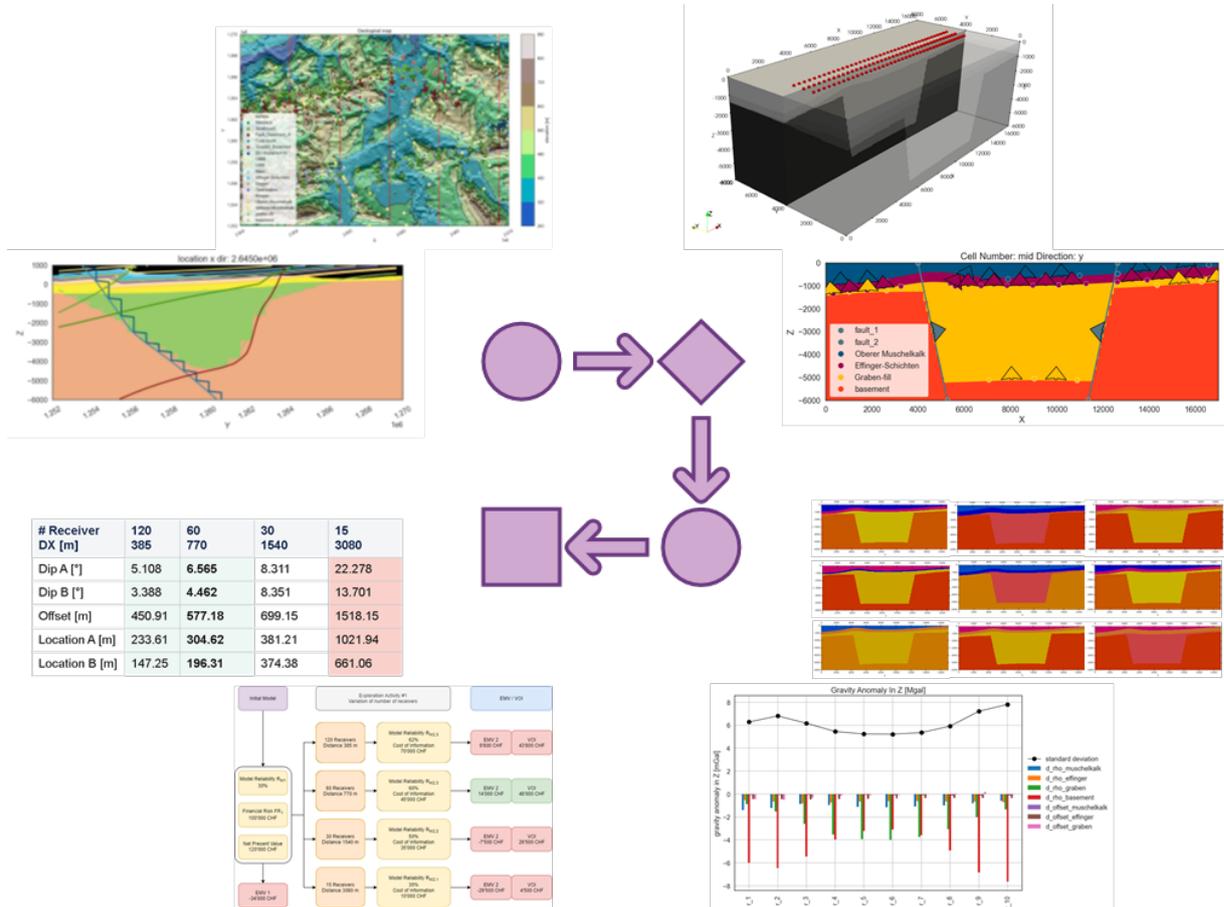




Schlussbericht vom 30.11.2022

REX – Reliable Prospection and Exploration





Datum: 30.11.2022

Ort: Bern

Subventionsgeberin:

Bundesamt für Energie BFE
Sektion Energieforschung und Cleantech
CH-3003 Bern
www.bfe.admin.ch

Subventionsempfänger/innen:

Fachhochschule OST (früher Hochschule für Technik Buchs NTB)
Institut für Computational Engineering ICE
Werdenbergstr. 4, 9471 Buchs SG
www.ost.ch/ice

Autor/in:

Adam Kosik, Fachhochschule OST, adam.kosik@ost.ch
Michael Schreiner, Fachhochschule OST, michael.schreiner@ost.ch
Simon Wiesinger, Fachhochschule OST, simon.wiesinger@ost.ch

BFE-Projektbegleitung:

Valentin Gischig, valentin.gischig@bfe.admin.ch

BFE-Vertragsnummer: SI/501874-01

Für den Inhalt und die Schlussfolgerungen sind ausschliesslich die Autoren dieses Berichts verantwortlich.



Zusammenfassung

Als Teil des Verbundprojektes SYSEXPL beschäftigte sich das Projekt REX mit der Risikobewertung von Prospektionsverfahren bei der Exploration von Geothermieprojekten. Die Motivation des Projektes war es, dass Prospektionsmethoden hinsichtlich ihrem Senkungspotential des Nichtfündigkeitsrisikos bewertet werden. Dies unterstützt Investoren, Subventionsgeber, Projektanten und andere beteiligte Parteien dabei, zu bewerten, ob ein Prospektionsprogramm sinnvoll bez. dessen Kosten-Nutzen-Effizienz genügend ist.

Dazu wurden zwei Softwaretools entwickelt, die bei der Planung der Prospektion die Verfahren im Hinblick auf Kosten und Nutzen hin untersuchen. Das REX-Tool, eines der beiden entwickelten Softwaretools, kann die Potentialmethoden der Projektpartner einbeziehen, aber auch die Inklusion anderer Verfahren möglich machen. Die beiden entwickelten Tools ermöglichen es, Prospektionskampagnen sowie deren Methoden auf ihre Sensitivität und Spezifität hin zu untersuchen, diese Erkenntnisse zusammen mit Experteneinschätzungen in die Beurteilung von Projektanträgen einfließen zu lassen und Anträge auf ihre Kosten-Nutzen-Effizienz hin zu untersuchen, so können mit dem Risk Assessment Tool (RAT), dem zweiten entwickelten Softwaretool, Prospektionskampagnen diesbezüglich qualitativ bewertet werden.

Résumé

Dans le cadre du projet collaboratif SYSEXPL, le projet REX s'est penché sur l'évaluation des risques des méthodes de prospection lors de l'exploration de projets géothermiques. La motivation du projet était que les méthodes de prospection soient évaluées en fonction de leur potentiel de réduction du risque de non-découverte. Cela aide les investisseurs, les bailleurs de fonds, les promoteurs et les autres parties concernées à évaluer la pertinence d'un programme de prospection et son efficacité en termes de coûts et de bénéfices. Deux outils logiciels ont été développés à cet effet, qui analysent les procédures en termes de coûts et d'avantages lors de la planification de la prospection.

L'outil REX, l'un des deux outils logiciels développés, peut inclure les méthodes potentielles des partenaires du projet, mais aussi permettre l'inclusion d'autres méthodes. Les deux outils développés permettent d'examiner la sensibilité et la spécificité des campagnes de prospection et de leurs méthodes, d'intégrer ces connaissances ainsi que des estimations d'experts dans l'évaluation des propositions de projet et d'examiner les propositions sous l'angle de leur efficacité en termes de coûts et d'avantages ; ainsi, l'outil d'évaluation des risques (RAT), le deuxième outil logiciel développé, permet d'évaluer qualitativement les campagnes de prospection à cet égard.

