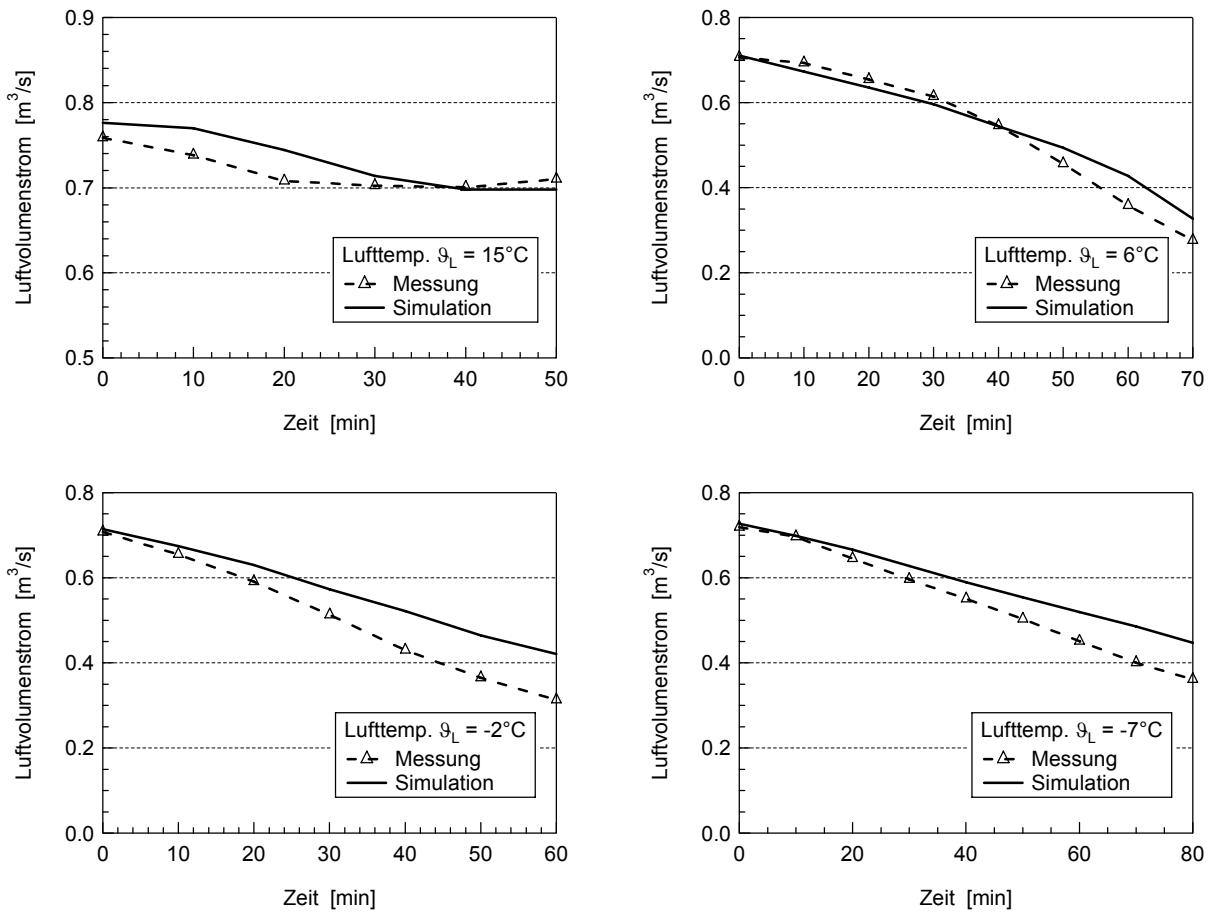


Abb. 9-5: Luftvolumenstrom bei verschiedenen Lufttemperaturen.