Summary

As part of the joint project SYSEXPL, the REX project dealt with the risk assessment of prospecting methods in the exploration of geothermal projects. The motivation of the project was that prospecting methods are assessed in terms of their potential to reduce the risk of non-feasibility. This helps investors, subsidy providers, project developers and other parties involved to assess whether a prospecting programme is reasonable in terms of its cost-benefit efficiency.

For this purpose, two software tools have been developed to analyse the procedures in terms of costs and benefits during the planning of the prospection. The REX tool, one of the two software tools developed, can incorporate the potential methods of the project partners, but can also make the inclusion of other methods possible. The two developed tools make it possible to examine prospecting campaigns as well as their methods in terms of their sensitivity and specificity, to incorporate these findings together with expert assessments into the evaluation of project applications and to examine



applications in terms of their cost-benefit efficiency, so prospecting campaigns can be qualitatively assessed in this respect with the Risk Assessment Tool (RAT), the second software tool developed.

Take-home messages

- Es wurden zwei Software-Tools entwickelt, das REX-Tool und das RAT-Tool.
- Mit den REX-Tool lassen sich synthetische geologische Modelle erstellen, auf welchen Sensitivitätsanalysen für unterschiedliche Prospektionsmethoden durchgeführt werden können.
- Das Risk Assessment Tool (RAT) ermöglicht die quantitative und explizit ökonomische Beurteilung von Prospektionskampagnen. Es beurteilt Prospektionsmethoden und deren Kombinationen basierend auf bedingter Wahrscheinlichkeit und Entscheidungsanalyse. Projekte werden anhand der Probability of Success (POS) und des Expected Monetary Value (EMV) bewertet.



Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	3
Résumé	3
Summary	3
Take-home messages	4
Inhaltsverzeichnis	5
1 Einleitung	6
1.1 Ausgangslage und Hintergrund	6
1.2 Motivation des Projektes	6
1.3 Projektziele	7
2 Vorgehen und Methode	7
3 Ergebnisse und Diskussion	8
3.1 REX - (Reliable Prospection and Exploration)	8
3.2 RAT – (Risk Assessment Tool)	13
4 Schlussfolgerungen und Fazit	15
5 Ausblick und zukünftige Umsetzung	16
6 Nationale und internationale Zusammenarbeit	18
7 Kommunikation	18
8 Publikationen	18
9 Literaturverzeichnis	18
10 Anhang	19
10.1 Anhang A: REX-Dokumentation	19
10.2 Anhang B: RAT-Dokumentation	20



1 Einleitung

1.1 Ausgangslage und Hintergrund

Das Projekt REX ist Teil des Verbundprojektes SYSEXPL, das mit der TU Bergakademie Freiberg und der CBM GmbH in Bexbach durchgeführt wurde. Der Fokus von SYSEXPL lag zunächst auf der Etablierung von Potentialmethoden zur Inversion von geomagnetischen Gradiometriedaten. Es war allerdings von Beginn an klar, dass nur eine Kombination von verschiedenen Explorationsmethoden ein umfassendes Bild eines Untergrundes liefern kann. Aus diesem Grund sollte insbesondere die Kombination von Methoden untersucht werden. Ein Ziel lag daher auch auf der a-priori-Bewertung von Verfahren und deren Kombination für die Prospektion bei Geothermievorhaben.

Hintergrund, insbesondere des Teilprojektes REX, war es auch, dass basierend auf dem EnV (Art 23 und 24 plus relevante Anhänge) und der CO₂ Verordnung (Art 112 und 113 plus relevante Anhänge) Prospektionskampagnen für Geothermie mit bis zu 60% der Kosten subventioniert werden können. Die Gesuche dafür müssen durch BFE/swisstopo auf die Sinnhaftigkeit und Kosten-Nutzen beurteilt werden. Eine systematische, quantitative und transparente Bewertung der Gesuche ist notwendig. Dabei kann RAT, welches im Rahmen des Teilprojektes REX entwickelt wurde, helfen. Dies gilt aber nicht nur für das BFE/swisstopo, sondern auch für potenzielle Investoren oder Projektanten/Gesuchsteller.

Die beschriebene Bewertung von Prospektionsverfahren und deren kombinierter Einsatz sollte mit Hilfe eines Softwaretools vorgenommen werden können. Die Entwicklung dieses Verfahrens war die Aufgabe des Teilprojektes REX, was der Gegenstand dieses Berichtes ist.

1.2 Motivation des Projektes

Es sollte beurteilt werden können, welchen Beitrag bei der Untersuchung von Untergründen eine Messmethode oder die Kombination von Messmethoden liefern kann, bevor die Messung durchgeführt wird. In diesem Projekt sollte versucht werden, mit einem objektiven Verfahren für ein Geothermievorhaben zu bewerten, welche Methode mit welchen Parametern in welcher Kombination welchen Beitrag liefern kann.

Für die geothermische Prospektion/Exploration gibt es zahlreiche verschiedene Messmethoden. In der Praxis ist es häufig unklar, welche Methoden für ein geplantes Geothermievorhaben geeignet ist oder es wird die 3D Seismik a priori als die zielführendste Prospektionsmethode betrachtet, während andere/bessere Methoden ausser Acht gelassen werden. Weiter fehlt es typischerweise an validierten Aussagen über

- die Aussagekraft der einzelnen Methoden für die Prospektion mit einer quantitativen Bewertung der Unsicherheiten der Methoden im geologischen Kontext,
- den Einfluss der Messparameter auf die Aussagekraft und Unsicherheiten der einzelnen Messmethoden,
- ein optimales Vorgehen für die Messungen im Hinblick auf Kosten und Nutzen für die Investoren.

Ziel dieses Projektes war die Entwicklung einer Methode und eines Software-Tools, um für Förderagenturen oder einen Investor für die Erfolgsaussichten einer Prospektion aussagekräftige und belastbare Erkenntnisse für die weiterführende Exploration zu liefern und damit die Projektrisiken zu reduzieren. Dabei gehen synergetisch sowohl Expertenwissen vor den Messungen als auch die erzielten Messwerte ein. Die Resultate sollten in verständlicher (z. B. graphisch basierter) Form dargeboten werden.



1.3 Projektziele

Ziel dieses Projektes war die Entwicklung einer Methode und eines Software-Tools, um für Förderagenturen oder einen Investor für die Erfolgsaussichten einer Prospektion aussagekräftige und belastbare Erkenntnisse für die weiterführende Exploration zu liefern und damit die Projektrisiken zu reduzieren. Weiter war es das Ziel mit einem Tool die Beurteilung und Bewertung von Prospektionskampagnen zu objektivieren und die Möglichkeit zu schaffen, Anträge zu vereinheitlichen und objektiv zu bewerten, so das optimale Prospektionskampagnen geplant und durchgeführt werden können.

2 Vorgehen und Methode

Im Rahmen des REX-Projektes wurden zwei Tools entwickelt, das REX-Tool sowie das RAT-Tool. Dafür wurden die folgenden Schritte angestrebt und durchgeführt:

- **REX-Tool:**
 - Für jedes Prospektions-/Explorationsverfahren werden eine grosse Klasse an synthetischen geologischen Modellen automatisch erzeugt. Hierfür geht sowohl geologisches als auch numerisches Expertenwissen ein. Diese Daten werden mit «virtuellen Sensoren» vermessen. Es werden also Daten erzeugt, die den Daten entsprechen, die reale Sensoren in der entsprechenden Situation erkennen würden.
 - Diese synthetischen Daten werden systematisch mit den zur Verfügung stehenden Prospektions-/Explorationsverfahren analysiert. Hierbei werden auch Parameter der Verfahren einbezogen, wie z.B. die lokale Dichte der Sensoren, die Qualität der Sensoren, die Anzahl der Messwiederholungen, etc.
- **RAT-Tool:**
 - Für Prospektions-/Explorationsverfahren müssen Bewertungskriterien entwickelt werden, mit denen die Vorhersagequalität der einzelnen Verfahren bestimmt werden können. Konkret muss es möglich sein, beide Fehlerarten, nämlich das fehlerhafte Verwerfen eines für die Geothermie geeigneten Gebiets, als auch das fehlerhafte Positiv-Bewerten eines Gebietes zu quantifizieren.
 - Wenn man für die einzelnen Verfahren auch die Kosten in Abhängigkeit der einzelnen Parameter kennt, ist es möglich, für bestimmte geologische Situationen eine umfassende Kosten-Nutzen-Bewertung zu erstellen, aus welcher optimale Mess-Methoden und –Kampagnen abgeleitet werden können.
 - Am Ende müssen die Resultate in eine Software verpackt werden, die auch schon in der Konzeptionsphase für die Kosten-Nutzenabschätzung von Investoren genutzt werden kann. Das Tool soll entwickelt werden, um Explorationsstrategien für Geothermieprojekte zu evaluieren und vergleichen.

Durch dieses Vorgehen wird es möglich sein, schon in der Planungsphase die verschiedenen Verfahren gegeneinander abzuwägen, und die Chancen und Risiken statistisch sauber zu bewerten. Weiter soll das Vorgehen zu einer objektiven Methode führen Geothermieprojektanträge zu bewerten und Explorationsmethoden, sowie deren Kombinationen, auf ihre Eignung und ihren Nutzen zu untersuchen. Potenzielle Anwender der entwickelten Softwaretools sind vor allem Fachleute bei der BFE/swisstopo, welche Projektanträge für Geothermievorhaben beurteilen. Weiter soll besonders RAT auch für Projektanten und Investoren die Möglichkeit schaffen, einheitliche und optimale Projektanträge zu erarbeiten, deren Prospektionskampagnen zu beurteilen und optimale Prospektionskampagnen, im Hinblick auf Kosten-Nutzen, bereits im Antragsprozess zu identifizieren.



3 Ergebnisse und Diskussion

Im Verlauf des Projektes wurde ein Software-Framework aufgebaut. Mit ihm ist es möglich, synthetische geologische Modelle automatisch zu generieren und Auswertungsmethoden zu simulieren. Dabei ist es möglich, eine Vorwärtssimulation durchzuführen, als auch Inversionsprogramme anzusteuern. Dieses Framework ist das REX-Tools, nachfolgend wird es in Abschnitt 4.1 weiter erläutert. Eine ausführliche Dokumentation bietet auch Anhang A.

Weiter wurde im letzten Jahr des Projektes das Software-Tool RAT entwickelt. RAT dient der objektiven Bewertung von Prospektionsmethoden und kann dazu verwendet werden Prospektionskampagnen zu beurteilen, Methoden miteinander zu vergleichen und optimale Prospektionskampagnen zu entwickeln. Das Tool kann weiter dazu verwendet werden, Prospektionsmethoden auf ihren Nutzen in Relation zu den entstehenden Kosten zu evaluieren. Das Tool wird in Abschnitt 4.2 erläutert. Für eine ausführliche Dokumentation des Tools wird hier auf Anhang B verwiesen, welcher auch als Manual verwendet werden kann.

3.1 REX - (Reliable Prospection and Exploration)

Für die Entwicklung eines Tools zur zuverlässigen Kosten-Nutzen-Bewertung von Prospektionsverfahren wurde ein Python-Programm geschrieben. Dieses dient zur Automatisierung der benötigten Schritte, also

- Generierung von synthetischen Untergrund-Modellen
- Vorwärts-Simulationen mit verschiedenen physikalischen Effekten
- Auswerten von virtuellen Sensordaten
- Einbinden von Prospektions- bzw. Inversionsverfahren
- Evaluation und Bewertung

Das Programm ist so konzipiert, dass möglichst einfach verschiedene externe Tools eingebunden werden können.

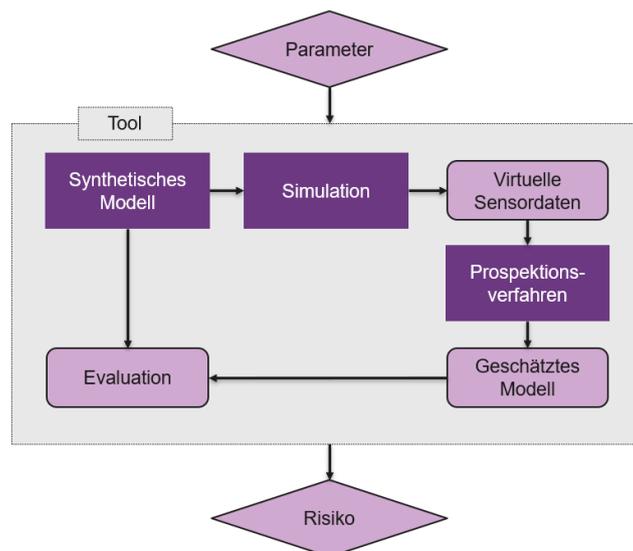


Abbildung 1: Diagramm der Tool-Struktur

Unsere Methode basiert auf der Parametrisierung der komplexen Topologie der untersuchten Gebiete und einer anschließenden Sensitivitätsanalyse. Damit soll die Möglichkeit der Quantifizierung von Prospektionsmethoden aufgezeigt werden. Diese Methoden führen zu inversen Problemen. Wir gehen



von zwei Grundsätzen aus. Erstens eine ausreichend komplexe, aber vereinfachte Parametrisierung des Untersuchungsgebiets. Zweitens die bestmögliche Schätzung der Genauigkeit der Prospektionsmethode.

Wir fragen, welche Abweichungen von den Untergrundbedingungen zu welchen Veränderungen in den Messdaten beitragen. Bei der Untersuchung des Modells führen wir eine Trennung zwischen Studienparametern und Störungsparametern ein. Außerdem stützen wir uns bei der Schätzung der Varianz der Studienparameter auf eine geeignete Linearisierung der Prospektionsmethoden.

Auf der Grundlage der Parametrisierung können die Prospektionsmethoden als Parameterfunktionen verallgemeinert werden. Wir ordnen jedem Parametersatz die gemessenen Werte an den Receivern zu. Prospektionsmethoden befassen sich mit der Frage, wie die Parameter auf der Grundlage der Messergebnisse bestimmt werden können.

Uns geht es jedoch um eine noch allgemeinere Frage. Wir wollen im Voraus bestimmen, wie genau die Parameterschätzungen auf der Grundlage der Messungen sein können. Um diese Frage zu beantworten, müssen wir das Problem zunächst angemessen linearisieren. Anschließend werden alle Unsicherheiten des Modells bestimmt und im letzten Schritt wird das so spezifizierte Problem mit der Methode der verallgemeinerten kleinsten Quadrate analysiert. Wir beschreiben die Schritte anhand einer mathematischen Formulierung.