Abb. 9-5 zeigt, dass bereits geringe Abweichungen des simulierten Druckverlustes zu relativ grossen Abweichungen beim simulierten Luftvolumenstrom führen. Wird der Druckverlust zu tief simuliert, fällt der simulierte Luftvolumenstrom zu hoch aus. Besonders bei flachen Ventilatorkennlinien reagiert der Luftvolumenstrom empfindlich auf den Druckverlust. Trotz der zum Teil grösseren Abweichungen (maximaler relativer Fehler bezüglich der Messung beträgt rund 35%), können die übrigen Prozessgrössen noch mit guter Genauigkeit simuliert werden. Unter der Verwendung einer steilen Ventilatorkennlinie (vgl. LOREF [11], Anhang 5) fallen die Simulationsergebnisse deutlich besser aus.

9.2.5 ***Fazit***

Die relevanten Betriebsgrößen wie z.B. Heizleistung, Druckverlust, usw. können mit guter Genauigkeit simuliert werden. Auch im kritischen Temperaturbereich zwischen 0°C und 7°C betragen die maximalen Abweichungen der Simulationsdaten bezüglich den Messungen lediglich rund 15%.

9.3 Anwendungsmöglichkeiten des Simulationsprogramms

Mit dem mathematisch-physikalischen Simulationsprogramm der Luft/Wasser-Wärmepumpe kann das Verhalten verschiedener Lamellenluftkühler sowie Lamellenluftkühler/Ventilator-Paarungen im Wärmepumpen-Einsatz untersucht und anhand verschiedener Kennzahlen (COP, JAZ, usw.) bewertet werden. So kann für ein gegebenes Temperaturszenario eine für den Luft/Wasser-Wärmepumpen-Einsatz optimale Lamellenluftkühler/Ventilator-Paarung anhand von Simulationen ermittelt und das daraus resultierende Verbesserungspotenzial quantifiziert werden.

Verschiedene Kriterien zur Einleitung der Abtauung können mit Hilfe des Simulationsprogramms untersucht, untereinander verglichen und energetisch bewertet werden. So kann beispielsweise untersucht werden, wie lange die Luft/Wasser-Wärmepumpe bei gegebenem Abtaukriterium zwischen zwei Abtauvorgängen betrieben werden kann. Experimentelle Untersuchungen des Abtaukriteriums sind dagegen aufwändig und messtechnisch anspruchsvoll. Das Simulationsprogramm dient weiter als Grundlage für weitere Optimierungsbetrachtungen an Luft/Wasser-Wärmepumpen.

10 Symbolverzeichnis

10.1 Formelzeichen

A	m^2	Fläche
A_0	m^2	totale luftseitige Wärmeübertragerfläche
A_{Lam}	m^2	Lamellenfläche
A_{Ra}	m^2	freie äussere Rohroberfläche
A_{Ri}	m^2	rohrinnenseitige Oberfläche
A_K	m^2	Wärmeübertragerfläche des Kondensators
dA	m^2	infinitesimales Flächenelement
dA_{Lam}	m^2	infinitesimale Lamellenfläche eines berippten Rohrelements
dA_{R}	m^2	infinitesimale, freie äussere Rohroberfläche eines berippten Rohrelements
ΔA_{Lam}	m^2	Lamellenfläche eines berippten Rohrelements
ΔA_{R}	m^2	freie äussere Rohroberfläche eines berippten Rohrelements
a	m	Höhe des gekühlten Spaltkanals
a	m	Rohrteilung in der Tiefe
a_0	-	Konstante zur Berechnung der spezifischen Sättigungsenthalpie der feuchten Luft
b_0	$J/kg\ K$	Verhältnis zwischen dem spezifischen Enthalpie- und Temperaturgefälle der feuchten Luft längs zur Strömung
c	m	Rohrteilung in der Höhe
C_1	kg/s	Kennzahl
C_2	-	dimensionslose Kennzahl
C_3	-	dimensionslose Kennzahl
dC_1	kg/s	Kennzahl
ΔC_1	kg/s	Kennzahl
ΔC_3	kg/s	Kennzahl
$\tilde{c}_{p\text{AF}}$	$J/kg\ K$	korrigierte spezifische Wärmekapazität des Arbeitsfluids
$c_{p\text{AFg}}$	$J/kg\ K$	spezifische Wärmekapazität des gasförmigen Arbeitsfluids
$c_{p\text{AFI}}$	$J/kg\ K$	spezifische Wärmekapazität des flüssigen Arbeitsfluids
c_{pD}	$J/kg\ K$	spezifische Wärmekapazität Wasserdampf
c_F	$J/kg\ K$	spezifische Wärmekapazität Frost
c_{pL}	$J/kg\ K$	spezifische Wärmekapazität feuchte Luft
c_{pHW}	$J/kg\ K$	spezifische Wärmekapazität des Heizwassers
c_{pK}	$J/kg\ K$	spezifische Wärmekapazität Kondensat
c_{pKS}	$J/kg\ K$	spezifische Wärmekapazität Kältesole
c_{pL}	$J/kg\ K$	spezifische Wärmekapazität trockene Luft
c_{pW}	$J/kg\ K$	spezifische Wärmekapazität trockene Luft
D_{DL}	m^2/s	Diffusionskoeffizient Wasserdampf in Luft
d_h	m	hydraulischer Durchmesser
d_{Ri}	m	Rohrinnendurchmesser
d_{Ra}	m	Rohraussendurchmesser
E	-	Einheitsmatrix
dE/dt	J/s	zeitliche Änderung der Energie im Kontrollraum