Schritt 1: Linearisierung der Prospektionsmethoden.

Bezeichnen wir die Studienparameter $\mathbf{p} \in \mathbf{R}^s$ und Störgrößen $\mathbf{d} \in \mathbf{R}^t$. Weiter drücken wir die Receiverwerte $\mathbf{r} \in \mathbf{R}^n$ als die Abbildung von \mathbf{d} , und \mathbf{p} aus,

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(\mathbf{d}, \mathbf{p}).$$

Wir gehen weiter davon aus, dass diese Beziehung linearisiert werden kann und \mathbf{p} als Lösung des inversen Problems in Abhängigkeit von \mathbf{r} und \mathbf{d} ausgedrückt werden kann.

Wir stellen die lineare Abhängigkeit der Receiverwerte von den Studienparametern und der Störgrößen fest,

$$\mathbf{r} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{d} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{p},$$

wo \mathbf{A} und \mathbf{B} die Koeffizientenmatrizen sind. Sie werden mit dem automatischen Simulationswerkzeug auf der Grundlage statistischer Methoden ermittelt.

Schritt 2: Quantifizierung der Modellunsicherheit.

Die Unsicherheiten im Modell sind nicht nur auf diese Störgrößen zurückzuführen, sondern auch auf die Ungenauigkeit der Messgeräte. Bezeichnen wir den Messfehler mit \mathbf{c} . Wir wollen die Abweichung der Messdaten quantifizieren, die sowohl durch die Abweichung der Störparameter als auch durch den Messfehler verursacht wird.

Die Vektoren \mathbf{c} , \mathbf{d} , \mathbf{p} und \mathbf{r} stellen Zufallsvektoren dar, die zum Beispiel mit einer Normalverteilung modelliert werden können:

- $\mathbf{c} \sim (\mathbf{0}, \mathbf{\Sigma}_c), \mathbf{\Sigma}_c = Cov(\mathbf{c}),$
- $\mathbf{d} \sim (\boldsymbol{\mu}_d, \mathbf{\Sigma}_d), \mathbf{\Sigma}_d = Cov(\mathbf{d}),$
- $\mathbf{p} \sim (\boldsymbol{\mu}_p, \mathbf{\Sigma}_p), \mathbf{\Sigma}_p = Cov(\mathbf{p}),$
- $\mathbf{r} \sim (\boldsymbol{\mu}_r, \mathbf{\Sigma}_r), \mathbf{\Sigma}_r = Cov(\mathbf{r}).$

Wir definieren den totalen Receiverfehler \mathbf{e}

$$\mathbf{e} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{d} + \mathbf{c}.$$



Unter der Annahme, dass c und d unkorreliert sind, können wir die Receiverfehlerkovarianz durch die Messwertkovarianz und den Beitrag der Störgrößen ausdrücken.

$$\Sigma = Cov(A \cdot d) + Cov(c) = A \cdot \Sigma_d \cdot A^T + \Sigma_c.$$

Schritt 3: Parameter-Schätzer.

Im letzten Schritt bestimmen wir, wie genau wir die Studienparameter schätzen können. Zu diesem Zweck verwenden wir die Methode der verallgemeinerten kleinsten Quadrate (GLS). Schreiben wir das Ausgangsproblem um in der Form

$$r = B \cdot p + e$$

- $r \in \mathbb{R}^n$, Empfänger-Sensorwerte, Antwortwerte,
- $p \in \mathbb{R}^s$, Studienparameter, Vektor der Unbekannten,
- $B \in \mathbb{R}^{n \times s}$, durch die Linearisierung erhaltene Modellmatrix, voller Rang,
- $e \in \mathbb{R}^n$, Fehler mit einer bekannten regelmäßigen Kovarianzmatrix Σ .

GLS schätzt p durch Minimierung der verallgemeinerten quadratischen Länge des Restvektors

$$p_{\text{est}} = \underset{x}{\operatorname{argmin}}(r - Bx)^T \Sigma^{-1}(r - Bx).$$

Wir sind jedoch an den Eigenschaften dieser Schätzung interessiert. GLS ist der beste lineare unbiased Schätzer.

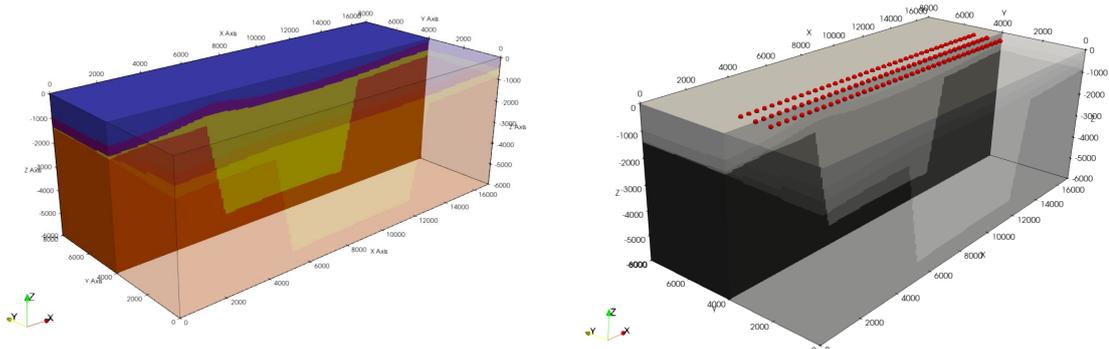
$$E[p_{\text{est}} | B] = p$$

Kovarianz des GLS-Schätzers

$$\Sigma_{\text{est}} = (B^T \Sigma^{-1} B)^{-1},$$

$$p_{\text{est}} \sim \mathcal{N}(p, (B^T \Sigma^{-1} B)^{-1}).$$

Die Kovarianz Σ_{est} ist das gesuchte Ergebnis. In der Regel wird dann die Quadratwurzel aus den Elementen auf der Diagonale gebildet. Es handelt sich also um die Standardabweichung der geschätzten Parameter. Somit lautet unsere Schlussfolgerung, dass die gewählte Prospektivmethode keine bessere Schätzung der untersuchten Parameter liefern kann. Wir möchten hinzufügen, dass diese Behauptung auf der Genauigkeit der Linearisierung basiert. In der Praxis hängt die Linearisierung von der Wahl des Ausgangsmodells ab. Darüber hinaus ist auf die Bedeutung einer komplexen Parametrisierung hinzuweisen. Wenn wir das Problem zu stark vereinfachen und nicht alle relevanten Störgrößen einbeziehen, wird das Ergebnis eine zu optimistische Schätzung sein. Wir illustrieren die Parametrisierung und Schätzung anhand eines synthetischen Modells, das auf dem Gebiet im Aargau basiert. An diesem Beispiel zeigen wir die Anwendung an einer gravimetrischen und