H	m	Höhe des Lamellenluftkühlers
\dot{H}_D	W	Enthalpiestrom des ausgeschiedenen Dampfstromes
\dot{H}_{fLA}	W	Enthalpiestrom der feuchten Luft am Austritt
\dot{H}_{fLE}	W	Enthalpiestrom der feuchten Luft am Eintritt
\dot{H}_K	W	Enthalpiestrom des ablaufenden Kondensats
h_A	J/kg	Allgemein: spezifische Enthalpie am Austritt
h^o_A	J/kg	Allgemein: spezifische Enthalpie am Austritt des LLK
h_E	J/kg	Allgemein: spezifische Enthalpie am Eintritt
h^l_E	J/kg	Allgemein: spezifische Enthalpie am Eintritt in den LLK
h_D	J/kg	spezifische Enthalpie des Wasserdampfs
h_F	J/kg	spezifische Enthalpie des Frostes
\bar{h}_L	J/kg	über den Querschnitt gemittelte spez. Enthalpie der feuchten Luft
h_{fL}	J/kg	spezifische Enthalpie der feuchten Luft
h_{fLA}	J/kg	spezifische Enthalpie der feuchten Luft am Austritt
h^o_{fLA}	J/kg	spezifische Enthalpie der feuchten Luft am Austritt des LLK
h_{fLE}	J/kg	spezifische Enthalpie der feuchten Luft am Eintritt
h^l_{fLE}	J/kg	spezifische Enthalpie der feuchten Luft am Eintritt in den LLK
h_K	J/kg	spezifische Enthalpie des ablaufenden Kondensats
h_{sAF}	J/kg	spezifische Sättigungsenthalpie der Luft bezogen auf die Arbeitsfluid-Temperatur / Verdampfungstemperatur
\bar{h}_{sAF}	J/kg	über den Querschnitt gemittelte spezifische Sättigungsenthalpie der feuchten Luft in Funktion der Arbeitsfluidtemperatur
h_{sAFA}	J/kg	spezifische Sättigungsenthalpie der Luft bezogen auf die Arbeitsfluid-Temperatur / Verdampfungstemperatur am Austritt
h_{sAFE}	J/kg	spezifische Sättigungsenthalpie der Luft bezogen auf die Arbeitsfluid-Temperatur / Verdampfungstemperatur am Eintritt
h_{sG}	J/kg	spezifische Sättigungsenthalpie der Luft bezogen auf die Phasengrenzflächentemperatur
\bar{h}_{sG}	J/kg	über den Querschnitt gemittelte spezifische Sättigungsenthalpie der Luft bezogen auf die Phasengrenzflächentemperatur
h_{sKS}	J/kg	spezifische Sättigungsenthalpie der Luft bezogen auf die Temperatur der Kältesole
\bar{h}_{sKS}	J/kg	über den Querschnitt gemittelte spezifische Sättigungsenthalpie der Luft bezogen auf die Temperatur der Kältesole
h_{sL}	J/kg	spezifische Sättigungsenthalpie der Luft
\bar{h}_{sLam}	J/kg	über den Querschnitt gemittelte spezifische Sättigungsenthalpie der Luft bezogen auf die Lamellentemperatur
h_{sR}	J/kg	spezifische Sättigungsenthalpie der Luft bezogen auf die Rohrwandtemperatur
\bar{h}_{sR}	J/kg	über den Querschnitt gemittelte spezifische Sättigungsenthalpie der Luft bezogen auf die Rohrwandtemperatur
h_{sKSA}	J/kg	spezifische Sättigungsenthalpie der Luft bezogen auf die Soletemperatur am Austritt
h^o_{sKSA}	J/kg	spezifische Sättigungsenthalpie der Luft bezogen auf die Soletemperatur am Austritt des LLK
h_{sKSE}	J/kg	spezifische Sättigungsenthalpie der Luft bezogen auf die Soletemperatur am Eintritt

h'_{SKSE}	J/kg	spezifische Sättigungsenthalpie der Luft bezogen auf die Soletemperatur am Eintritt in den LLK
h_w	J/kg	spezifische Enthalpie von Wasser
h_{sw}	J/kg	spezifische Sättigungsenthalpie der Luft bezogen auf die Wandtemperatur des einseitig gekühlten Spaltkanals
dh_{fl}	J/kg	infinitesimale spezifische Enthalpieänderung der feuchten Luft
dh_{sAF}	J/kg	infinitesimale spezifische Änderung der Sättigungsenthalpie der feuchten Luft in Funktion der Arbeitsfluidtemperatur
dh_{SKS}	J/kg	infinitesimale Änderung der spezifischen Sättigungsenthalpie der Luft bezogen auf die Soletemperatur
dh_{sL}	J/kg	infinitesimales Gefälle der spezifische Sättigungsenthalpie der Luft längs zur Strömung
I	-	Inputmatrix
k	W/m ² K	Wärmedurchgangskoeffizient bei trockenen Bedingungen im LLK
k_1	W/m ² K	Wärmedurchgangskoeffizient bei feuchter Luft im LLK
k_k	W/m ² K	Wärmedurchgangskoeffizient des Kondensators
L	-	Kenngrösse zur Berechnung des Lamellenwirkungsgrades
Le	-	Lewis-Zahl
l	m	Länge
dl	m	infinitesimale Länge des Spaltkanals
m_{aF}	kg/m ²	Flächenbeladung Frost
m_{aK}	kg/m ²	Flächenbeladung Kondensat
m_D	kg	Masse Wasserdampf
m_F	kg	Masse Frost
m_L	kg	Masse trockene Luft
\dot{m}_{AF}	kg/s	Massenstrom Arbeitsfluid
\dot{m}_{Da}	kg/s	Massenstrom ausgeschiedener Dampf
\dot{m}_D	kg/s	Massenstrom Dampf in der feuchten Luft
\dot{m}_{DA}	kg/s	Massenstrom Dampf in der feuchten Luft am Austritt
\dot{m}_{DE}	kg/s	Massenstrom Dampf in der feuchten Luft am Eintritt
\dot{m}_{fl}	kg/s	Massenstrom feuchte Luft
\dot{m}_{HW}	kg/s	Massenstrom Heizwasser
\dot{m}_K	kg/s	Massenstrom Kondensat
\dot{m}_{KS}	kg/s	Massenstrom Kältesole
\dot{m}_L	kg/s	Massenstrom der trockenen Luft
\dot{m}_{LA}	kg/s	Massenstrom der trockenen Luft am Austritt
\dot{m}_{LE}	kg/s	Massenstrom der trockenen Luft am Eintritt
$d\dot{m}_{Da}$	kg/m ² s	pro Flächenelement dA ausgeschiedener Dampfmassenstrom
dm_F	kg	Frostmassenzuwachs im Zeitabschnitt dt
$\Delta\dot{m}_{AF}$	kg/s	Massenstrom Arbeitsfluid bezogen auf das betrachtete Rohrelement
$\Delta\dot{m}_{Da}$	kg/s	Massenstrom ausgeschiedener Wasserdampf bezogen auf das betrachtete Rohrelement
$\Delta\dot{m}_{AF}$	kg/s	Massenstrom Arbeitsfluid bezogen auf das betrachtete Rohrelement
$\Delta\dot{m}_L$	kg/s	Massenstrom trockene Luft bezogen auf das betrachtete Rohrelement
$\Delta\dot{m}_{AF}$	kg/s	Massenstrom Arbeitsfluid bezogen auf das betrachtete Rohrelement