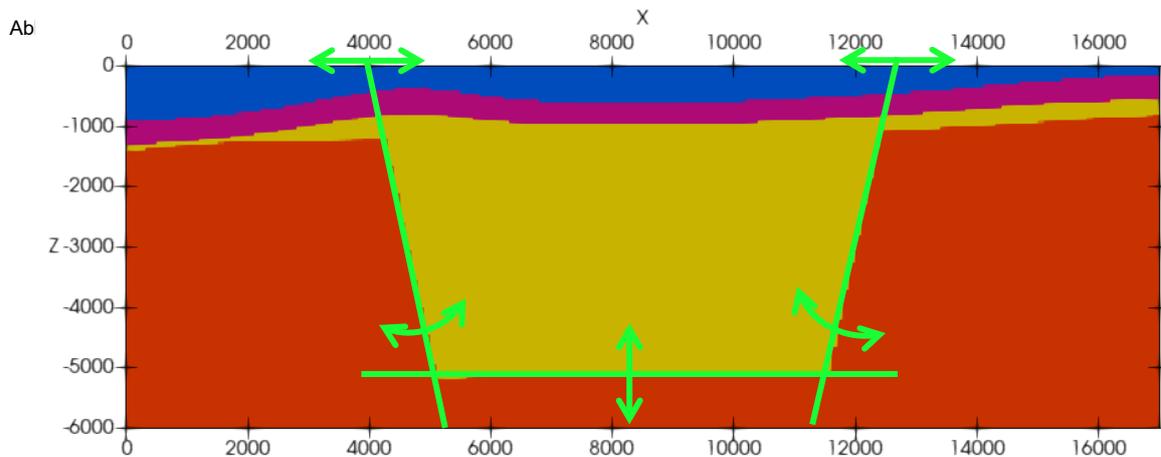


Abbildung 4: Schnittfläche mit den Geometrieparametern des Grabens.

seismischen Studie. Wir untersuchen die Möglichkeiten der Platzierung von Receivern, die Analyse des Bohrlochentwurfs oder die Kombination von Prospektionsmethoden der Gravimetrie und Seismik. Wir müssen die Parameter auswählen, die für die Prospektionsmethoden von Bedeutung sind.

In diesem Gebiet sind die Lage und Tiefe des Grabens von Interesse. Die Fragestellung lautet, ob Veränderung der Grabengeometrie gravimetrisch bzw. seismisch nachgewiesen werden kann. Die Daten stammen aus der geologischen Datenbank von swisstopo und wurden durch eine Modellierung des Untergrundes aus 4 Schichten vereinfacht: Effinger, Muschelkalk, Grabenfüllung und Grundgebirge. Jede dieser Schichten hat unterschiedliche physikalische Eigenschaften. Für die Gravimetrie ist die Dichte von Interesse, für die Seismik wird es die Wellengeschwindigkeit sein. Parameter, die die Geometrie des Grabens charakterisieren:

- Tiefe des Grabens - Versatz durch Verwerfungen,
- Verwerfung A, Lage,
- Verwerfung A, Neigungswinkel,
- Verwerfung B, Lage,
- Verwerfung B, Neigungswinkel.

Wie bereits erwähnt, stellen wir die Frage, wie genau können wir diese Parameter erfassen. Bei dieser Schätzung müssen die Störgrößen berücksichtigt werden, die die Messwerte beeinflussen. Das sind

- die Dichte der 4 Schichten,
- der Versatz der Schichten.

Wenn nicht anders angegeben, wird eine Standardabweichung der Dichte von 0.05 g cm^{-3} und im Falle des Grundgebirges von 0.1 g cm^{-3} angenommen. Die Standardabweichung der Schichtpositionen beträgt 100 m . Schließlich beträgt die Standardabweichung der Messungen 0.1 mGal . Die Diskretisierung des Untergrundes erfolgte auf einem quadratischen Gebiet von $17 \times 8 \times 6 \text{ km}$, die durch $170 \times 5 \times 120$ Blockelemente unterteilt wurde

Die Tabellen 1-4 enthalten eine Zusammenfassung der Ergebnisse auf der Grundlage synthetischer gravimetrischer und - in der letzten Tabelle - seismischer Untersuchungen. In jeder Tabelle sind die Standardabweichungen (STD) $\sigma_p = \sqrt{\text{diag}(\Sigma_{est})}$ der untersuchten Parameter angegeben.



Wie bereits erwähnt, handelt es sich hierbei um die erwarteten Abweichungen, die in dem besten Fall geschätzt werden können.

Die erste Tabelle zeigt die Ergebnisse der gravimetrischen Studie, wenn wir 120 Empfänger gleichmäßig in drei Reihen auf der Oberfläche verteilen. Die erste Spalte ist eine Schätzung der Unsicherheiten bei Vernachlässigung des Einflusses der Störgrößen. In der zweiten Spalte wird ihr Einfluss berücksichtigt.

In Tabelle 2 sehen wir, ob sich eine ähnlich genaue Bestimmung der Parameter mit weniger Messgeräten erreichen lässt. Wir haben den einheitlichen Abstand zwischen den Receivern allmählich vergrößert. Resultat: Noch mit 60 Receivern erhalten wir eine ähnliche Schätzung wie mit 120 Empfängern. Mit weniger Messgeräten nicht mehr.

Im dritten Fall vergleichen wir zwei Studien, wobei die Unsicherheit der Störgrößen in der zweiten Studie geringer ist. In der Praxis würden wir zum Beispiel mit Slimhole-Bohrungen weitere Informationen gewinnen. Darum geben wir in der Studie 2 Standardabweichung der Dichte von 0.01 g cm^{-3} und im Falle des Grundgebirges von 0.02 g cm^{-3} ein. Die Standardabweichung des Schichtenversatzes beträgt 50 m . Die Schätzung der Studienparameter verbesserte sich fast um den Faktor 2. Diese Informationen können als Basisdaten für die Kosten-Nutzen Abschätzung behilflich sein, sowohl betreffend der Parametrisierung von Prospektionsmassnahmen als auch der Reduktion von Ungewissheiten durch zusätzliche/alternative Erkundungsmassnahmen.

Die letzte Tabelle ist ein Vergleich der Gravimetrie und der Seismik. In der letzten Spalte sehen wir den möglichen Beitrag der Gravimetrie zur Verbesserung der Parameterschätzung aus der Seismik bei einer Fusionsabschätzung. Um den möglichen Einfluss zu zeigen, wählen wir für diesen Fall eine eher ungenaue seismische Messung mit nur 9 Empfängern. Die Schätzung der Untersuchungsparameter durch Seismik ist sehr präzise. Damit verbessert die Fusion der Methoden die Schätzung der Studienparameter erheblich.

Diese Beispiele sind eher illustrativ. Wir gehen davon aus, dass wir in der Praxis auf Fälle stoßen werden, in denen selbst bei einem einfacheren Modell der Nutzen von Prospektionsmethoden zu gering sein könnte.

STD σ_p	#1 nur Messdaten-abweichungen	#2 zusammen mit Störgrößen
Dip A [°]	0.830	5.108
Dip B [°]	1.153	3.388
Versatz [m]	16.70	450.91
Lage A [m]	35.04	233.61
Lage B [m]	48.71	147.25

Tabelle 1: Vergleich der Auswirkungen von Störgrößen auf die Schätzung der Abweichung der untersuchten Parameter.



# Receiver / DX [m]	# 120 / 385 m	# 60 / 770 m	# 30 / 1540 m	# 15 / 3080 m
Dip A [°]	5.108	6.565	8.311	22.278
Dip B [°]	3.388	4.462	8.351	13.701
Versatz [m]	450.91	577.18	699.15	1518.15
Lage A [m]	233.61	304.62	381.21	1021.94
Lage B [m]	147.25	196.31	374.38	661.06

Tabelle 2: Vergleich für unterschiedliche Anzahl von gravimetrischen Receivern.

STD σ_p	Studie #1	Studie #2
Dip A [°]	5.108	3.333
Dip B [°]	3.388	2.671
Versatz [m]	450.91	255.18
Lage A [m]	233.61	155.68
Lage B [m]	147.25	123.36

Tabelle 3: Vergleich zweier Studien, wobei im zweiten Fall geringere Unsicherheiten bei den Störgrößen (Dichte und Versatz der Schichten) bestehen.

STD σ_p	Gravimetrie	Seismik	Fusion
Dip A [°]	5.108	4.718	0.161
Dip B [°]	3.388	2.603	0.088
Versatz [m]	450.91	168.80	5.439
Lage A [m]	233.61	354.43	5.174
Lage B [m]	147.25	82.26	1.823

Tabelle 4: Vergleich der Unsicherheiten von gravimetrischen Studien, seismischen Studien und gekoppelten Studien.

3.2 RAT – (Risk Assessment Tool)

Das entwickelte Software-Tool RAT bietet, wie in der Einleitung zu Abschnitt 4 erwähnt, die Möglichkeit, die in einem Projektantrag für ein Geothermieprojekt verwendeten Prospektionsmethoden systematisch zu analysieren und weitere Methoden hinzuzufügen und diese mit den bereits verwendeten Methoden zu vergleichen, um so eine optimale Erkundungsstrategie zu entwickeln.

Somit soll das verwendete Vorgehen ein objektives Verfahren bieten, ein Geothermievorhaben zu bewerten und Explorationsmethoden, sowie deren Kombinationen, auf ihre Eignung und ihren Nutzen zu untersuchen. In der Praxis gibt es verschiedenste Methoden den Untergrund zu untersuchen. Häufig ist es jedoch unklar, welche Methode für eine geplante Explorationsstrategie den besten



Beitrag liefern kann oder welche Methode ihre Kosten, im Vergleich zum zu erwartenden Informationsgewinn, rechtfertigt bzw. nicht rechtfertigt.

Die Veränderung eines Zustands durch eine potenzielle Explorationsmethode wird mittels bedingter Wahrscheinlichkeit und der Entscheidungsanalyse bewertet und analysiert. Unter Verwendung von Wahrscheinlichkeitsbäumen und Entscheidungsbäumen kann daraufhin eine geeignete und sinnvolle Explorationsstrategie bestimmt werden. Die Methodenbeurteilung wird mittels «Probability of Success», «Expected Monetary Value» und «Value of Information» betrachtet. Das Vorgehen basiert auf der von Akar und Young präsentierten Methodik und ist eine explizit ökonomische Bewertung des Projektes. Dieses Vorgehen vernachlässigt andere Faktoren wie Nachhaltigkeit, Strategie, etc.

Für eine ausführliche Darstellung der mathematischen Theorie, der Methodenbewertung sowie einem Manual des Risk Assessment Tools wird hier auf Anhang B verwiesen. Nachfolgend sollen die wichtigsten Punkte der Theorie jedoch zusammengefasst werden.

Für die Bewertung eines Projektes werden verschiedene Kennzahlen berechnet oder durch Experten eingeschätzt. Manche dieser Parameter sollten auch einem Projektantrag entnommen werden können.

Nettobarwert

Der Nettobarwert (NPV – Net Present Value) sollte einem Projektantrag entnommen werden können, und stellt den aktuellen Wert, also die Summe der diskontierten Geldflüsse aus der Zukunft (discounted cash flow model), des Projektes dar.

Abbruchskosten

Die aufgewendeten Kosten bis zum Projektabbruch (vor der Prospektionskampagne) sind die Abbruchkosten (ABK). Dieser Parameter sollte ebenfalls einem Projektantrag entnommen werden können.

Durchführbarkeitsschwelle

Die Durchführbarkeitsschwelle (DS) wurde von uns eingeführt und stellt den Schwellenwert des erwarteten Geldwertes dar, bis zu dem ein negativer EMV noch als akzeptierbar betrachtet werden soll. Die Durchführbarkeitsschwelle wurde eingeführt, um die Förderung eines auf den ersten Blick nicht rentablen Projekts in die Betrachtungen einzubeziehen. Sollte der Expected Monetary Value bei den Berechnungen negativ sein, so würde dies eine negative Auswirkung auf die Beurteilung des Projektes haben. Mit der Durchführbarkeitsschwelle wird es ermöglicht, einen Spielraum im negativen Bereich zu definieren, bis zu dem das Projekt noch als lohnend einzustufen ist.

Probability of Success

Die Erfolgswahrscheinlichkeit (Probability of Success POS) wird verwendet, um die Wahrscheinlichkeit eines Erfolges des Projektes einzuschätzen. Der POS wiederum wird als Produkt der POS der einzelnen technischen Parameter des Projektes berechnet. Im Standardfall sind dies Temperatur und Transporteigenschaften. Der POS wird in Prozent [%] ausgedrückt und wird für den Ist-Zustand des Projektes durch Experten eingeschätzt.

Expected Monetary Value

Der erwartete Nettobarwert (Expected Monetary Value EMV) lässt sich nun aus den zuvor aufgeführten Kenngrößen als

$$EMV = POS * NPV - (1 - POS) * ABK$$

berechnen.

Ist der EMV negativ, würde ein Projekt im Normalfall als ökonomisch nicht lohnend betrachtet werden. Um dies nun jedoch zu ändern, würde ein Projektant Prospektionsmethoden anwenden wollen, um den POS des Projektes im Idealfall anzuheben. Eine solche Prospektionsmethode würde jedoch auch



die Kosten um die Methodenkosten erhöhen. Es stellt sich nun zusätzlich die Frage, ob die POS-Veränderung die Methodenkosten wert ist.

Um eine solche Einschätzung mit RAT vornehmen zu können, müssen für die zu verwendenden Prospektionsmethoden weitere Angaben getätigt werden. Dies sollte einerseits durch die Experten des Projektanten bereits im Projektantrag geschehen, auf der anderen Seite kann das BfE mit seinem Expertenpool genau solche Aussagen auch selbst tätigen. Weiter könnten solche Informationen auch mit dem im REX-Tool entwickelten Abläufen generiert werden. Für eine detailliertere Ausführung über die Ausgangslage und Hintergründe, besonders für das RAT-Tool, wird auf die Einleitung verwiesen.

Sensitivität und Spezifität

Es stellt sich die Frage, woher kommt die POS-Änderung durch eine Methode? Die Prospektionsmethode wird als statistischer Test charakterisiert. Ein solcher Test hat eine

- *Sensitivität*: Wie gut ist die Methode in der Lage, eine vorteilhafte Situation zu bestätigen? Wahrscheinlichkeit (Methode sagt +, gegeben: Ist-Zustand ist +)
- *Spezifität*: Wie gut ist die Methode in der Lage, eine unvorteilhafte Situation zu bestätigen? Wahrscheinlichkeit (Methode sagt -, gegeben: Ist-Zustand ist -)

Dies lässt schlussfolgern, dass eine Methode auch eine Falschaussage treffen kann. Dieses Vorgehen ist eine objektive Charakterisierung der Leistungsfähigkeit einer Prospektionskampagne und kann durch Experten, die sich mit der entsprechenden Methode auskennen, im Dialog bestimmt werden. Die Bewertung der Experten der Sensitivität und Spezifität selbst, ist nicht objektiv, und muss deshalb immer auch im Plenum diskutiert werden, jedoch führt die Verwendung der Sensitivität und Spezifität zu einer objektiven Bewertung einer Methode, möglichst frei von persönlichen Vorzügen bei bestimmten Prospektionsmethoden.