\dot{m}_{KS}	kg/s	Massenstrom Kältesole bezogen auf das betrachtete Rohrelement
Nu	-	Nusselt-Zahl
$Nu_{m,9}$	-	mittlere Nusseltzahl bei thermischem und hydrodynamischem Anlauf
n_{Lam}	-	Anzahl Lamellen
n_R	-	Anzahl Rohrreihen in der Tiefe
O	-	Outputmatrix
P_{Ki}	W	innere Kompressorleistung
Pr	-	Prandtl-Zahl
p	-	Kenngrösse zur Berechnung des Lamellenwirkungsgrades
p	Pa	Druck
p_D	Pa	Partialdruck Wasserdampf in Luft
p_{sD}	Pa	Partialdruck Wasserdampf in Luft bei Sättigungszustand
dp_{sD}	Pa	infinitesimale Änderung des Partialdruckes von Wasserdampf bei Sättigungszustand
p_V	Pa	Verdampfungsdruck des Arbeitsfluids am Austritt des Verdampfers
p_K	Pa	Kondensationsdruck des Arbeitsfluids im Kondensator der Wärmepumpe
Δp_{V0}	Pa	Druckverlust bei trockenem LLK
Δp_{VEA}	Pa	Druckverlust am Ein- und Austritt des LLK
Δp_{VF}	Pa	Druckverlust bei verfrostem LLK
Δp_{VK}	Pa	Druckverlust bei Kondensatbildung
Δp_{VLam}	Pa	Druckverlust durch Reibung an Lamellen
Δp_{VR}	Pa	Druckverlust durch Umströmung der Rohre
\dot{Q}_0	W	totaler übertragener Wärmestrom
\dot{Q}_H	W	erzeugte Heizleistung der Wärmepumpe
\dot{Q}_I	W	latenter Wärmestrom
\dot{Q}_s	W	sensibler Wärmestrom
$d\dot{Q}_0$	W	infinitesimaler totaler Wärmestrom
$d\dot{Q}_e$	W	infinitesimaler Wärmestrom aus Erstarrung
$d\dot{Q}_I$	W	infinitesimaler latenter Wärmestromanteil
$d\dot{Q}_s$	W	infinitesimaler sensibler Wärmestromanteil
$\Delta\dot{Q}_0$	W	totaler in einem berippten Rohrelement übertragener Wärmestrom
$\Delta\dot{Q}_s$	W	sensibler Wärmestrom in einem berippten Rohrelement
$\Delta\dot{Q}_I$	W	latenter Wärmestrom in einem berippten Rohrelement
$\Delta\dot{Q}_{0Lam}$	W	totaler an der Lamelle eines berippten Rohrelementes (ΔA_{Lam}) übertragener Wärmestrom
$\Delta\dot{Q}_{0R}$	W	totaler Wärmestrom durch freie Rohroberfläche eines berippten Rohrelements (ΔA_R)
R_{AF}	J/kg K	Gaskonstante des Arbeitsfluids
R_D	J/kg K	Gaskonstante von Wasserdampf
R_L	J/kg K	Gaskonstante von Luft
Re	-	Reynoldszahl
r_E	J/kg	spezifische Erstarrungsenthalpie von Wasser
r_i	J/kg	Variable Frost- oder Kondensatbildung ($r_i=r_s$ oder $r_i=r_V$)
r_s	J/kg	spezifische Sublimationsenthalpie von Wasser
r_V	J/kg	spezifische Verdampfungsenthalpie von Wasser

r_{VAF}	J/kg	spezifische Verdampfungsenthalpie des Arbeitsfluids bei Verdampfungs-temperatur
S	-	Strukturmatrix
Sc	-	Schmidt-Zahl
Sh	-	Sherwood-Zahl
s_{Lam}	mm	Lamellenabstand (zwischen den Lamellen)
T	K	absolute Temperatur
T_1	K	Temperatur des Arbeitsfluids am Eintritt in den Kompressor
T_H	K	mittlere erzeugte Heizwassertemperatur
T_{sL}	K	Sättigungstemperatur der feuchten Luft
T_V	K	Verdampfungstemperatur am Austritt des Verdampfers
T_K	K	Kondensationstemperatur am Eintritt in den Kondensator
T_{VL}	K	erzeugte Vorlauftemperatur des Heizwassers
T_{RL}	K	erzeugte/erforderliche Rücklauftemperatur des Heizwassers
ΔT_{AF}	K	Temperaturänderung des Arbeitsfluids während der Verdampfung
ΔT_{GK}	K	Temperaturlgleit während der Kondensation
ΔT_{GV}	K	Temperaturlgleit während der Verdampfung
ΔT_{HW}	K	Temperaturerhöhung des Heizwassers
ΔT_K	K	Temperaturgefälle für die Wärmeübertragung im Kondensator
$\Delta T_{\bar{U}}$	K	Dampfüberhitzung im Verdampfer
ΔT_{Ap}	K	Änderung der Verdampfungstemperatur infolge Druckverlust
t	s	Zeit
dt	s	infinitesimales Zeitelement
\dot{U}_{AF}	kg/s	korrigierter Massenstrom des Arbeitsfluids
\dot{U}_{KS}	kg/s	korrigierter Massenstrom der Kältesole
\dot{U}_L	kg/s	Massenstrom der Luft
du_F	J	im Eis gespeicherte spezifische innere Energie pro Zeitelement dt
u_F	J/kg	spezifische im Eis gespeicherte innere Energie
\dot{V}_L	m^3/s	Luftvolumenstrom
\dot{V}_{L0}	m^3/s	Luftvolumenstrom bei trockenem Lamellenluftkühler
\dot{V}_N	m^3/s	Normvolumenstrom des Kompressors
\dot{W}_{AF}	J/Ks	scheinbarer Wärmekapazitätsstrom Arbeitstfluid (trockener LLK)
\dot{W}_{KS}	J/Ks	Wärmekapazitätsstrom Sole (trockener LLK)
\dot{W}_L	J/Ks	Wärmekapazitätsstrom Luft (trockener LLK)
w_L	m/s	Strömungsgeschwindigkeit der Luft
w_{Lam}	m/s	Strömungsgeschwindigkeit der Luft zwischen den Lamellen
X	-	Verhältnis eines Flächenanteils bezogen auf die totale Wärmeübertragungs-fläche
dX	-	infinitesimale Änderung des Flächenverhältnisses X
x	g/kg	Wasserdampfbeladung/absolute Feuchtigkeit
x_L	g/kg	absolute Feuchtigkeit der Luft
x_{LA}	g/kg	absolute Feuchtigkeit der Luft am Austritt
x_d	-	Dampfgehalt Arbeitsfluid am Verdampfereintritt/nach Expansionsventil
x_{LE}	g/kg	absolute Feuchtigkeit der Luft am Eintritt
x_G	g/kg	absolute Feuchtigkeit der Luft an der Phasengrenzfläche