Für einen Projektantrag bzw. die Planung einer Prospektionskampagne muss die Frage beantwortet werden, wie gut ist die Situation, wenn die Methode ein vorteilhaftes Ergebnis liefert? Diese Berechnungen können gestützt auf die zuvor erwähnte bedingte Wahrscheinlichkeit ausgeführt werden (für eine genau Darstellung der Berechnung wird erneut auf Anhang B verwiesen) und geben so eine zu erwartende POS-Veränderung sollte die Methode eine vorteilhafte oder unvorteilhafte Aussage geben.

Aus den mittels bedingter Wahrscheinlichkeit berechneten POS Veränderungen bei vorteilhaften und unvorteilhaften Aussagen und den daraus resultierenden Kennzahlen des Projektes für verschiedene Prospektionskampagnen, lassen sich mit der Entscheidungsanalyse Wahrscheinlichkeitsbäume und Entscheidungsbäume aufbauen, welche im RAT dazu verwendet werden, optimale Explorationsstrategien zu bestimmen.

In Anhang B (RAT-Dokumentation) werden, unter anderem, die Themen bedingte Wahrscheinlichkeit, sowie Sensitivität und Spezifität, mit Beispielen nochmals detailliert eingeführt und im Kontext zur Projektantragsbeurteilung nochmals beleuchtet.

4 Schlussfolgerungen und Fazit

Das REX-Projekt konnte als Teil des SYSEXPL Verbundprojektes und gefördert vom BfE wie angestrebt zwei wesentliche Tools entwickeln. Das REX (Reliable Prospection and Exploration) Tool und das RAT (Risk Assessment Tool). Beide Anwendungen können für das BfE und die Geothermie in der Schweiz von grossem Nutzen sein.

Das REX-Tool bietet eine Möglichkeit synthetische geologische Modelle des Untergrunds zu modellieren und darauf dann für verschiedene Methoden eine Sensitivitätsanalyse durchzuführen.



Das Tool kann somit als erste oder zusätzliche Einschätzung von Prospektionsmethoden verwendet werden und generiert Output, welcher auch im Risk Assessment Tool verwendet werden kann. Das BfE kann damit zusätzliche Einschätzungen für Methoden generieren und die Erkenntnisse danach für die Beurteilung von Prospektionsmethoden verwenden.

Das Tool wurde so aufgebaut, dass möglichst einfach auch weitere Software-Tools integriert werden können, was die Erweiterung des Software-Frameworks in der Zukunft erheblich erleichtern wird.

Mit dem Risk Assessment Tool (RAT) wurde ein Software-Tool mit GUI entwickelt, welches nicht nur für das BfE einen Mehrwert generiert, sondern auch bei genügend grosser Etablierung in der Geothermie bei Projektanten bzw. Antragstellern bei dem BfE zur Anwendung kommen könnte. Das Tool kann zur Bewertung von Prospektionskampagnen und zum Bestimmen von bestmöglichen Kombinationen von Prospektionsmethoden verwendet werden. Damit führt das Tool zu einer objektiven Beurteilung von Methoden und Anträgen, was zu einer möglichst Kosten-Nutzen-effizienten Prospektionskampagne führen soll und das BfE befähigt, Projektanträge im Sinne einer Kosten-Nutzen-Analyse zu überprüfen.

Das RAT ermöglicht mit dem GUI eine möglichst einfache und intuitive Eingabe aller Parameter und Kennzahlen für die Bewertung von Projektanträgen. Experten können aus der Diskussion heraus ebenfalls ihre Einschätzungen im Tool eingeben und daraus werden dann die zuvor erwähnten Beurteilungen berechnet.

Das Tool bietet weiter die Möglichkeit, erstellte Projekte zu speichern, laden, PDFs der Beurteilungen zu erstellen und die Analyse um weitere Methoden und technische Parameter zu erweitern, um deren eventuellen Einfluss auf eine Prospektionskampagne zu untersuchen und so eventuell eine bessere Prospektionsstrategie zu entwickeln.

5 Ausblick und zukünftige Umsetzung

Mit der Projektsitzung bei swisstopo in Bern am 21.11.2022 konnte das Risk Assessment Tool zusammen mit Experten des BfE und swisstopo in einem ersten Praxisbeispiel angewendet werden. Erste Erfahrungen und Erkenntnisse konnten festgehalten werden und die gewonnenen Erkenntnisse können noch in die bessere Darstellung der Ergebnisse aus RAT fliessen, sowie in die intuitivere Bedienung von RAT.

Das Risk Assessment Tool soll anschliessend für das BfE, sowie Projektantragsteller, die Möglichkeit bieten, Projektanträge zu bewerten und optimieren. Um dieses Vorgehen zu etablieren, soll in einem weiteren Schritt noch ein Beispiel direkt mit einem von BfE geförderten Projektanten durchgeführt werden.

Im Gespräch in Bern vom 21.11.2022 wurde deutlich, dass die Projektanden schon eine Vorstellung vom Untergrund haben. Sie müssten also in der Lage sein, zu quantifizieren, welche Grössen sie mit welcher Genauigkeit mit den Prospektionsmethoden ermitteln müssen, um das Erkundungsrisiko einer darauffolgenden Bohrung bestmöglich zu reduzieren

Um RAT in der Zukunft zielgerichtet bei Projektanträgen und Projektevaluationen zu verwenden, könnte weiter eine Online-Version des Risk Assessment Tools implementiert werden. Damit kann man Daten der Experten und Projektanträge auf einer zentralen Datenbank sammeln, um Projektanträge und -evaluationen effizienter zu machen und Anträge über einen grösseren Zeitraum miteinander zu vergleichen, bzw. Wissen aus anderen Anträgen einfliessen zu lassen.

Mit einer zentralen Datenbank könnte man weiter das Wissen und die Einschätzungen der Experten sammeln und laufend evaluieren, um so eine möglichst konsistente Einschätzung der



Prospektionsmethoden durch die Experten zu erreichen und auch die Risikobereitschaft der Experten zu analysieren.

RAT kann nicht nur für die vorgängige Evaluation eines Projektantrages verwendet werden, mit dem Tool könnte man ein Projekt auch nach der Fertigstellung weiter evaluieren und so eine Analyse von bereits durchgeführten Kampagnen anstreben dies, um Erwartungen an das Projekt mit tatsächlich Erreichtem zu vergleichen. Dazu müsste man in weiteren Schritten auch die Akzeptanz eines Bewertungs- und Evaluationstools wie RAT bei den Projektanten fördern, dies zum Beispiel durch geführte Beispiel-Cases direkt mit den Partnern.

Konkret sehen wir folgende Punkte für weitere Forschungs- und Entwicklungsarbeiten:

REX

- REX mit RAT kompatibel machen.
- Die Einbindung der inversen Problemlösung in REX realisieren, um die Berechnung der Sensitivitäten und Spezifitäten zu schärfen.
- REX mit kommerziellen Softwarepaketen vergleichen, an einem Praxisbeispiel testen und in einem weiteren Schritt in den Softwarepark von swisstopo einbinden.
- REX an weiteren Praxisbeispielen testen und die gewonnenen Ergebnisse bewerten, um die Aussagen von REX zu überprüfen.
- REX allgemein weiterentwickeln, um das Software-Framework bedienerfreundlicher zu gestalten.