x_s	g/kg	absolute Feuchtigkeit der gesättigten Luft
dx_L	g/kg	infinitesimale Änderung der absoluten Feuchtigkeit der Luft pro Flächenelement
dx_d	-	Änderung des Dampfgehaltes des Arbeitsfluids über ein Flächenelement dA
dx_s	g/kg	infinitesimale Änderung der absoluten Feuchtigkeit bei Sättigung
γ	K	Temperaturgradient zwischen Luft und Sole bzw. Arbeitsfluid
γ	J/kg	Enthalpiegradient zwischen Luft und Sole bzw. Arbeitsfluid
$d\gamma$	-	infinitesimale Änderung des Gradienten γ
Z	-	Realgasfaktor des Arbeitsfluids
z	-	Verhältnis der Enthalpieänderung der Luft längs zur Strömung zum Enthalpiegefälle zwischen Luft und Phasengrenzschicht

10.2 Griechische Symbole

α_{AF}	W/m ² K	Wärmeübergangskoeffizient Arbeitsfluid
α_{KS}	W/m ² K	Wärmeübergangskoeffizient Soleseitig
α_L	W/m ² K	Wärmeübergangskoeffizient Luftseitig
α_{schein}	W/m ² K	Scheinwärmeübergangskoeffizient
β	m/s	Stoffübergangskoeffizient
δ_F	m	Frostdicke
δ_{Lam}	m	Lamellendicke
ϑ	°C	Temperatur
ϑ_{AF}	°C	Temperatur Arbeitsfluid
ϑ_{AFA}	°C	Temperatur Arbeitsfluid am Austritt
ϑ_{AFE}	°C	Temperatur Arbeitsfluid am Eintritt
ϑ_D	°C	Temperatur Wasserdampf
ϑ_F	°C	Temperatur Frost
ϑ_G	°C	Phasengrenzschichttemperatur
$\bar{\vartheta}_G$	°C	über den Querschnitt gemittelte Grenzschichttemperatur
ϑ_K	°C	Temperatur Kondensat
ϑ_{KS}	°C	Kältesoletemperatur
ϑ_{KSA}	°C	Kältesoletemperatur am Austritt
ϑ_{KSE}	°C	Kältesoletemperatur am Eintritt
ϑ_L	°C	Temperatur der Luft
$\bar{\vartheta}_L$	°C	Über den Querschnitt gemittelte Lufttemperatur
ϑ_{LA}	°C	Temperatur der Luft am Austritt
$\bar{\vartheta}_{Lam}$	°C	über den Querschnitt gemittelte Lamellentemperatur
ϑ_{LE}	°C	Temperatur der Luft am Eintritt
ϑ_R	°C	Temperatur der Rohroberfläche
ϑ_{sL}	°C	Sättigungstemperatur der feuchten Luft
ϑ_{TPE}	°C	Taupunkttemperatur der feuchten Luft am Eintritt des LLK
ϑ_w	°C	Wandtemperatur des einseitig gekühlten Spaltkanals
ϑ_w	°C	Wassertemperatur
$d\vartheta_{AF}$	K	infinitesimale Änderung der Arbeitsfluidtemperatur pro Flächenelement
$d\vartheta_L$	K	infinitesimale Änderung der Lufttemperatur über ein Flächenelement längs der Strömung
$d\vartheta_{KS}$	K	infinitesimale Temperaturänderung der Sole pro Flächenelement

$d\vartheta_{sL}$	K	infinitesimales Gefälle der Sättigungstemperatur der Luft längs zur Strömung
ϕ	-	Funktionsmatrix / Apparatecharakteristik
ϕ_{hAF}	-	dimensionslose Änderung der spezifischen Sättigungsenthalpie der Luft in Funktion der Arbeitsfluidtemperatur
ϕ_{hKS}	-	dimensionslose Änderung der spezifischen Sättigungsenthalpie der Luft bezogen auf die Solentemperatur
ϕ_{hL}	-	dimensionslose spezifische Enthalpieänderung der feuchten Luft
ϕ_{sAF}	-	dimensionslose Temperaturänderung des Arbeitsfluids
ϕ_{sL}	-	dimensionslose Temperaturänderung der Luft
ϕ_{sKS}	-	dimensionslose Temperaturänderung der Sole
ϕ^S	-	Schaltungscharakteristik
ϕ^R	-	Rohrreihencharakteristik
φ	-	relative Feuchte der Luft
η_{Lam}	-	Lamellenwirkungsgrad
η_s	-	Isentropenwirkungsgrad des Kompressors
λ	-	Nutzliefergrad des Kompressors
λ_F	W/m K	Wärmeleitfähigkeit von Frost
λ_L	W/m K	Wärmeleitfähigkeit der Luft
λ_{Lam}	W/m K	Wärmeleitfähigkeit der Lamellen
λ_R	W/m K	Wärmeleitfähigkeit des Verdampferrohres
ρ_{fL}	kg/m ³	Dichte von feuchter Luft
ρ_L	kg/m ³	Dichte von trockener Luft
ν_s	-	Verhältnis zwischen totalem und sensiblem Wärmestrom
K	-	Substitution für $\kappa - 1/\kappa$
κ	-	Isentropenexponent Arbeitsfluid

11 Literaturverzeichnis

- [1] R. Sahinagic, M. Imholz, L. Berlinger, H. Huber, K. Hilfiker: LOREF: Untersuchung der Frostbildung für Lamellenluftkühler von Wärmepumpen, Bundesamt für Energie, 2004. (Publikationsnummer 240120 auf Datenbank www.energieforschung.ch)
- [2] C.T. Sanders: Frost Formation: The influence of frost formation and defrosting on the performance on air coolers, Dissertation WTHD 63, Delft University of Technology, Delft, 1974.
- [3] P. Fahlén: Frosting and Defrosting of Air Coils, Doctoral Thesis, Document D36, Department of Building Services Engineering Chalmers University of Technology, Göteborg, 1996.
- [4] L.O. Glas: Operational experience from air-water heat pumps – Operational comparisons, 1988/1989.
- [5] F. Bošnjakovic: Technische Thermodynamik, 2. Teil, 4. Auflage, Verlag Theodor Steinkopff Dresden und Leipzig, Stuttgart 1965.
- [6] O. Strelow: Eine allgemeine Berechnungsmethode für Wärmeübertragerschaltungen, Forschung im Ingenieurwesen 63(9) 1997, S. 255-261.
- [7] F. Merkel: Verdunstungskühlung, VDI-Zeitschrift 70, 1925, S. 123-128.
- [8] T.E. Schmidt: Die Wärmeleistung berippter Oberflächen, Deutscher Kältetechnischer Verein, Heft 4, C.F. Müller Verlag, Karlsruhe, 1950.
- [9] VDI-Wärmeatlas, 10. bearbeitete und erweiterte Auflage, Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 2006.
- [10] R. Plank: Handbuch der Kältetechnik, Sechster Band, Teil B, Springer Verlag, Karlsruhe, 1988.
- [11] L. Berlinger, M. Imholz, M. Albert, B. Wellig, K. Hilfiker: LOREF: Optimierung des Lamellenluftkühlers/Verdampfers von Luft/Wasser-Wärmepumpen, Teil 1, Bundesamt für Energie, 2008.
- [12] L. Wojtan: Experimental and analytical investigation of void fraction and heat transfer during evaporation in horizontal tubes, Dissertation These Nr. 2978, EPFL Lausanne, 2004.
- [13] L. Gasser, B. Wellig, K. Hilfiker: WEXA: Exergie-Analyse zur Verbesserung von Luft/Wasser-Wärmepumpen, Bundesamt für Energie, 2008.