RAT

- RAT auch «im Feld» anwenden, um Projekte vor und nach der Realisierung zu bewerten und so Experten zu evaluieren und auch, um die verwendeten Bewertungskriterien wie EMV zu überprüfen.
- Die Bewertungskriterien in RAT sollten weiter geschärft werden. Hier könnte man auch die POS als weiteres Bewertungskriterium neben dem EMV miteinbeziehen und so die POS Bewertung in eine Evaluation miteinfließen lassen.
- Die Abhängigkeiten der einzelnen Methoden in RAT wären noch zu überprüfen bzw. hinterfragen und exakter zu gespalten. Hier könnte man auch eine hierarchische Anordnung der Methoden realisieren, womit man eine genaue Reihenfolge von Methoden nachbilden könnte.
- Die Abhängigkeiten der Methoden schärfen und Auswahlmöglichkeiten für den User schaffen, um die Handhabung der Kombinationen zu verbessern.
- Eine allfällige Datenbank für Experten, Projektanträge und durchgeführte Projekte womit man in der Zukunft bereits existierendes Wissen verwenden kann, um Projektanträge zu verbessern und durchgeführte Projekte rückwirkend mit ihren Anträgen vergleichen kann.
- Allgemeine Verbesserungen von RAT im Hinblick auf die Benutzerfreundlichkeit
 - Automatisches Speichern der eingegebenen Daten
 - Bessere Beschreibungen der einzelnen Elemente und Parameter
 - Klarere Definition der geforderten Eingaben



6 Nationale und internationale Zusammenarbeit

Kontakte innerhalb der Schweiz hatten wir mit

- swisstopo
- Jan Niederau (ehemals ETH, jetzt RWTH Aachen)
- Gunter Siddiqi
- Matteo Lupi (Universität Genf)

Im Ausland hatten wir im Rahmen des Kooperationsprojektes Kontakt mit

- TU Bergakademie Freiberg (DE)
- CBM GmbH in Bexbach (DE)

7 Kommunikation

- Am 03.03.2022 fand eine Projektsitzung mit Vertretern vom BfE und swisstopo bei swisstopo in Bern statt. Inhalt war der aktuelle Stand des REX-Tools und erste Konzepte des RAT-Tools.
- Am 29.04.2022 fand die gemeinsame SYSEXPL Abschlussveranstaltung statt. Sie wurde von der CBM GmbH in Saarbrücken (DE) organisiert.
- Am 21.11.2022 fand bei swisstopo in Bern eine Projektsitzung mit Vertretern vom BfE und swisstopo statt. Inhalt war die Vorstellung des entwickelten RAT-Tools am Beispiel Riehen.

8 Publikationen

- Christian Blick, Willi Freeden, M. Zuhair Nashed, Helga Nutz, Michael Schreiner: Inverse Magnetometry - Mollifier Magnetization Distribution from Geomagnetic Field Data, Springer, 2021

9 Literaturverzeichnis

Bauer, M., Freeden, W., Jacobi, H., & Neu, T. (2014). Handbuch Tiefe Geothermie. Springer Berlin Heidelberg.

Freeden, W., & Nutz, H. (2015). Mathematik als Schlüsseltechnologie zum Verständnis des Systems „Tiefe Geothermie“. Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 117(1), 45-84.

de la Varga, M., Schaaf, A., and Wellmann, F.: GemPy 1.0: open-source stochastic geological modeling and inversion, Geosci. Model Dev., 12, 1–32, <https://doi.org/10.5194/gmd-12-1-2019>, 2019.

Cockett, R., Kang, S., Heagy, L. J., Pidlisecky, A., & Oldenburg, D. W. (2015). SimPEG: An open source framework for simulation and gradient based parameter estimation in geophysical applications. Computers & Geosciences.

Klingler, P. (2010). Charakterisierung des geothermischen Reservoirs Riehen: 3D Struktur und Tracer-Test. CHYN-Zentrum für Hydrogeologie, Universität Neuenburg.



- Webster, R., & Oliver, M. A. (2007). *Geostatistics for environmental scientists*. John Wiley & Sons.
- Altwegg, P. (2015). *Gravimetry for geothermal exploration* (Doctoral dissertation, Université de Neuchâtel).
- Guglielmetti, L., Perozzi, L., Dupuy, D., Martin, F., Métraux, V., Meyer, M., ... & Radogna, P. V. (2020). High Resolution Gravity Data to Characterize Density Variations and Reduce Uncertainty in Geothermal Reservoirs in the Geneva Basin (GB).
- Niederer, J., Ebigbo, A., Marquart, G., Arnold, J., & Clauser, C. (2017). On the impact of spatially heterogeneous permeability on free convection in the Perth Basin, Australia. *Geothermics*, 66, 119-133.
- Bohlen, T. (2002). Parallel 3-D viscoelastic finite difference seismic modelling. *Computers & Geosciences*, 28(8), 887-899.
- Akar S. & Young K. R. (2015). *Assessment of New Approaches in Geothermal Exploration Decision Making*. Fortieth Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford, California
- Hillier F. S. & Lieberman G. J. (2004). *Introduction to Operations Research*. Eight Edition. McGraw-Hill Higher Education.
- Schulz R., Pester S., Schnellschmidt R., Thomas R. (2010). *Quantification of Exploration Risks as Basis for Insurance Contracts*. Leibnitz Institute for Applied Geophysics. Proceedings World Geothermal Congress 2010
- Lupi N. & Siddiqi G. (2019) *Economical, political and societal aspects of geothermal energy*. Vorlesung im Master of Science in Hydrogeology and Geothermics. Universität Neuenburg.
- Trainer-Guitton W. J. (2013). A geophysical perspective of value of information: examples of spatial decisions for groundwater sustainability. *Environ Syst Decis* (2014) 34:124-133.
- Trainer-Guitton W. J. (2020). The value of geophysical data for geothermal exploration: Examples from empirical, field, and synthetic data. *The Leading Edge*. Special Section: Geothermal Energy. <https://doi.org/10.1190/tle39120864.1>
- North D. W. (1968). A Tutorial Introduction to Decision Theory. *IEEE Transactions on systems science and cybernetics*, Vol. SSC-4, No. 3.
- Okiwiri L. A. (2017). *Risk Assessment and Risk Modelling in Geothermal Drilling*. Masterarbeit Iceland School of Energy.
- Sandersen P. B. E. *Uncertainty assessment of geological models – a qualitative approach*.
- Bross I. D. J. (1953). *Design for Decision*. Second Edition. The Macmillan Company. New York.
- Tilo Arens, Frank Hettlich, Christian Karpfinger, Ulrich Kochelkorn, Klaus Lichtenegger, Hellmut Stachel (2022). *Mathematik*. Springer Spektrum, 5. Auflage

10 Anhang

10.1 Anhang A: REX-Dokumentation

Das als Anhang A beigefügte Dokument ist eine ausführliche Dokumentation des REX-Tools und enthält neben der verwendeten Theorie unter anderem auch Beispiele und erläutert die Verwendung des Software-Frameworks.



10.2 Anhang B: RAT-Dokumentation

Anhang B ist die RAT-Dokumentation. Das Dokument enthält die dem RAT-Tool zugrunde liegende Theorie ausführlich dargestellt und stellt auch die Bedienung des Tools dar. Das Dokument kann als Manual verwendet werden.